

програму, яка створила 3-Д модель фрагменту білка з чотирьох амінокислот. Кирило самостійно обрав для себе мету та інструменти для її досягнення. ШІ навчив його необхідній мові програмування, допоміг писати програму. Творчі горворчихизонти Кирила розширювались в ході виконання проекту, який поглинув його на півроку, і дав можливість повністю перенавчитись основам біології і програмуванню. За словами самого Кирила після отримання проміжного результату проекту, він по-новому подивився на біологію, хімію і інформатику і, головне, знає, що своє майбутнє пов'яже з біоінформатикою.

Такі приклади надихають учителя та учнів на творчу взаємодію з ШІ, використання його з метою саморозвитку та продукування цікавих проєктів та ідей. І за також взаємодією майбутнє!

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Природничі науки. Інтегрований природничий курс / укладач В. Ф. Бак. Дніпро: ТОВ «Домінанта Прінт»; Всеукраїнська культурно-освітня Асоціація гуманної педагогіки; Дніпропетровська академія музики ім. М. Глінки, 2020. 155 с.

ОСОБЛИВОСТІ ЗАДАЧ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ

Бакай Володимир Любомирович

магістрант спеціальності Середня освіта (Інформатика), Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка

bakay.volodymyr@gmail.com

Грод Інна Миколаївна

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри інформатики та методики її навчання, Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка

grodin@tnpu.edu.ua

Проблема формування представлень про моделювання знайшла своє відображення в сучасних державних освітніх стандартах базової загальної та середньої освіти шляхом визначення відповідних освітніх результатів у предметній галузі «Математика та інформатика». Таким чином, для рівня базової загальної освіти вказані вимоги до розвитку навичок моделювання реальних ситуацій мовою математики, а також навичок вивчення сконструйованих моделей і розв'язання відповідних практичних проблем. А для середньої загальної освіти вказується необхідність володіння досвідом розробки і застосування математичних і комп'ютерних моделей для вивчення реальних процесів. Ці навички є невід'ємною частиною підготовки фахівців, здатних розв'язувати завдання, поставлені перед сучасною наукою.

«У традиційній методиці навчання предметів природничо-математичного циклу виконання завдань розглядається як метод навчання і як засіб закріплення теоретичного матеріалу, розвитку мислення і творчих здібностей» [1].

Моделі, що використовуються в математиці, можна класифікувати за різними критеріями. Наприклад, у теорії менеджменту вивчаються моделі оптимізації, метою яких є максимізація або мінімізація певного критерію, визначеного на заданому наборі допустимих альтернатив.

«У підготовці вчителя важливий діяльнісний аспект, коли на практиці освоюють педагогічні технології і методичні прийоми» [2].

Пошук альтернативи, що відповідає критеріям, називається проблемою вибору. Такі задачі вивчаються протягом усього шкільного курсу математики, починаючи з початкової школи, де учням пропонують розв'язувати найпростіші дискретні задачі, наприклад, вибір вмісту кошика для їжі, і закінчуючи складними задачами дослідження неперервних функцій за допомогою похідної за наявності обмежень на область визначення.

Розглянемо деякі проблеми оптимізації підвищеного рівня складності, які можна запропонувати учням старших класів.

Задачі оптимізації з параметром починають розглядатися на курсі алгебри 9-го класу під час вивчення квадратичної функції. Для їх розв'язання використовують або графічний метод, або аналітичні формули дискримінанта, коренів квадратного рівняння, вершини параболи тощо.

Приклад 1. При якому значенні a сума квадратів коренів рівняння $x^2 + ax + a - 2 = 0$ буде приймати найменше значення?

Слід зазначити, що вимога мінімізації критерію, рівного сумі квадратів коренів даного рівняння, визначає цю задачу як задачу оптимізації.

З початком вивчення похідної функції у старших класах середньої школи, в підручниках всіх авторів також з'являються задачі високого рівня складності, в яких пропонується досліджувати поведінку функції в залежності від значень невідомих числових коефіцієнтів, параметрів.

Приклад 2. При яких значеннях a функція $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 27x - 5$ має єдину стаціонарну точку?

Приклад 3. Знайти всі значення b , при яких похідна функції $f(x) = \sin 2x - 8(b + 2)\cos x - (4b^2 + 16b + 6)x$ від'ємна на всій числовій прямій.

Зазначимо, що здебільшого запропоновані завдання зводяться до вивчення квадратних функцій, властивості яких добре відомі, а методи розв'язання на цьому етапі навчання є стандартними. Крім того, серед завдань із параметром, є певна кількість задач, які є або оптимізаційними, або використовують оптимізаційні методи для їх розв'язання.

Приклад 4. Знайти, при яких невід'ємних значеннях a функція $f(x) = 3ax^4 - 8x^3 + 3x^2 - 7$ на відрізку $[-1; 1]$ має рівно одну точку мінімуму.

Приклад 5. Знайти всі значення a , при кожному з яких найменше значення функції $f(x) = ax - a - 1 + |x^2 - 4x + 3|$ менше (-2) .

Звісно, використання методів теорії оптимізації та апарату вищої математики з розширенням розмірності простору дозволяє більш-менш розв'язувати такі задачі, але такі методи не вивчаються на шкільному рівні. Крім того, деякі задачі оптимізації з параметром можна розв'язувати елементарними методами, що робить їх розв'язання простим і зрозумілим для школярів. Обмежена кількість навчального матеріалу, пов'язаного з параметричними завданнями, зокрема з задачами оптимізації, вимагає збільшення обсягу задач параметричної оптимізації, доступних для розв'язання у середній школі, наприклад, на додаткових заняттях.

Розглянемо задачу параметричної оптимізації, яку можна запропонувати школярам, що знають властивості степеневих функцій, володіють навичками знаходити раціональні корені многочленів і використовувати похідні для дослідження функцій з метою закріплення цих навичок.

Необхідно дослідити функцію

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}(2a - 3)x^3 - \frac{1}{2}(a - 1)^2x^2 + (2a^3 - 7a^2 + 8a - 3)x + 1$$

на екстремум, де a – це дійсне число.

Розв'язання. Перш ніж шукати похідну і прирівнювати її до нуля, слід звернути увагу на те, що задана функція є степеневою функцією четвертого степеня, визначеною на всій числовій прямій, є неперервною, і $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$. Це означає, що на проміжку $(-\infty; b)$ функція буде спадати, а на проміжку $(c; +\infty)$ – зростати, де b і c – деякі числа. А значить, ця функція буде мати хоча би одну точку мінімуму при будь-якому значенні параметра a .

Похідну заданої функції легко знайти і вона має вигляд:

$$f'(x) = x^3 - (2a - 3)x^2 - (a^2 - 2a + 1)x + 2a^3 - 7a^2 + 8a - 3$$

Для пошуку стаціонарних точок необхідно знайти корені отриманого многочлена з параметричними коефіцієнтами. Загалом, цей тип задачі досить складний, але в цьому прикладі припускається, що заданий многочлен можна розкласти на множники, не розв'язуючи кубічного рівняння загального виду. Оскільки старший коефіцієнт представленого многочлена дорівнює одиниці, то можна спробувати шукати його корені серед дільників вільного члена, для чого спочатку необхідно розкласти і вільний член на множники.

Розглянемо вільний член многочлена і розкладемо його на множники. Для цього введемо многочлен $g(a) = 2a^3 - 7a^2 + 8a - 3$. Усі його раціональні корені належать до набору чисел: $\left\{-1; -3; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 3; 1\right\}$. Перевіряючи ці числа простою підстановкою, отримаємо: $g(a) = 2(a - 1)^2 \left(a - \frac{3}{2}\right) =$

$= (a - 1)^2(2a - 3)$. Будемо шукати корені похідної $f'(x)$ на множині чисел: $\{-(a - 1); -(2a - 3); (a - 1); (2a - 3)\}$. Скористаємося методом групування:

$$\begin{aligned} f'(x) &= x^3 - (2a - 3)x^2 - (a - 1)^2x + (a - 1)^2(2a - 3) = \\ &= x^2(x - (2a - 3)) - (a - 1)^2(x - (2a - 3)) = \\ &= (x^2 - (a - 1)^2)(x - (2a - 3)) = (x + (a - 1))(x - (2a - 3)). \end{aligned}$$

Отримаємо такі стаціонарні точки: $x_1 = a - 1$; $x_2 = -a + 1$; $x_3 = 2a - 3$.

Якщо ці точки різні, то отримаємо три різні корені многочлена третього степеня, в цих точках похідна функції буде міняти свій знак. З урахуванням спадання функції на інтервалі до нуля, і зростання на інтервалі після нуля, функція має дві точки мінімуму і одну точку максимуму. Виділимо випадки кратних коренів похідної. Можливі наступні варіанти: $x_1 = x_2$; $a - 1 = -a + 1$; $a = 1$; $x_1 = x_3$; $a - 1 = 2a - 3$; $a = \frac{4}{3}$; $x_2 = x_3$; $-a + 1 = 2a - 3$; $a = 2$. При $a \in \{1; \frac{4}{3}; 2\}$ функція має одну точку екстремуму – точку мінімуму; в інших випадках функція має три точки екстремуму: дві точки мінімуму і одну точку максимуму.

Моделі оптимізації описують широкий спектр прикладних задач і використовуються в інженерії, військовій справі, економіці та багатьох інших сферах людської діяльності, перебуваючи на перетині математики й інформатики.

Також слід приділяти увагу розв'язванню практичних задач на шкільному рівні, пов'язаних із пошуком найкращого набору параметрів у галузі хімії, фізики, інформатики, інженерії, економіки, біології, які можна розглядати в рамках проєктної діяльності в різних дисциплінах.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. А.Вельгач, І.Грод. Використання професійно орієнтованих завдань у вивченні інформаційних технологій у педагогічних вищих навчальних закладах. Наукові записки. Серія: Педагогіка. 2021. №1. С. 14–24.
2. Hodgson V., Watton E., Ralph N/ A practical action perspective and understanding on becoming a networked learning educator // Proceedings of the 10th International Conference on Networked Learning 2016, Edited by: Crammer S, Dohn NB, de Laat M, Ryberg T & Sime JA. P. 405–413.