Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова
Національної академії наук України
Кам’янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка

МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Серія: Фізико-математичні науки

Збірник наукових праць

Випуск 16

Кам’янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка
2017

УДК 519.6:519.7
ББК 22
М34

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації:
Серія КВ № 14521-3492Р від 25.06.2008 р.

Збірник наукових праць включено до Переліку наукових фахових
видань ДАК Міністерства освіти і науки України з фізико-математичних наук
(наказ №1021 від 07 жовтня 2015 р.)

Друкується згідно з рішенням вченої ради Кам'янець-Подільського
національного університету імені Івана Огієнка,
протокол №__ від ___________2017 року.

М34 **Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки** : зб. наук. праць / Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України, Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка ; [редкол.: О. М. Хіміч (відп. ред.) та ін.]. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2017. — Вип. 16. — 200 с.

У збірнику друкуються результати досліджень вітчизняних та закордонних науковців, що стосуються проблем застосування математичних моделей в різних галузях людської діяльності.

Для наукових та інженерно-технічних працівників, аспірантів, студентів.

УДК 519.6:519.7
ББК 22

ISSN 2308-5878

V. M. Glushkov Institute of Cybernetics
of National Academy of Sciences of Ukraine
Kamianets-Podilsky National Ivan Ohienko University

MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELLING

Series: Physical and mathematical sciences

Scientific journal

ISSUE 16

Kamianets-Podilsky National Ivan Ohienko University
2017

Mathematical and computer modelling. Series: Physical and mathematical sciences : scientific journal / V. M. Glushkov Institute of Cybernetics of National Academy of Sciences of Ukraine, Kamianets-Podilsky National Ivan Ohienko University ; [Editorial Board: O. Himich (Executive Editor) and others]. — Kamianets-Podilsky : Kamianets-Podilsky National Ivan Ohienko University, 2017. — ISSUE 16. — 200 p.

There are printed results of investigation of national and foreign scientists that concern to problems of practice mathematical models in different spheres of human activity.

For scientific and technical staff, postgraduate students.

ISSN 2308-5878

УДК 517.9

Л. Г. Хохлова*, канд. фіз.-мат. наук,
С. Г. Хома-Могильська**, канд. фіз.-мат. наук,
Н. Г. Хома**, канд. фіз.-мат. наук

*Тернопільський національний педагогічний університет
імені Володимира Гнатюка, м. Тернопіль,
**Тернопільський національний економічний університет, м. Тернопіль

ІНТЕГРАЛЬНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ РОЗВ'ЯЗКУ ОДНІЄЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ БЕЗ ПОЧАТКОВИХ УМОВ

У роботі розглядається крайова задача без початкових умов для лінійного гіперболічного рівняння другого порядку. З використанням методів теорії диференціальних рівнянь з частинними похідними та методів теорії інтегральних рівнянь для довільної функції $\mu(z) \in C^1(R)$ побудований формальний розв'язок вказаної задачі, як розв'язок інтегрального рівняння. Встановлені нові умови існування класичного розв'язку лінійної крайової задачі без початкових умов для гіперболічного рівняння другого порядку.

Ключові слова: *оператор, клас функцій, крайова задача без початкових умов, гіперболічне рівняння другого порядку, розв'язок, інтегральне рівняння.*

Вступ. Як відомо, в останні десятиліття розроблено новий метод відшукання розв'язку крайових періодичних задач для гіперболічних рівнянь другого порядку (як лінійних, так і квазілінійних) [1–3], що передбачає першочерговим знаходження розв'язку з подальшою перевіркою виконання крайових умов. Методи, запропоновані ж раніше [4, 7], передбачали відшукання розв'язку у вигляді тригонометричного ряду $u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \sin kx$. що автоматично забезпечувало виконання крайових умов $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$, але накладало додаткові умови на праву частину неоднорідного рівняння.

У працях [5, 6] показано, що для деяких рівнянь та систем можна знайти розв'язок крайової задачі і без початкових умов.

У статті, використовуючи результати та методи робіт [8–10], проведено дослідження крайової задачі без початкових умов для гіперболічного рівняння $u_{tt} - a^2 u_{xx} = cu,\ c = const.$ Встановлено простір функцій, в якому існує розв'язок даної задачі та обґрунтовано ряд властивостей такого розв'язку.

Основні результати. Розглянемо таку крайову задачу:

$$u_{tt} - a^2 u_{xx} = cu,\ c = const,\ 0 \le x \le \pi,\ 0 \le t \le T, \tag{1}$$

$$u(0,t) = u(\pi,t) = 0, \quad 0 \le t \le T. \tag{2}$$

Справедливим є твердження.

Лема 1. Для довільної функції $\mu(z) \in C^1(R)$ розв’язок $u \in C^{2,2}([0,\pi]\times[0,T])$ інтегрального рівняння

$$u(x,t) = \frac{1}{2a}\int\limits_{at-x}^{at+x} \mu(\alpha)d\alpha + \frac{c}{2a}\int\limits_0^t d\tau \int\limits_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} u(\xi,\tau)d\xi \equiv u^0(x,t) + \tilde{u}(x,t), \tag{3}$$

є розв’язком диференціального рівняння (1).

Доведення. Покажемо, що функція

$$u^0(x,t) = \frac{1}{2a}\int\limits_{at-x}^{at+x} \mu(\alpha)d\alpha \tag{4}$$

є розв’язком однорідного рівняння

$$u_{tt}^0 - a^2 u_{xx}^0 = 0. \tag{5}$$

Обчислимо частинні похідні u_{tt}^0 і u_{xx}^0 від функції $u^0(x,t)$, визначеної формулою (4):

$$u_{tt}^0(x,t) = \frac{a}{2}\left(\frac{\partial\,\mu(at+x)}{\partial\,(at+x)} - \frac{\partial\,\mu(at-x)}{\partial\,(at-x)}\right);$$

$$u_{xx}^0(x,t) = \frac{1}{2a}\left(\frac{\partial\,\mu(at+x)}{\partial\,(at+x)} - \frac{\partial\,\mu(at-x)}{\partial\,(at-x)}\right).$$

Безпосередньою перевіркою переконуємося, що $u_{tt}^0 - a^2 u_{xx}^0 \equiv 0.$ Отже, функція $u^0(x,t)$, яка визначена формулою (4), є розв’язком однорідного рівняння (5).

Обчислимо похідні $\tilde{u}_{tt}$ і $\tilde{u}_{xx}$ від функції $\tilde{u}(x,t)$, визначеної формулою

$$\tilde{u}(x,t) = \frac{c}{2a}\int\limits_0^t d\tau \int\limits_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} u(\xi,\tau)d\xi. \tag{6}$$

Маємо

$$\tilde{u}_t(x,t) = \frac{c}{2}\int\limits_0^t (u(x+a(t-\tau),\tau) + u(x-a(t-\tau),\tau))\,d\tau;$$

$$\tilde{u}_x(x,t) = \frac{c}{2a}\int\limits_0^t (u(x+a(t-\tau),\tau) - u(x-a(t-\tau),\tau))\,d\tau;$$

$$\tilde{u}_{tt}(x,t) = \frac{c}{2}(u(x,t) + u(x,t)) +$$

$$+\frac{ca}{2}\int_0^t\left(\frac{\partial u(x+a(t-\tau),\tau)}{\partial(x+a(t-\tau))}-\frac{\partial u(x-a(t-\tau),\tau)}{\partial(x-a(t-\tau))}\right)d\tau;$$

$$\tilde{u}_{xx}=\frac{c}{2a}\int_0^t\left(\frac{\partial u(x+a(t-\tau),\tau)}{\partial(x+a(t-\tau))}-\frac{\partial u(x-a(t-\tau),\tau)}{\partial(x-a(t-\tau))}\right)d\tau.$$

Підстановкою переконуємося, що $\tilde{u}_{tt}-a^2\tilde{u}_{xx}=cu.$ Отже, функція $\tilde{u}(x,t),$ яка визначена формулою (6), є частинним розв'язком лінійного неоднорідного рівняння (1).

Таким чином, функція $u(x,t)=u^0(x,t)+\tilde{u}(x,t),$ яка є розв'язком інтегрального рівняння (3), є розв'язком рівняння (1) для довільної функції $\mu(z)\in C^1(R)$.

На основі методу послідовних наближень

$$u_0(x,t)=\frac{1}{2a}\int_{at-x}^{at+x}\mu(\alpha)d\alpha,$$

$$u_1(x,t)=u_0+\frac{c}{2a}\int_0^t d\tau\int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)}u_0(\xi,\tau)d\xi,$$

$$u_2(x,t)=u_0+\frac{c}{2a}\int_0^t d\tau\int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)}u_1(\xi,\tau)d\xi,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$u_n(x,t)=u_0+\frac{c}{2a}\int_0^t d\tau\int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)}u_{n-1}(\xi,\tau)d\xi,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

завжди існує розв'язок лінійного інтегрального рівняння (3).

Лему 1 доведено.

Доведемо, що розв'язок інтегрального рівняння задовольняє крайові умови в деякому класі функцій. Оскільки кожне послідовне наближення є відомою функцією, то треба показати, в якому класі функцій виконуються крайові умови

$$u_n(0,t)=u_n(\pi,t)=0,\ n=0,1,2,...,n,... \ . \tag{7}$$

Тоді гранична функція $\tilde{u}(x,t),$ що є розв'язком інтегрального рівняння, автоматично задовольнятиме крайові умови (2).

З'ясуємо, в якому класі функцій другий доданок послідовних наближень задовольняє крайову умову $\tilde{u}(\pi,t)=0,$ тобто коли

$$\frac{c}{2a}\int_0^t d\tau \int_{\pi-a(t-\tau)}^{\pi+a(t-\tau)} f(\xi,\tau)d\xi \equiv 0, \quad 0\le t\le T, \tag{8}$$

де $f(\xi,\tau)d\xi = u_n(\xi,\tau)d\xi,\ n=0,1,2,...,n,...$.

Зрозуміло, що рівність (8) може виконуватися за умови

$$\int_{\pi-a(t-\tau)}^{\pi+a(t-\tau)} f(\xi,\tau)d\xi = 0, \quad 0\le t\le T. \tag{9}$$

Доведемо, що існує клас функцій, для яких справедливою є рівність (9). На основі лівої частини рівності (9) одержуємо

$$\begin{aligned}\int_{\pi-a(t-\tau)}^{\pi+a(t-\tau)} f(\xi,\tau)d\xi &= \int_{\pi-a(t-\tau)}^{-a(t-\tau)} f(\xi,\tau)d\xi + \int_{-a(t-\tau)}^{a(t-\tau)} f(\xi,\tau)d\xi + \\ &+ \int_{a(t-\tau)}^{\pi+a(t-\tau)} f(\xi,\tau)d\xi = \int_{\pi-a(t-\tau)}^{-a(t-\tau)} f(\xi,\tau)d\xi + \\ &+ \int_{-a(t-\tau)}^{a(t-\tau)} f(\xi,\tau)d\xi - \int_{\pi-a(t-\tau)}^{-a(t-\tau)} f(\pi-\eta,\tau)d\eta.\end{aligned} \tag{10}$$

Отже, якщо ввести такий клас функцій:

$B^- = \{f : f(x,t) = f(\pi-x,t) = -f(-x,t)\},\ 0\le x\le\pi,\ 0\le t\le T,$

то з рівності (10) при $f(x,t)\in B^-$ випливає виконання умови (9).

Аналогічно при умові $f(x,t)\in B^-$ маємо

$$\frac{c}{2a}\int_0^t d\tau \int_{-a(t-\tau)}^{a(t-\tau)} f(\xi,\tau)d\xi \equiv 0, \quad 0\le t\le T.$$

Справедливе твердження.

Лема 2. Якщо $f(x,t)\in B^-$, то $f(x,t)\in Q^-_{2\pi\times[0,T]}$, де

$$Q^-_{2\pi\times[0,T]} = \{f : f(x,t) = -f(-x,t) = f(x+2\pi,t)\}.$$

Доведення. Справді,

$$\begin{aligned} f(x+2\pi,t) &= f(\pi-(-\pi-x),t) = -f(\pi+x,t) = \\ &= -f(\pi-(-x),t) = -f(-x,t) = f(x,t),\end{aligned}$$

що й потрібно було довести.

Через $Q^-_{2\pi}$ позначимо такий клас функцій:

$$Q^-_{2\pi} = \{\mu : \mu(z) = -\mu(-z) = \mu(z+2\pi)\},$$

визначених і неперервних на R.

Лема 3. Якщо $\mu(z)\in Q^-_{2\pi}$, то функція $u^0(x,t)$, визначена формулою (4), задовольняє крайові умови

$$u^0(0,t) = u^0(\pi,t) = 0, \tag{11}$$

Доведення. Справді,

$$u^0(0,t) = \frac{1}{2a}\int_{at}^{at} \mu(\alpha)d\alpha \equiv 0.$$

Покладемо замість x у формулі (4) $x = \pi$. Маємо

$$u^0(\pi,t) = \frac{1}{2a}\int_{at-\pi}^{at+\pi} \mu(\alpha)d\alpha = \frac{1}{2a}\int_{at-\pi}^{-\pi} \mu(\alpha)d\alpha + \frac{1}{2a}\int_{-\pi}^{\pi} \mu(\alpha)d\alpha + \frac{1}{2a}\int_{\pi}^{at+\pi} \mu(\alpha)d\alpha =$$

$$= \frac{1}{2a}\int_{at-\pi}^{-\pi} \mu(\alpha)d\alpha + \frac{1}{2a}\int_{-\pi}^{\pi} \mu(\alpha)d\alpha + \frac{1}{2a}\int_{-\pi}^{at-\pi} \mu(2\pi+\beta)d\beta = 0,$$

що й потрібно було довести.

Зауваження. Якщо через B_0^- позначити клас функцій

$$B_0^- = \{\mu : \mu(z) = -\mu(-z) = \mu(\pi - z)\},$$

то розв'язок однорідного рівняння (5), визначений формулою (4), при $\mu(z) \in B_0^-$ також задовольняє крайові умови (11). Справді, якщо $\mu(z) \in B_0^-$, то $\mu(z) \in Q_{2\pi}^-$.

Отже, якщо кожне послідовне наближення $u_n(x,t)$, $n = 0,1,2,...$, задовольняє крайові умови (7), то гранична функція $\lim_{n\to\infty} u_n(x,t) = U(x,t)$ задовольняє крайові умови $U(0,t) = U(\pi,t) = 0$.

Таким чином, враховуючи вище доведені твердження, можна сформулювати наступний результат.

Теорема 1. Для довільної функції $\mu(z) \in C^1(R) \cap B_0^-$ існує розв'язок крайової задачі (1), (2).

Встановимо властивості розв'язку крайової задачі (1), (2).

Введемо позначення

$$u(x,t) = (A[\mu, f])(x,t), \tag{12}$$

де A — оператор, який породжує розв'язок крайової задачі (1), (2) і при $\mu(z) \in C^1(R) \cap B_0^-$, $f(x,t) = u_n(x,t) \in C^{1,0}([0,\pi]\times[0,T]) \cap B^-$, $n = 0,1,2,...$, задається формулою

$$(A[\mu, f])(x,t) = \frac{1}{2a}\int_{at-x}^{at+x} \mu(\alpha)d\alpha + \frac{c}{2a}\int_0^t d\tau \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(\xi,\tau)d\xi. \tag{13}$$

Теорема 2. Якщо $\mu(z) \in C(R) \cap B_0^-$ і $f(x,t) \in C([0,\pi]\times[0,T]) \cap B^-$, то справедливі рівності

$$(A[\mu,f])(-x,t)=-(A[\mu,f])(x,t); \tag{14}$$

$$(A[\mu,f])(\pi-x,t)=(A[\mu,f])(x,t), \tag{15}$$

тобто оператор A переводить клас функцій із класу B^- у цей же клас функцій $(B^- \xrightarrow{A} B^-)$.

Доведення. На основі формули (13) одержуємо

$$(A[\mu,f])(-x,t)=\frac{1}{2a}\int\limits_{at+x}^{at-x}\mu(\alpha)d\alpha+\frac{c}{2a}\int\limits_0^t d\tau\int\limits_{-x-a(t-\tau)}^{-x+a(t-\tau)} f(\xi,\tau)d\xi=$$

$$=-\frac{1}{2a}\int\limits_{at-x}^{at+x}\mu(\alpha)d\alpha-\frac{c}{2a}\int\limits_0^t d\tau\int\limits_{x+a(t-\tau)}^{x-a(t-\tau)} f(-\eta,\tau)d\eta=-(A[\mu,f])(x,t)\,.$$

Отже, рівність (14) справедлива.

Для доведення рівності (15) запишемо

$$\begin{gathered}(A[\mu,f])(\pi-x,t)=\frac{1}{2a}\int\limits_{at-\pi+x}^{at+\pi-x}\mu(\alpha)d\alpha+\frac{c}{2a}\int\limits_0^t d\tau\int\limits_{\pi-x-a(t-\tau)}^{\pi-x+a(t-\tau)} f(\xi,\tau)d\xi\equiv\\ \equiv u^0(\pi-x,t)+\tilde{u}(\pi-x,t).\end{gathered} \tag{16}$$

Окремо доведемо, що

$$u^0(\pi-x,t)=u^0(x,t), \tag{17}$$

$$\tilde{u}(\pi-x,t)=\tilde{u}(x,t). \tag{18}$$

На основі формули (4) одержуємо

$$\begin{gathered}u^0(\pi-x,t)=\frac{1}{2a}\int\limits_{at-\pi+x}^{at+\pi-x}\mu(\alpha)d\alpha=-\frac{1}{2a}\int\limits_{-at+2\pi-x}^{-at+x}\mu(\pi-\beta)d\beta=\\ =\frac{1}{2a}\int\limits_{-at+x}^{2\pi-at-x}\mu(\beta)d\beta=-\frac{1}{2a}\int\limits_{at-x}^{-2\pi+at+x}\mu(-\gamma)d\gamma=\frac{1}{2a}\int\limits_{at-x}^{-2\pi+at+x}\mu(\gamma)d\gamma=\\ =\frac{1}{2a}\int\limits_{at-x}^{at+x}\mu(\gamma)d\gamma+\frac{1}{2a}\int\limits_{at+x}^{-2\pi+at+x}\mu(\gamma)d\gamma=\frac{1}{2a}\int\limits_{at-x}^{at+x}\mu(\gamma)d\gamma+\\ +\frac{1}{2a}\int\limits_0^{-2\pi}\mu(\gamma)d\gamma=\frac{1}{2a}\int\limits_{at-x}^{at+x}\mu(\gamma)d\gamma+0=u^0(x,t).\end{gathered} \tag{19}$$

Враховуючи формулу (6), маємо

$$\begin{gathered}\tilde{u}(\pi-x,t)=\frac{c}{2a}\int\limits_0^t d\tau\int\limits_{\pi-x-a(t-\tau)}^{\pi-x+a(t-\tau)} f(\xi,\tau)d\xi=\\ =-\frac{c}{2a}\int\limits_0^t d\tau\int\limits_{x+a(t-\tau)}^{x-a(t-\tau)} f(\pi-\eta,\tau)d\eta=\frac{c}{2a}\int\limits_0^t d\tau\int\limits_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(\eta,\tau)d\eta=\tilde{u}(x,t).\end{gathered} \tag{20}$$

Таким чином, враховуючи рівності (19), (20) на основі (16) переконуємося у справедливості теореми 2.

Висновки. У статті встановлено умови існування розв'язку крайової задачі без початкових умов для лінійного гіперболічного рівняння другого порядку вигляду $u_{tt} - a^2 u_{xx} = cu$, $c = const$, $0 \le x \le \pi$, $0 \le t \le T$, $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$, $0 \le t \le T$. Для довільної функції $\mu(z) \in C^1(R)$ побудовано формальний розв'язок вказаної задачі, як розв'язок інтегрального рівняння $u(x,t) = \frac{1}{2a}\int\limits_{at-x}^{at+x} \mu(\alpha)d\alpha + \frac{c}{2a}\int\limits_0^t d\tau \int\limits_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} u(\xi,\tau)d\xi$. Визначені класи функцій $B_0^- = \{\mu : \mu(z) = -\mu(-z) = \mu(\pi - z)\}$, $B^- = \{f : f(x,t) = f(\pi - x,t) = -f(-x,t)\}$, в яких існує формальний розв'язок крайової задачі без початкових умов для лінійного гіперболічного рівняння другого порядку. На основі цих результатів побудований оператор *A*, який переводить клас функцій B^- самого в себе. Це дозволяє використовувати його в побудові наближених обчислень розв'язку крайових задач для квазілінійних гіперболічних рівнянь.

Отримані результати є достатньо вагомими і започатковують дослідження крайових задач для гіперболічних рівнянь другого порядку виду $u_{tt} - a^2 u_{xx} = f(x,t,u_t,u_x)$, а також крайових задач для рівняння дисперсії хвиль $u_{tt} - a^2 u_{xx} + b_1 u_t + b_2 u_x + cu = 0$ та більш загальних рівнянь $u_{tt} - a^2 u_{xx} + \alpha u_t + \varepsilon F(t,x,u,u_t,u_x,u_{tt},u_{xx},u_{tx}) = 0$, $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$, $0 \le t \le T$.

Список використаних джерел:

1. Khoma L. G. A linear periodic boundary-value problem for a second order hyperbolic equation / L. G. Khoma, N. G. Khoma // Ukrainian Mathematical Journal. — 1999. — Vol. 51, № 2. — P. 319–323.
2. Mitropolskii Yu. A. Periodic solution of second-order quasilinear hyperbolic equations / Yu. A. Mitropolskii, S. H. Khoma-Mohyl's'ka // Ukrainian Math. Journal. — 2005. — Vol. 52, № 10. — P. 1563–1570.
3. Mitropolskii Yu. A. Conditions for the existence of solutions of a periodic boundary-value problem for an inhomogeneous linear hyperbolic equation of the second order / Yu. A. Mitropolskii, N. G. Khoma // Ukrainian Mathematical Journal. — 1995. — Vol. 47. — P. 1068–1074.

4. Rabinowitz P. Periodic solutions of hyperbolic partial differential equation / P. Rabinowitz // Comm. Pure Appl. Math. — 1967. — Vol. 20, № 1. — P. 145–205.
5. Кирилич В. М. Крайова задача без початкових умов для лінійної одномірної системи рівнянь гіперболічного типу / В. М. Кирилич, А. Д. Мишкіс // Доп. АН УРСР. — 1991. — Сер. А, № 5. — С. 8–10.
6. Кирилич В. М. Краевая задача без начальных условий для линейной одномерной системы уравнений гиперболического типа / В. М. Кирилич, А. Д. Мышкис //Дифференциальные уравнения. — 1992. — Вып. 28, № 3. — С. 463–469.
7. Пташник Б. И. Некорректные граничные задачи для дифференциальных уравнений с частными производными / Б. И. Пташник. — К. : Наукова думка, 1984. — 264 с.
8. Самойленко А. М. Аналітичний метод відшукання 2π-періодичних розв'язків гіперболічних рівнянь другого порядку / А. М. Самойленко, С. Г. Хома-Могильська //Доп. НАН України. — 2010. — № 4. — С. 25–29.
9. Самойленко А. М. Окремий випадок існування 2π-періодичних розв'язків крайових задач для гіперболічного рівняння другого порядку / А. М. Самойленко, Н. Г. Хома, С. Г. Хома-Могильська // Доп. НАН України. — 2012. — № 2. — С. 25–29.
10. Хома Н. Г. Умови існування 2π-періодичного гладкого розв'язку квазілінійного рівняння гіперболічного типу / Н. Г. Хома, С. Г. Хома-Могильська, Л. Г. Хохлова // Вісник Запорізького національного університету. — 2016. — № 1. — С. 257–264.

The boundary value problem without initial conditions for linear hyperbolic equations of second order $u_{tt} - a^2 u_{xx} = cu$, $c = const$, $0 \le x \le \pi$, $0 \le t \le T$, $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$ is considered. The formal solution to the said problem as the solution of the integral equation $u(x,t) = \frac{1}{2a}\int_{at-x}^{at+x} \mu(\alpha)d\alpha + \frac{c}{2a}\int_0^t d\tau \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} u(\xi,\tau)d\xi$ is obtained.

Key words: *operator, class of function, boundary–value problem without initial conditions, hyperbolic equation of second order, integral equation.*

Отримано: 19.05.2017

ЗМІСТ

Абрамчук В. С., Абрамчук І. В.
Оптимізаційні методи розв’язування систем $A\vec{x} = \vec{b}$
з погано зумовленими матрицями 5

Бак С. М.
Існування стоячих хвиль в дискретному нелінійному рівнянні
Шредінгера з кубічною нелінійністю на двовимірній ґратці.............. 21

Bohaienko V. O.
Multiagent Heuristic Algorithms for Solving Problems
of Slope Reinforcement Parameters Optimization 30

Геселева К. Г.
Колокаційно-ітеративний метод розв’язування лінійних
інтегро-функціональних рівнянь 41

Gromyk A. P., Konet I. M., Pylypiuk T. M.
Hyperbolic Boundary Value Problem for Semibounded
Piecewise-Homogeneous Solid Cylinder 48

Гудима У. В., Гнатюк В. О.
Критерії екстремальної послідовності для задачі найкращого
у розумінні опуклої функції наближення фіксованого
елемента опуклою множиною 59

Yeleyko Ya. I., Buhrii N. V.
The Convergence Rate of the Third and the Fourth Moments.................. 72

Кадырова С. Ш., Мансимов К. Б.
Об оптимальности особых в смысле принципа
максимума понтрягина управлений в одной задаче
управления системами типа Россера.. 80

Клименко В. А., Білоус Д. О.
Моделювання теплового поля пластини
під впливом рухомого джерела тепла 92

Літовченко В. А., Унгурян Г. М.
Простори типу S елементів обмеженої гладкості 104

Мансимов К. Б., Рамазанова Г. Ш.
Линеаризованного типа необходимое условие оптимальности
в дискретных системах типа Форназини–Маркезини 120

Мороз В. В.
Крайова задача з м'якими межами для рівнянь параболічного типу з операторами Бесселя-Лежандра-Ейлера 128

Петрова Т. О., Петрова І. Л.
Про поточкові інтерполяційні оцінки опуклого наближення функцій, що мають дробову похідну довільного порядку 145

Семчишин Л. М., Алілуйко А. М., Марценюк Є. О.
Застосування динамічних міжгалузевих моделей 151

Сидоров М. В.
Метод двобічних наближень розв'язання задачі Діріхле для нелінійного рівняння теплопровідності 157

Сорич В. А., Сорич Н. М.
Сумісне наближення класів згорток з ядрами Пуассона сумами Фур'є в метриці простору L_p 167

Хохлова Л. Г., Хома-Могильська С. Г., Хома Н. Г.
Інтегральне представлення розв'язку однієї крайової задачі без початкових умов 173

Ясинський В. К., Юрченко І. В.
Асимптотика другого моменту розв'язку лінійного автономного стохастичного рівняння в частинних похідних із зовнішними випадковими збуреннями 181

Відомості про авторів 193

Алфавітний покажчик авторів 197