

**Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний педагогічний університет
імені Володимира Гнатюка**

**Фізико-математичний факультет
Кафедра математики та методики її навчання**

Кваліфікаційна робота

**ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ІГОР У ПРОЦЕСІ ФОРМУВАННЯ
АНАЛІТИЧНОГО МИСЛЕННЯ ШКОЛЯРІВ**

**Спеціальність 014 Середня освіта
Освітня програма Середня освіта (Математика, фізика)**

Здобувача вищої освіти освітньо-
кваліфікаційного рівня «магістр»
Петрів Михайла Ярославовича

НАУКОВИЙ КЕРІВНИК:
доктор філософії зі спеціальності
«Математика»
Біланик Ірина Богданівна

РЕЦЕНЗЕНТ:
кандидат педагогічних наук,
доцент кафедри математики
Кам'янець-Подільського національного
університету імені Івана Огієнка
Сморжевський Юрій Людвігович

Тернопіль – 2025

АНОТАЦІЯ

Петрів М. Я. Елементи теорії ігор у процесі формування аналітичного мислення школярів. Кваліфікаційна робота на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня «магістр» зі спеціальності 014 Середня освіта. ТНПУ ім. В. Гнатюка. Тернопіль, 2025. 48 с.

У магістерській роботі проаналізовано теорію ігор як міждисциплінарну концепцію та її математичні основи з позицій використання у шкільній освіті, обґрунтовано ключові характеристики теорії ігор для розвитку аналітичного мислення школярів, розроблено та апробовано форми впровадження ігрових стратегій на прикладі гри «Битва статей», створено навчальні завдання та досліджено їх ефективність для формування аналітичного мислення учнів.

Ключові слова: теорія ігор, аналітичне мислення, гра «Битва статей», педагогічний інструмент, шкільна освіта, математичне моделювання.

ABSTRACT

Petriv M. Elements of Game Theory in the Process of Forming Students' Analytical Thinking. Master's thesis for the MA degree in the specialty 014 Secondary Education. Ternopil Volodymyr Hnatiuk National Pedagogical University. Ternopil, 2025. 48 p.

The master's thesis analyzes game theory as an interdisciplinary concept and its mathematical foundations from the perspective of use in school education, substantiates the key characteristics of game theory for the development of students' analytical thinking, develops and tests forms of implementing game strategies using the “Battle of the Sexes” game, creates educational tasks and investigates their effectiveness in forming students' analytical thinking.

Key words: game theory, analytical thinking, “Battle of the Sexes” game, pedagogical tool, school education, mathematical modeling.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРІЇ ІГОР У ШКІЛЬНІЙ ОСВІТІ.....	7
1.1. ТЕОРІЯ ІГОР ЯК МІЖДИСЦИПЛІНАРНА НАУКОВА КОНЦЕПЦІЯ.....	7
1.2. МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ ІГРОВИХ МОДЕЛЕЙ.....	11
1.3. ТЕОРІЯ ІГОР ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ АНАЛІТИЧНОГО МИСЛЕННЯ ШКОЛЯРІВ.....	16
1.4. ОСВІТНІЙ ПОТЕНЦІАЛ ІГРОВИХ СТРАТЕГІЙ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ.....	19
РОЗДІЛ 2 ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ГРИ «БИТВА СТАТЕЙ» У КОНТЕКСТІ ШКІЛЬНОГО НАВЧАННЯ.....	24
2.1 ДИЛЕМА «БИТВА СТАТЕЙ»: МОДЕЛЬ, СТРАТЕГІЧНИЙ ЗМІСТ І ПЕДАГОГІЧНА ІНТЕРПРЕТАЦІЯ.....	24
2.2 ОРГАНІЗАЦІЯ ТА АНАЛІЗ ГРИ «БИТВА СТАТЕЙ» НА УРОЦІ МАТЕМАТИКИ.....	27
2.3 СИСТЕМА НАВЧАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ НА ОСНОВІ ГРИ «БИТВА СТАТЕЙ».....	31
ВИСНОВКИ.....	39
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	41
ДОДАТКИ.....	46

ВСТУП

Сучасна освіта орієнтована не лише на засвоєння учнями системи знань, а й на розвиток ключових компетентностей, серед яких особливе місце займає аналітичне мислення. Уміння аналізувати ситуації, порівнювати альтернативи, прогнозувати наслідки та приймати обґрунтовані рішення є необхідними навичками для успішної соціалізації школярів у швидкозмінному інформаційному суспільстві. У зв'язку з цим актуальним є пошук ефективних педагогічних інструментів, що сприяють розвитку аналітичного мислення в процесі навчання.

Одним із перспективних напрямів у цьому контексті є використання елементів теорії ігор. Теорія ігор, що виникла на стику математики, економіки, психології та соціології, досліджує процеси прийняття рішень у ситуаціях взаємодії кількох учасників із різними інтересами. Її математичний апарат дозволяє формалізувати конфліктні та кооперативні ситуації, аналізувати стратегії поведінки гравців і прогнозувати можливі результати. У шкільній освіті елементи теорії ігор можуть слугувати ефективним засобом активізації пізнавальної діяльності учнів, розвитку логічного та критичного мислення, формування навичок аргументації та аналізу.

Актуальність даної роботи зумовлена також тим, що, незважаючи на значну кількість досліджень з теорії ігор у вищій школі та наукових працях з економіки й математики, питання її системного використання як педагогічного інструменту в загальноосвітніх закладах залишається недостатньо опрацьованим. Особливої уваги потребує розробка доступних для школярів форм подання ігрових моделей, а також методик їх упровадження у навчальний процес з урахуванням вікових особливостей учнів. Таким чином, існує суперечність між потенціалом теорії ігор як засобу розвитку аналітичного мислення та обмеженістю практичних методичних розробок для її використання у школі, що й визначає актуальність обраної теми.

Об'єктом дослідження є процес формування аналітичного мислення у школярів.

Предметом дослідження є використання елементів теорії ігор як педагогічного інструменту для розвитку аналітичного мислення у школярів.

Метою роботи є розробка та обґрунтування методики використання елементів теорії ігор у навчальному процесі для розвитку аналітичного мислення школярів.

Для досягнення поставленої мети у кваліфікаційній роботі передбачено розв'язання таких завдань:

- проаналізувати теорію ігор як міждисциплінарну концепцію та її математичні основи з позицій можливостей використання у шкільній освіті;
- обґрунтувати, яким чином ключові характеристики теорії ігор сприяють розвитку аналітичного мислення школярів;
- розробити та апробувати форми впровадження ігрових стратегій у навчальний процес на прикладі гри «Битва статей»;
- створити навчальні завдання та дослідити їх ефективність.

У процесі виконання роботи використовувалися такі методи дослідження: аналіз і синтез науково-методичної літератури з педагогіки, психології та теорії ігор – для обґрунтування теоретичних засад дослідження; порівняння та узагальнення – для визначення педагогічних можливостей ігрових стратегій; моделювання – для побудови ігрової ситуації «Битва статей»; педагогічне спостереження та елементи експериментального дослідження – для оцінювання впливу запропонованих завдань на розвиток аналітичного мислення учнів.

Наукова новизна роботи полягає в обґрунтуванні доцільності використання гри «Битва статей» як навчального інструменту для розвитку аналітичного мислення школярів.

Практичне значення отриманих результатів полягає у можливості використання розробленої методики у процесі викладання математики в закладах загальної середньої освіти, а також у позакласній та гуртковій роботі. Запропоновані навчальні завдання можуть бути адаптовані для різних вікових груп і рівнів підготовки учнів.

Особистий внесок автора полягає в розробці навчальних завдань на основі гри «Битва статей».

Кваліфікаційна робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Робота містить 40 сторінок основного тексту, 7 рисунків, 1 таблиця та 1 додаток. Список використаних джерел налічує 33 найменувань.

РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРІЇ ІГОР У ШКІЛЬНІЙ ОСВІТІ

1.1. Теорія ігор як міждисциплінарна наукова концепція

Теорія ігор – це наука про математичне моделювання прийняття рішень у конфліктних та кооперативних ситуаціях, в яких результат залежить від одночасних чи послідовних рішень кількох раціональних гравців. Вона унікально поєднує знання з математики, економіки, політології, соціології, біології та інформатики і дає можливість формалізувати та аналізувати складні взаємодії в суспільстві, природі й техніці.

Теорія ігор посідає важливе місце у сучасній міждисциплінарній науці, оскільки вона поєднує математичний апарат, економічні моделі, психологічні концепції та підходи до аналізу соціальної взаємодії. Як зазначає John von Neumann у співпраці з Oskar Morgenstern, теорія ігор є «строгою математичною моделлю поведінки раціональних агентів у ситуаціях конфлікту та співпраці» [32]. У своїй фундаментальній праці «Theory of Games and Economic Behavior» вони розглядають гру як формалізовану структуру, що описує множину гравців, їхні стратегії та відповідні виграші. Саме ця робота стала підґрунтям для подальшого розвитку теорії ігор як окремого напрямку математичної науки.

Подальший розвиток концептуальних основ пов'язують із дослідженнями John Nash, який запропонував поняття рівноваги у стратегічній взаємодії. На думку Неша, рівновага у грі досягається тоді, коли жоден гравець не може підвищити свій виграш односторонньою зміною стратегії [10]. Цей підхід став ключовим для аналізу ситуацій, у яких гравці взаємозалежні та змушені враховувати можливу поведінку інших. Поняття рівноваги Неша широко використовується у сучасній економічній теорії, поведінкових науках та освітньому моделюванні.

Рівновага Неша – це набір стратегій (по одній для кожного гравця), у якому жоден гравець не має стимулу змінювати свою стратегію односторонньо, якщо інші не змінюють свої (рис.1.1).

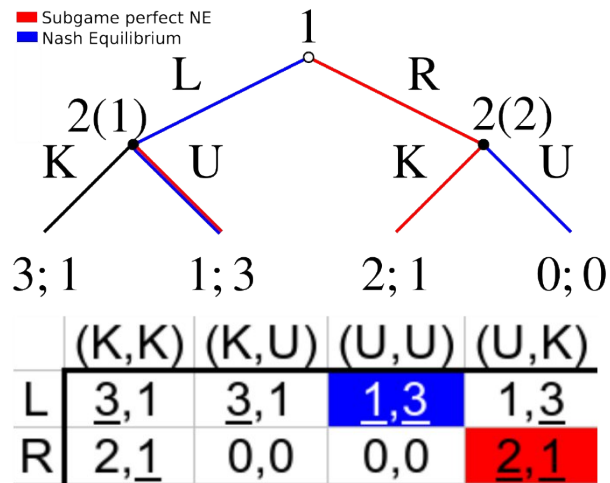


Рис. 1.1 Рівновага Неша

Ця концепція є ключовою в теорії ігор і застосовується для моделювання поведінки в різних стратегічних ситуаціях, від економіки до соціальних наук і повсякденного життя. Рівновага Неша може існувати як у вигляді чистих стратегій (однозначний вибір кожного гравця), так і у вигляді змішаних стратегій, де гравець випадковим чином обирає стратегії з певними ймовірностями [11].

Отже, формальна нерівність представлена у формулі (1.1):

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*) \quad (1.1)$$

означає, що виграш гравця i , який обрав стратегію s_i^* разом з іншими гравцями, які обрали стратегії s_{-i}^* , не буде гіршим, якщо він спробує вибрати іншу стратегію s_i , при умові, що інші гравці залишають свої стратегії незмінними [10].

Цей концепт показує, що існують «стійкі» рішення – не обов’язково оптимальні у глобальному сенсі, але стабільні в умовах взаємодії. У шкільному контексті він дає потужну педагогічну метафору: учні можуть навчитися прогнозувати, як вибір одного впливає на інших, і шукати рішення, які витримують взаємодію, а не тільки максимізують індивідуальну вигоду.

У подальших роботах дослідників сформовано детальніший опис структури ігор. Наприклад, Roger B. Myerson визначає гру в нормальній формі

як систему стратегічного вибору, у якій кожен гравець має множину можливих дій, а наслідки цих дій представлені у вигляді функції корисності [24]. Саме таке формальне означення є базою для математичної репрезентації стратегічних рішень. Модель у нормальній формі дає змогу представити стратегічну ситуацію у вигляді матриці, де визначено всі можливі комбінації стратегій гравців та їхні виплати.

У випадках, коли стратегічна взаємодія має послідовний характер, використовується розширена форма гри. Дерево гри – це графічне подання гри у вигляді дерева, де вершини символізують моменти прийняття рішень (ходи гравців), а ребра — можливі варіанти дій, які гравці можуть обрати на кожному кроці [3]. Корінь дерева позначає початок гри, а кожна гілка показує, як послідовність виборів веде від одного стану до іншого аж до кінцевих результатів із визначеними виграшами для кожного гравця. Таке подання дозволяє наочно відобразити часову послідовність ходів та інформаційні умови, а також застосувати метод зворотної індукції для знаходження оптимальних стратегій [2].

Robert Gibbons підкреслює, що дерево гри дозволяє відобразити часову структуру прийняття рішень, інформаційні множини та можливість застосування зворотної індукції [19]. Згідно з його підходом, вершини дерева репрезентують моменти вибору, ребра – можливі дії, а кінцеві вершини – результати гри (рис. 1.2). Така модель є важливою для педагогічної практики, адже надає учням наочні засоби аналізу складних задач.

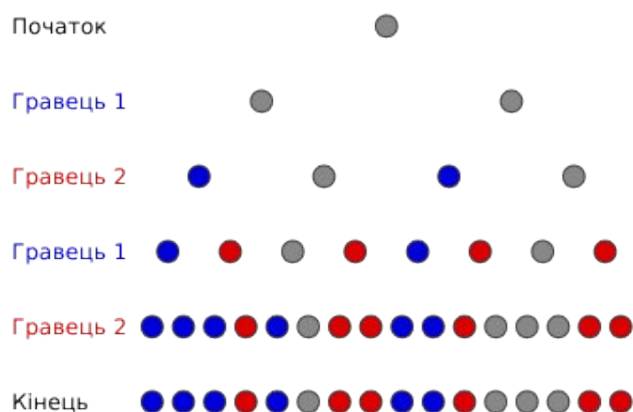


Рис. 1.2 Дерево гри

Інший аспект міждисциплінарності теорії ігор підкреслює Herbert Gintis, який зазначає, що теорія ігор є універсальною мовою дослідження стратегічної поведінки в біології, економіці, соціології й освіті [20]. На його думку, завдяки формалізованому підходу теорія ігор дозволяє описувати як раціональні, так і поведінкові, еволюційні та навчальні процеси. Це робить її фундаментальною основою для досліджень аналітичного мислення.

У педагогічному контексті стратегічні моделі розглядаються як засіб розвитку когнітивних умінь учнів. James P. Gee у своїх роботах зазначає, що ігрові моделі, засновані на стратегічному виборі, сприяють формуванню системного та логічного мислення, оскільки «вимагають аналізувати структуру ситуації, передбачати наслідки рішень і оцінювати альтернативи» [18]. Включення елементів теорії ігор у навчальний процес забезпечує синергію між математичною логікою та практичним мисленням.

З точки зору дидактики математики, важливим є зв'язок теорії ігор із шкільними темами. Як зазначає George Pólya, будь-який процес розв'язування задачі є послідовністю стратегічних кроків [29]. Таким чином, формальний апарат теорії ігор може бути інтегрований у процес формування навичок аналізу, оцінювання альтернатив, побудови стратегій розв'язання задач. Це робить її органічною частиною навчання математики, інформатики та економіки.

У сучасних дослідженнях освітнього спрямування A. Dixit, S. Skeath, акцент робиться на тому, що теорія ігор дозволяє моделювати ситуації вибору та взаємодії між учнями, що сприяє розвитку комунікативних, логічних і аналітичних здібностей. Дослідники зазначають, що ігрові моделі можуть бути адаптовані до різних вікових груп, що забезпечує широкі можливості для шкільної освіти [16].

Отже, відповідно до зазначених авторів, теорія ігор є не лише математичною дисципліною, але й важливою міждисциплінарною платформою, яка забезпечує можливості для розвитку стратегічного та аналітичного мислення в учнів. Її моделі дозволяють формалізувати процес прийняття рішення,

забезпечують інструменти для аналізу альтернатив і сприяють глибшому розумінню складних взаємодій.

1.2. Математичні основи ігрових моделей

У науковій літературі останніми роками простежується стійке зростання уваги до використання ігрових моделей як засобу формування аналітичного мислення учнів середнього та старшого шкільного віку. Аналітичне мислення розглядають як здатність суб'єкта структурувати інформацію, логічно оцінювати ситуацію, виявляти причинно-наслідкові зв'язки та будувати оптимальні рішення в умовах обмеженої чи неповної інформації — свідомий, поетапний когнітивний процес, спрямований на структуроване опрацювання даних, що спирається на принципи цілеспрямованості, системності, об'єктивності та повноти.

У класичних психологічних теоріях Ж. Піаже, Дж. Брунер аналітичне мислення визначається як рівень когнітивного розвитку, що характеризується здатністю до абстрагування й формування логічних операцій. Ж. Піаже у праці «The Child's Conception of the World» підкреслює, що підлітковий вік є критичним періодом переходу від конкретних операцій до формальних, що відкриває можливість роботи з моделями, символами й абстракціями [27].

Українські дослідники також звертають увагу на багатовимірність аналітичного мислення: О. Боровець наголошує, що аналітичні операції формуються лише в активній навчальній діяльності, яка вимагає зіставлення та перетворення інформації [4]. О. Пометун зазначає, що воно складається з умінь аналізувати, інтерпретувати та оцінювати дані в ситуації проблемного вибору [8]. Праці підкреслюють прояв аналітичних навичок у обробці даних, логічній побудові рішень і моделюванні ситуацій, що робить теорію ігор особливо релевантною.

У зарубіжній літературі аналітичне мислення часто розглядають через призму когнітивних моделей. Р. Стернберг описує аналітичну складову інтелекту як уміння виокремлювати структуру ситуації, аналізувати елементи

задачі та перевіряти гіпотези [31]. Р. Майєр наголошує, що аналітичні навички найкраще формуються в діяльності з активним конструюванням знань — зокрема в умовах симуляцій, ігор і моделей. Таким чином, попри різні акценти — на методологічних засадах, когнітивних операціях чи практичних навичках — дослідники сходяться на тому, що аналітичне мислення є базовою компетентністю для ефективного навчання та прийняття рішень у складних ситуаціях [23].

Ігрові моделі, зокрема математичні ігри, природно охоплюють усі компоненти аналітичного мислення. Відповідно до теорії ігор, яку розробили Дж. фон Нейман і О. Моргенштерн у фундаментальній праці «Theory of Games and Economic Behavior», будь-яка гра являє собою структуру прийняття рішень, де учасники аналізують стратегії, прогнозують дії супротивників і визначають оптимальні варіанти поведінки. Дж. Неш у роботі «Non-Cooperative Games» показав, що навіть у простих ігрових моделях учасники змушені будувати логічні припущення, оцінювати наслідки й формувати оптимальні стратегії — тобто виконувати ті операції, які є суттю аналітичного мислення [25]. Р. Ауманн у дослідженнях повторюваних ігор продемонстрував, що аналітичні навички розвиваються через необхідність оцінювати динамічні зміни системи й передбачати поведінку інших учасників [33].

Українські науковці також використовують теорію ігор як інструмент розвитку логічних і аналітичних умінь. В. Письменний підкреслює, що математичні ігри стимулюють розвиток стратегічного мислення, оскільки учень має порівнювати альтернативи, передбачати наслідки дій і будувати оптимальні рішення [9]. Л. Ковальчук у працях з інформаційних технологій навчання наголошує, що ігрові моделі створюють середовище логічного експериментування, яке дає змогу учню випробовувати гіпотези в безпечних умовах [6]. О. Сікора та Р. Пазюк у своїй роботі показують, що задачі з теорії ігор з високою ефективністю формують вміння працювати в умовах невизначеності, аналізувати ризики й оцінювати ймовірності [12].

Особливу увагу в дослідженнях приділено віковим особливостям учнів 10–18 років. Ж. Піаже довів, що приблизно з 11–12 років у дітей формується здатність до формально-логічного мислення, що дозволяє їм працювати з абстрактними моделями. Д. Ельконін у своїй концепції провідних видів діяльності стверджував, що підлітки найбільш активно розвивають аналітичні здібності в умовах інтелектуальної гри, де є елемент змагання й необхідність планування.

З позицій вікової психології учнів 10–12 років характеризує перехід від конкретних операцій до абстракцій, тому вони здатні розв'язувати прості стратегічні задачі, що передбачають порівняння варіантів і вибір оптимальної дії. Учні 13–15 років уже здатні працювати з багатокроковими моделями, прогнозувати поведінку інших учасників, аналізувати ризики. Старшокласники (16–18 років) можуть оперувати складними ігровими структурами, такими як ігри з неповною інформацією, багаторівневі стратегії, еволюційні моделі.

Задачі теорії ігор, які використовують у навчанні, природно охоплюють такі когнітивні операції: декомпозицію проблеми, аналіз альтернатив, формулювання гіпотез, оцінку ймовірностей, оптимізацію рішень, рефлексію власних дій. Матричні ігри формують здатність порівнювати стратегії й знаходити оптимальні рішення. Ігри з неповною інформацією розвивають уміння працювати з ризиком і невизначеністю. Послідовні ігри тренують здатність мислити алгоритмічно. Коаліційні моделі — уміння оцінювати інтереси груп і будувати логічні аргументи.

Переваги ігрових математичних моделей над традиційними методами навчання підтверджуються численними дослідженнями. Вчені вказують, що такі моделі активізують пізнавальні процеси, підвищують мотивацію та сприяють розвитку рефлексії. Michael B. Horn і Heather Staker у праці «Blended: Using Disruptive Innovation to Improve Schools» підкреслюють, що ігрові та симуляційні моделі інтегруються в цифрове навчальне середовище, створюючи умови для персоналізованого розвитку аналітичних умінь [30]. Charles R. Graham у своїх дослідженнях змішаних моделей навчання наголошує, що ігрові моделі

забезпечують гнучкість і можливість багаторівневої взаємодії учня з навчальним матеріалом [15].

У контексті порівняння ігрових моделей із традиційними методами навчання значна кількість українських і зарубіжних дослідників наголошує на низці переваг, що робить ігрові математичні моделі особливо ефективними для формування аналітичного мислення. Н. Бірук, О. Кривонос, А. Торгонська та О. Яценко у своїх працях з цифрової педагогіки підкреслюють, що ігрові моделі створюють більш високу інтенсивність когнітивної діяльності, ніж традиційні лекційно-репродуктивні методи, оскільки вимагають від учня не лише відтворення знань, а й активного їх застосування, ухвалення рішень та аналізу наслідків. У своїй статті про розвиток інформаційно-цифрової компетентності школярів вони зазначають, що ігрові сценарії стимулюють внутрішню мотивацію та дозволяють учням бачити практичний сенс математичних операцій [7].

М. Жалдак, аналізуючи способи підвищення якості математичної підготовки, наголошував, що традиційна система, побудована на механічному розв'язуванні задач, часто не формує глибокого розуміння логічних структур, тоді як ігрові моделі природно ставлять учня у ситуацію необхідності обирати між альтернативами та оцінювати їх ефективність. На його думку, головною перевагою ігрових моделей є те, що учень сам конструює рішення, а не відтворює шаблон, що значно підвищує рівень аналітичності мислення.

Зарубіжні автори також активно порівнюють ефективність ігрових підходів із традиційними методами. Michael B. Horn та Heather Staker підкреслюють, що традиційні методи мають лінійну структуру: учень отримує інформацію, виконує вправи, проходить перевірку. Натомість ігрові моделі створюють нелінійне, багаторівневе навчальне середовище, де учень має сам обирати стратегії, експериментувати та аналізувати результати. Така структура, на думку авторів, формує «стійкі аналітичні патерни мислення», тоді як традиційне навчання — переважно репродуктивні [30].

Цікавими є висновки Charles R. Graham, який досліджував змішані освітні моделі. Він зазначає, що ігрові математичні моделі мають три ключові переваги над традиційними [15]:

1. забезпечують високий рівень взаємодії учня з матеріалом,
2. дозволяють моделювати реальні ситуації, які неможливо відтворити методами пояснення чи демонстрації,
3. формують здатність до рефлексивного аналізу — перегляд власних рішень і пошук помилок.

Традиційна система, за Гремом, переважно зосереджується на передачі знань, тоді як ігрові моделі переводять увагу на спосіб мислення.

Р. Майєр у своїй мультимедійній когнітивній теорії підкреслює, що традиційне навчання часто перевантажує учня інформацією, не надаючи достатніх можливостей для її обробки, тоді як ігрові моделі «дозволяють учню самостійно організовувати інформаційні потоки», що сприяє розвитку аналітичного мислення за рахунок активної участі у процесі.

Отже, головними перевагами ігрових математичних моделей над традиційними методами, за висновками науковців, є такі (рис. 1.3):

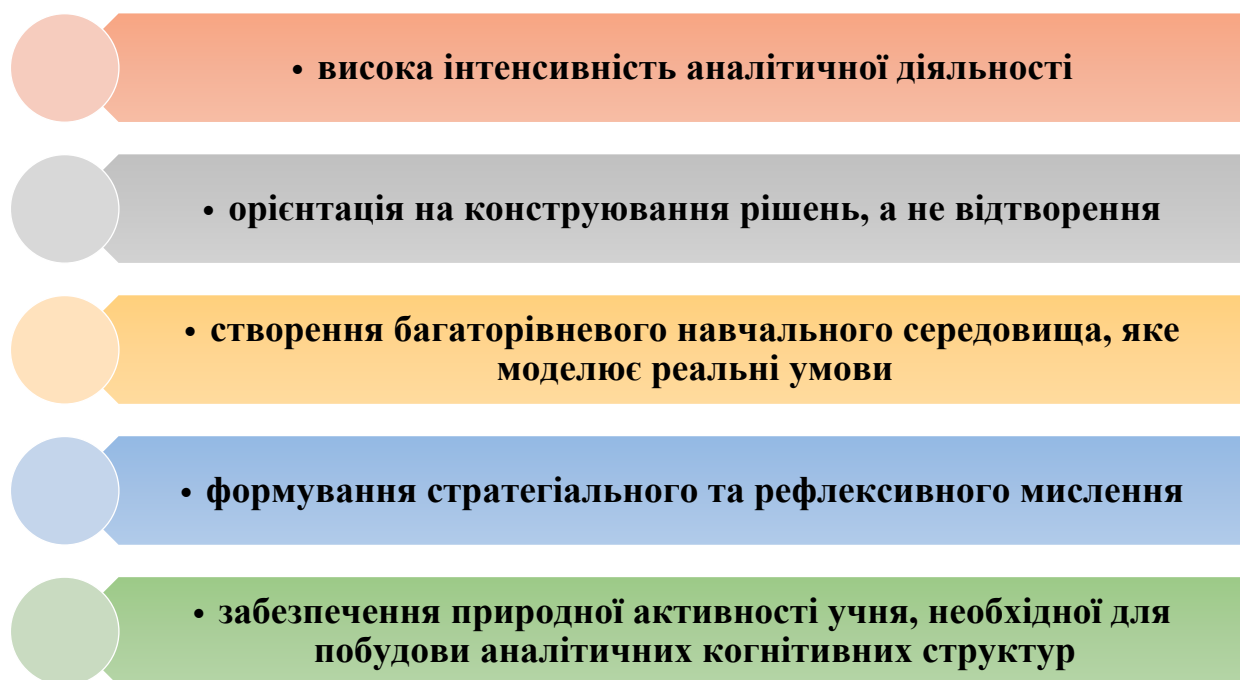


Рис. 1.3 Переваги ігрових механік

Таким чином, аналіз наукових джерел показує, що математичні ігрові моделі є ефективним засобом формування аналітичного мислення учнів 10–18 років, оскільки вони одночасно охоплюють когнітивні, емоційні та соціальні аспекти навчальної діяльності. Вони забезпечують створення проблемних ситуацій, у яких учень має застосовувати логічні операції, прогнозувати наслідки, аналізувати інформацію та будувати оптимальні стратегії. У порівнянні з традиційними методами навчання ігрові моделі значно підвищують рівень активності й залученості, стимулюють розвиток самостійності та рефлексії, створюють умови для більш глибокого засвоєння знань і формування стійких аналітичних умінь.

1.3. Теорія ігор як засіб розвитку аналітичного мислення школярів

Аналітичне мислення є ключовою когнітивною компетентністю, яка забезпечує здатність школярів до раціонального аналізу інформації, виявлення причинно-наслідкових зв'язків, порівняння альтернатив і формування логічно виважених рішень. У психології XX–XXI століття ця здатність розглядається як багатовимірне явище, що охоплює низку інтелектуальних операцій. К. Дункер у праці «The Psychology of Productive Thinking» (1945) підкреслював, що основою аналітичного мислення є перехід від поверхового сприйняття ситуації до її глибинного логічного структурування [17].

Найбільш загальноприйнята структура аналітичного мислення охоплює такі компоненти: аналіз (виокремлення істотних елементів), синтез (поєднання частин у нове цілісне утворення), абстрагування, узагальнення, порівняння, логічне доведення, уміння прогнозувати та будувати гіпотези. Ж. Піаже у працях «The Psychology of Intelligence» [28] і «The Child's Conception of the World» описував розвиток цих операцій як поступовий перехід від конкретних до формальних розумових структур. Зокрема, він зазначав, що здатність до систематичного аналізу й дедукції розвивається не спонтанно, а через досвід розв'язання проблем, де учень має враховувати множинні змінні.

Теорія ігор створює саме такі умови, адже будь-яка ігрова модель передбачає взаємодію стратегій, оцінку ризиків, визначення оптимальних рішень та прогнозування поведінки інших учасників. У фундаментальній праці Дж. фон Неймана і О. Моргенштерна «Theory of Games and Economic Behavior» (1944) зазначено, що кожне ігрове рішення є результатом логічного аналізу структури виграшів і втрат, що стимулює інтелектуальну активність гравця. Для школярів це означає необхідність уважно розглядати можливі ходи, визначати потенційні наслідки, співвідносити їх із поведінкою інших та формувати стратегію, яка максимізує бажаний результат.

На практичному рівні такі ігри, як «Дилема в'язня», «Стадна поведінка», «Координаційна гра», «Битва статей» формують здатність аналізувати не одну, а кілька альтернатив водночас. Учень не просто шукає правильну відповідь — він опрацьовує множинні сценарії, знаходить закономірності, оцінює вигоди та збитки. Це відповідає структурі аналітичного мислення, що аналіз як мисленнєва операція формується через діяльність, орієнтовану на пошук оптимального способу дії.

Прогностичний компонент аналітичного мислення особливо активно розвивається у процесі стратегічних ігор, адже учень змушений моделювати ймовірні дії суперника. Дж. Неш у статті «Equilibrium Points in n-Person Games» (1950) описав принцип рівноваги, який лежить в основі багатьох навчальних моделей. Учень, що працює в такому інтелектуальному середовищі, вчиться аргументовано передбачати наслідки свого вибору. Це сприяє розвитку дедуктивного мислення, вміння будувати логічні ланцюги та аналізувати змінні фактори ситуації [26].

Метакогнітивний компонент аналітичного мислення також формується завдяки повторюваним іграм. Р. Аксельрод у праці «The Evolution of Cooperation» показав, що успішність стратегії залежить не лише від її структурної логіки, але й від здатності гравця рефлексувати власні рішення. У шкільному навчанні це особливо цінно, оскільки учні отримують можливість проаналізувати свої помилки, порівняти стратегії, змінити підхід та усвідомити

закономірності розвитку ігрової ситуації. Така робота формує досвід самоконтролю, планування та стратегічного мислення [14].

Вікові особливості школярів відіграють важливу роль у засвоєнні складних ігрових моделей. Учні 10–12 років, за класифікацією Піаже, знаходяться на етапі конкретних операцій, що означає домінування наочно-образного мислення. У цьому віці найбільш ефективними є спрощені ігрові моделі з малим числом стратегій, які дозволяють потренувати базові розумові операції: порівняння, виділення суттєвих ознак, аналіз дій опонента. У середньому шкільному віці (13–15 років) формується здатність до комбінування, прогнозування та одночасного утримання в пам'яті кількох варіантів розвитку подій. Дослідження К. Фішера підтверджують, що саме в цей період учні починають ефективно оперувати складними моделями стратегічної взаємодії, оскільки вони вже можуть оцінювати наслідки дій на кілька кроків уперед [22].

У старшій школі (16–18 років) учні опановують формальні операції, здатні мислити абстрактно, працювати з математичними структурами та аналізувати системи на рівні закономірностей. Це створює умови для використання складніших моделей — ігор зі змішаними стратегіями, оптимізаційних моделей, рівноваги Неша. Учні цього віку здатні переносити ігрові сценарії на реальні соціальні ситуації, тобто формують не лише логічне, а й практико спрямоване аналітичне мислення.

Переваги застосування теорії ігор у навчанні порівняно з традиційними методами полягають у тому, що ігри створюють умови активного інтелектуального пошуку. На відміну від репродуктивного навчання, де учні виконують завдання за заданим алгоритмом, ігрові моделі вимагають творчої побудови стратегії, оцінювання ризиків та вибору оптимального рішення у ситуації невизначеності. Paul A. Schutz та Krista R. Muis у дослідженнях педагогічної психології підкреслювали, що саме такі форми взаємодії стимулюють внутрішню мотивацію, оскільки учень стає активним суб'єктом власного пізнання. Крім того, теорія ігор забезпечує розвиток комунікативної

компетентності, уміння домовлятися, аргументувати та працювати в умовах конкуренції та кооперації — що практично відсутнє у традиційних методах [21].

Таким чином, теорія ігор є ефективним інструментом розвитку аналітичного мислення школярів, оскільки поєднує логічний аналіз, стратегічне планування, рефлексію та соціальну взаємодію в єдину пізнавальну діяльність. Її використання дозволяє формувати ті компетентності, які є необхідними для сучасного учня: критичне мислення, уміння працювати з інформацією, прогнозувати наслідки та приймати рішення в умовах невизначеності.

1.4. Освітній потенціал ігрових стратегій у шкільному курсі

Освітній потенціал ігрових стратегій у шкільному курсі математики має ґрунтовне теоретичне підґрунтя як у світовій, так і в українській педагогічній традиції. Ідея використання гри як засобу інтелектуального розвитку підкреслювалася в українській педагогіці — у роботах О. Савченко, Н. Бібік та В. Мадзігона, які наголошували на ролі активних форм навчання у стимулюванні пізнавальної діяльності школярів. Застосування елементів теорії ігор у математичній освіті безпосередньо перегукується з дослідженнями українських учених, зокрема С. Витвицької, О. Чорноус, а також праць із математичної дидактики І. Лов'янової, М. Мартиненка та Н. Тарасенкової, де підкреслюється значення моделювання, проблемних ситуацій і діяльнісних підходів.

Сучасні ігрові стратегії, засновані на теорії ігор, дозволяють створювати навчальні моделі, які формують у школярів аналіз альтернатив, уміння прогнозувати поведінку опонента, оцінювати ризики й приймати обґрунтовані рішення. Ці навички є необхідними для опанування тем, пов'язаних із комбінаторикою, теорією ймовірностей, графами, системами рівнянь, оптимізаційними задачами та початками математичного моделювання. На це звертає увагу і український дослідник. Н. Карапузова, Н. Білик, та співавтори у своїй праці підкреслюють, що гра дає можливість учневі діяти в умовах невизначеності, що значно підсилює аналітичні здібності [5].

У шкільному курсі можна виокремити низку ігор, які природно інтегруються в певні математичні теми. Наприклад, гра «Matching Pennies» логічно вписується у вивчення теми «Ймовірності» (8–9 класи) та дозволяє на практичному рівні дослідити рівномовірність, змішані стратегії та закономірності частотних розподілів. Учні можуть проводити серії експериментів і будувати діаграми результатів, що відповідає рекомендаціям українських програм із формування дослідницької компетентності.

Гра «Ультиматум» має прикладний потенціал при вивченні «Функцій» та «Моделювання» у 9–10 класах. Вона дає змогу учням вивчати взаємозв'язок між параметрами та результатом, формувати уявлення про залежності та створювати емпіричні графіки. Аналогічні форми навчання рекомендує Н. Тарасенкова у своїй праці «Компетенізація математичної освіти: виклики сьогодення», наголошуючи на важливості моделювання реальних ситуацій [13].

Серед класичних ігор варто виділити також «Дилему в'язня» (10–11 класи). Представлена у вигляді матриці виграшів, вона допомагає учням засвоїти поняття домінантних стратегій, рівноваги та взаємозалежних рішень (рис.1.4). Модель гри може бути використана при вивченні теми «Матриці» або як практична вправа на уроках алгебри. Деякі українські методисти, зокрема М. Бурда, підкреслюють ефективність моделей вибору та конфлікту як способу осмислення абстрактного математичного матеріалу [1].

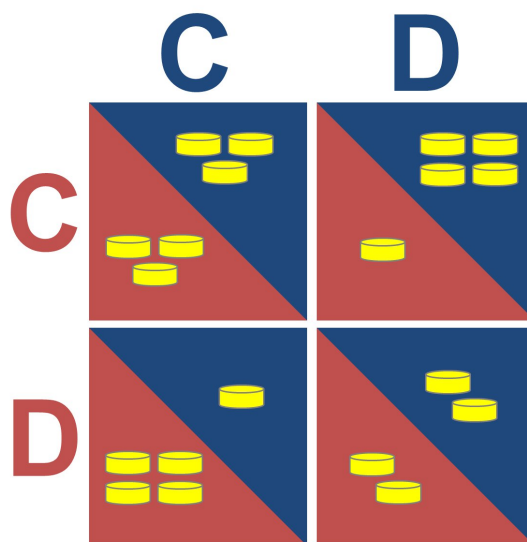


Рис.1.4 Матриця виграшів

Розширюючи коло навчальних ігор, ефективним інструментом є «Гра на координату» (наприклад, «Вибір сторони» або «Стратегія зустрічі»). Її можна інтегрувати у викладання систем рівнянь у 7–9 класах. Учні, аналізуючи, які комбінації вибору приведуть до взаємовигідного результату, переходять до пошуку «спільної точки» — математичного розв’язку системи. Такий підхід відповідає діяльнісній моделі МОН і рекомендаціям українських дослідників щодо використання сюжетних задач як основи для розвитку логічного мислення.

Велику роль у формуванні обчислювальної гнучкості відіграє гра «24» (5–7 класи). Її часто рекомендують українські вчителі-практики, оскільки вона допомагає тренувати комбінаторне мислення, швидкість арифметичних операцій і навички перебору варіантів. У старших класах на її основі можна створювати варіації з дробами, степенями або квадратними коренями, що робить гру універсальною.

Серед додаткових ігор, які можна інтегрувати у шкільний курс, варто відзначити:

- «Битва стратегій» — адаптована форма гри «Скрабл», яка використовується для тренування комбінаторики та імовірнісного аналізу. Може реалізовуватися на гуртку як турнір.
- «Гра Гекс» — топологічна настільна гра, яка ефективно пов’язується з темою «Графи та планарність» (10–11 класи).
- «Камінь–ножиці–папір–ящірка–Спок» — розширена версія класичної гри, корисна для аналізу складніших циклічних стратегій.
- «Гра про ресурси» (аналог «Settlers of Catan») — використовується для вивчення комбінаторних розподілів, оптимізаційних рішень і ймовірності випадіння певних чисел.
- «Лабіринт графів» — учні мають знайти найкоротший шлях, що дозволяє застосовувати принципи алгоритмів.
- «Аукціон Вікрі» — чудовий інструмент для теми «Оптимальні рішення» (10–11 класи), де учні можуть моделювати типи ставок і аналізувати стратегії.

Ігрові стратегії можуть бути імплементовані як елементи уроку (короткі моделі ігор), як система міні-досліджень (серія ходів протягом кількох уроків), або як повноцінний модуль гуртка. Наприклад, гуртковий модуль «Математика вибору і прийняття рішень» може складатися з 6–8 занять: моделювання конфлікту, кооперативні ігри, оптимізація, ймовірнісні ігри, ігри на графах, фінальні турніри та дослідницькі міні-проекти. Такий підхід відповідає сучасним тенденціям STEM-освіти, які активно впроваджуються в Україні.

Залучення ігрових стратегій дозволяє створювати навчальні ситуації, у яких учень є не пасивним споживачем інформації, а активним учасником взаємодії, що приймає рішення та аналізує їх наслідки. Це сприяє розвитку математичної компетентності, формує системне мислення та готує школярів до роботи з невизначеністю — навички, що є критично важливими в умовах сучасного світу.

Висновки до розділу 1

У першому розділі теоретично обґрунтовано використання теорії ігор як міждисциплінарної наукової концепції в шкільній освіті. Теорія ігор, заснована на працях Дж. фон Неймана, О. Моргенштерна та Дж. Неша, є потужним інструментом математичного моделювання стратегічних взаємодій, що впливає на математику, економіку, психологію та педагогіку. Ключові концепти — рівнового Неша, нормальна та розширена форми ігор (матриці виграшів, дерева рішень) — надають формальний апарат для аналізу конфліктних і кооперативних ситуацій, створюючи теорію універсальною платформою для розвитку аналітичного мислення.

Доведено, що математичні ігрові моделі перевершують традиційні методи навчання за рахунок активації когнітивних операцій: задачі декомпозиції, прогнозування наслідків, оцінки альтернативи та рефлексії. За даними психологічних теорій та українських дослідників, вони особливо ефективні для учнів 10–18 років, враховуючи вікові етапи когнітивного розвитку — від конкретних операцій до формально-логічного мислення.

Теорія ігор формує структуру аналітичного мислення (аналіз, синтез, абстрагування, прогнозування), розвиваючи метакогнітивні навички через моделі на кшталт «Ділемі в'язня» чи повторюваних ігор. Порівняно з репродуктивними методами, ігрові стратегії забезпечують вищу мотивацію, гнучкість і практичну цілеспрямованість, інтегруючись у шкільний курс математики (комбінаторика, ймовірність, матриця, оптимізація).

Освітній потенціал проявляється в адаптації ігор («Matching Pennies», «Ultimatum», «Gra Geks») до тем 5–11 класів, що відповідає державним стандартам і STEM-підходам. Таким чином, теорія ігор не тільки моделює раціональні рішення, але й створює умови для формування ключових компетентностей школярів у змішаному навчанні.

РОЗДІЛ 2 ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ГРИ «БИТВА СТАТЕЙ» У КОНТЕКСТІ ШКІЛЬНОГО НАВЧАННЯ

2.1 Дилема «Битва статей»: модель, стратегічний зміст і педагогічна інтерпретація

Дилема «Битва статей» належить до класичних некооперативних ігор з двома гравцями та скінченною множиною стратегій. Її особливістю є поєднання спільного інтересу до координації дій з водночас різними, а інколи й протилежними, індивідуальними уподобаннями гравців. Саме ця суперечність робить модель цінною як для теорії ігор, так і для педагогічної практики.

У найпростішому вигляді гра описується двома гравцями, кожен з яких має по дві чисті стратегії. Результати їхніх виборів подаються у вигляді матриці виплат, де кожній комбінації стратегій відповідає пара чисел — виграші першого та другого гравця. Типовою є ситуація, коли обидва гравці отримують позитивний виграш лише за умови узгодженого вибору, однак кожен з них надає перевагу різному варіанту координації.

У грі «Битва статей» існують дві рівноваги Неша в чистих стратегіях, що відповідають двом можливим узгодженим рішенням. Окрім того, модель допускає рівновагу у змішаних стратегіях, яка відображає імовірнісний вибір кожного з гравців у ситуації невизначеності щодо дій партнера. Формальна матриця подана в табл. 1.1 :

Таблиця 1.1

Матриця рівноваги

	Гравець В: Балет	Гравець В: Футбол
Гравець А: Балет	(2;1)	(0;0)
Гравець А: Футбол	(0;0)	(1;2)

Пара (2;1) і (1;2) — це дві чисті рівноваги Неша, які ілюструють, що координація вигідна обом, хоча кожен волів би іншу з них. Крім того, є змішана рівновага, яку наводять Гіббонс (1992) та Осборн і Рубінштейн (1994): кожен гравець рандомізує свою стратегію, роблячи вибір непередбачуваним для

суперника. На занятті це дає змогу пояснити учням важливість стратегічної випадковості та оптимізації очікуваного виграшу.

Таким чином, «Битва статей» є зручною моделлю для демонстрації ситуацій, у яких раціональна поведінка вимагає не лише оптимізації власного виграшу, а й урахування можливих рішень іншого учасника взаємодії.

З точки зору теорії ігор, ключовим стратегічним елементом дилеми «Битва статей» є необхідність координації при наявності різних інтересів. На відміну від ігор типу «Дилема в'язня», де домінує конфлікт, у цій моделі гравці зацікавлені в узгодженні дій, однак не мають однозначного критерію вибору спільної стратегії. Саме це створює простір для аналізу, прогнозування та аргументованого вибору.

Кожен з гравців змушений:

- оцінювати власні виграші залежно від можливих дій партнера;
- прогнозувати ймовірну поведінку іншого учасника;
- зіставляти альтернативні результати та обирати стратегію, яка

є прийнятною не лише індивідуально, а й у контексті взаємодії.

Змішана стратегія у грі «Битва статей» має особливе інтерпретаційне значення. Вона демонструє, що в умовах відсутності комунікації або попередніх домовленостей раціональна поведінка може набувати імовірнісного характеру. Для учнів це є важливим прикладом того, що математичні моделі здатні описувати не лише детерміновані, а й стохастичні рішення.

Зі стратегічної точки зору дана гра ілюструє низку ключових понять: взаємозалежність рішень, баланс інтересів, компроміс та ризик. Саме ці характеристики роблять її особливо придатною для використання в освітньому середовищі.

У контексті шкільної освіти гра «Битва статей» має виразний педагогічний потенціал, оскільки моделює типові ситуації вибору, з якими учні стикаються у навчальній та позанавчальній діяльності. Її застосування дозволяє перейти від абстрактного викладу математичних понять до діяльнісного формату навчання, що відповідає сучасним освітнім підходам.

По-перше, дана гра наочно демонструє ідею координації дій за умов різних інтересів. Учні бачать, що максимізація власного результату не завжди призводить до найкращого спільного результату, а успішне розв'язання задачі часто потребує врахування позиції іншого.

По-друге, «Битва статей» стимулює розвиток уміння прогнозувати. У процесі гри школярі змушені ставити запитання типу: «Яку стратегію обере інший?», «Як зміниться мій результат залежно від цього вибору?». Таким чином формується навичка аналізу ситуації з урахуванням альтернативних сценаріїв.

По-третє, гра створює умови для обговорення поняття компромісу. На відміну від ігор з нульовою сумою, тут можливі рішення, що є прийнятними для обох сторін, хоча й не ідеальними з позиції кожного окремого гравця. Це відкриває можливості для міжпредметних зв'язків з громадянською освітою, етикою та психологією.

Для ефективного використання гри «Битва статей» у навчальному процесі доцільно застосовувати сюжетні адаптації, близькі до реального досвіду школярів. Це підвищує мотивацію та сприяє глибшому розумінню моделі.

Одним із можливих сюжетів є вибір теми навчального проєкту. Двоє учнів або дві групи мають обрати спільну тему для проєктної роботи. Кожна сторона надає перевагу різному варіанту, проте реалізація проєкту можлива лише за умови узгодженого вибору. Матриця виплат у такій ситуації може відображати рівень зацікавленості та очікуваний успіх роботи для кожної зі сторін.

Іншим прикладом є вибір виду діяльності на уроці (наприклад, практична робота або обговорення). Учні та вчитель, або дві групи учнів, можуть мати різні вподобання, однак ефективність уроку залежить від узгодженого рішення. Аналіз такої ситуації дозволяє перенести абстрактну модель гри у реальний освітній контекст.

Використання обмеженої кількості сюжетів, але з глибоким аналізом, є більш ефективним, ніж формальне перерахування багатьох прикладів без детального опрацювання.

Застосування гри «Битва статей» у навчальному процесі активізує низку компонентів аналітичного мислення школярів. Передусім це уміння порівнювати альтернативні варіанти та оцінювати наслідки кожного з них. Учні вчаться співвідносити власні дії з можливими відповідями інших учасників.

Крім того, гра сприяє розвитку навичок оцінювання виграшів і втрат. Навіть у спрощеній формі матриці виплат школярі працюють з кількісними та якісними показниками, аналізують їх та роблять висновки на основі отриманих даних.

Важливим елементом є також формування здатності до прогнозування. Аналізуючи ймовірні стратегії іншого гравця, учні фактично виконують елементи дедуктивного та індуктивного міркування, що є основою аналітичного мислення.

Отже, дилема «Битва статей» є не лише класичною моделлю теорії ігор, а й ефективним педагогічним інструментом. Її стратегічний зміст дозволяє моделювати ситуації координації за умов різних інтересів, що є типовими для навчальної діяльності школярів.

Використання цієї гри в освітньому процесі сприяє розвитку таких компонентів аналітичного мислення, як порівняння альтернатив, оцінка виграшів, прогнозування дій інших та пошук компромісних рішень. Саме ці якості є необхідними для формування математичної компетентності та підготовки учнів до прийняття рішень в умовах невизначеності.

2.2 Організація та аналіз гри «Битва статей» на уроці математики

Організація гри «Битва статей» на уроці математики має чітко визначені навчальні та розвивальні цілі, які безпосередньо пов'язані з формуванням аналітичного мислення учнів. На відміну від ігрових елементів мотиваційного характеру, у даному випадку гра виступає структурованим дидактичним інструментом, інтегрованим у зміст навчального матеріалу.

Основною навчальною метою проведення гри є формування в учнів уміння будувати та аналізувати матрицю виграшів як формалізований опис ситуації

вибору. Робота з матрицею дозволяє школярам перейти від описових, інтуїтивних міркувань до структурованого математичного аналізу, що є важливою складовою аналітичного мислення.

Важливою розвивальною метою є розвиток уміння передбачати можливі стратегії іншого гравця. У процесі гри учні змушені аналізувати не лише власні уподобання, а й логіку дій партнера, будувати припущення щодо його вибору та коригувати власну поведінку відповідно до цих прогнозів.

Окрему увагу приділено формуванню навичок аргументації вибору стратегії. Учні мають не просто зробити вибір, а пояснити, чому саме ця стратегія є для них доцільною, які можливі наслідки вона має та які альтернативи були відкинуті. Це сприяє розвитку логічного мовлення та вміння обґрунтовувати власну позицію.

Крім того, гра спрямована на тренування вміння порівнювати альтернативні варіанти та обирати оптимальний з них у заданих умовах. Учні аналізують різні комбінації стратегій, зіставляють виграші та роблять висновки щодо найбільш раціонального рішення, що відповідає як індивідуальним, так і спільним інтересам.

У педагогічному експерименті брали участь учні 9 класу закладу загальної середньої освіти у кількості 28 осіб. Вибір даної вікової групи зумовлений тим, що на цьому етапі навчання учні вже володіють сформованими базовими навичками абстрактного мислення, а також мають необхідну математичну підготовку для роботи з формалізованими моделями.

Гру «Битва статей» було проведено на уроці алгебри після вивчення елементів теорії ймовірності, зокрема понять випадкової події, ймовірності та інтуїтивних імовірнісних міркувань. Це дозволило органічно пов'язати ігрову модель з попереднім навчальним матеріалом і забезпечити міждисциплінарні зв'язки.

Учні працювали в парах, які формувалися випадковим чином шляхом жеребкування. Такий спосіб формування пар мінімізував вплив особистих симпатій, дружніх домовленостей або заздалегідь узгоджених стратегій. Склад пар залишався незмінним протягом усього ігрового фрагмента уроку, що дало

змогу простежити динаміку стратегічної поведінки учнів у процесі повторюваної взаємодії.

Загалом було проведено 7 ігрових раундів, не враховуючи пробні. Кожен раунд передбачав незалежний вибір стратегії кожним учасником пари з подальшою фіксацією результатів у таблиці спостережень. Така кількість раундів виявилася достатньою для виявлення стійких стратегічних моделей, а також для усвідомленої зміни стратегії окремими учнями.

У додатку подано розроблений сценарій фрагмента уроку алгебри (20–25 хвилин), у якому гра «Битва статей» використовується як дидактичний інструмент для розвитку аналітичного мислення учнів (Додаток А).

У процесі гри було зафіксовано кілька типових стратегій, які демонструють різні рівні аналітичного мислення учнів.

Так звана «уперта» стратегія полягала в постійному виборі одного й того самого варіанту незалежно від дій партнера. Учні, які дотримувалися цієї стратегії, керувалися переважно власними уподобаннями. З когнітивної точки зору така поведінка базується на мінімальному аналізі ситуації та ігноруванні взаємозалежності рішень.

«Пристосувальна» стратегія передбачала спробу передбачити вибір іншого гравця та відповідно скоригувати власне рішення. Учні аналізували попередні раунди, шукали закономірності у поведінці партнера та намагалися досягти координації. Ця стратегія свідчить про розвиток прогнозування та аналізу альтернатив.

«Рандомізована» стратегія полягала у свідомій спробі випадкового вибору варіанта. Деякі учні пояснювали свою поведінку бажанням бути непередбачуваними. З аналітичної точки зору це є спробою інтуїтивного наближення до змішаної стратегії, хоча не завжди з повним усвідомленням її математичного змісту.

Під час обговорення результатів гри було зафіксовано численні висловлювання учнів, які свідчать про активізацію аналітичного мислення. Аналізуючи перебіг гри, учні намагалися прогнозувати дії партнера й відповідно

коригувати власну стратегію. Зокрема, вони зазначали: «Якщо він знає, що я зазвичай обираю варіант А, то, ймовірно, спробує обрати інший», «Можна проаналізувати попередні раунди і скласти прогноз для наступного вибору», «Коли партнер повторює одну стратегію, можна спробувати варіант, що забезпечує координацію». Такі висловлювання демонструють прагнення учнів передбачати поведінку іншого гравця на основі попереднього досвіду.

Водночас учні активно оцінювали альтернативи та ризики, порівнюючи можливі варіанти рішень і наслідки кожного з них. У процесі обговорення звучали думки на кшталт: «Якщо я хочу максимальний виграш, потрібно врахувати, що він може вибрати як А, так і Б», «Іноді варто обрати менше вигідний варіант зараз, щоб у кінцевому рахунку виграти більше», «Я обираю стратегію, яка мінімізує мої втрати, якщо партнер не співпрацює». Це свідчить про усвідомлене зважування вигравів і втрат та розуміння стратегічної взаємодії.

Крім того, учні демонстрували здатність коригувати власну стратегію на основі попередніх результатів. Вони прямо вказували на зміну своєї поведінки, зазначаючи: «Минулого разу ми втратили бали, бо не узгодилися, тому цього разу я змінив вибір», «Можливо, варто час від часу змінювати стратегію, щоб партнер не передбачав мої дії», «Якщо обидва ми прагнемо свого, то результати будуть гірші, ніж якщо спробуємо домовитися». Такі судження відображають рефлексію та прагнення до покращення результатів через адаптацію.

Поступово учні почали усвідомлювати власний вибір і аргументувати його, спираючись на математичну логіку гри. У висловлюваннях з'являлися пояснення на кшталт: «Я буду аналізувати, як змінилася стратегія партнера з минулого раунду, щоб знайти закономірність», «Матриця вигравів допомогла мені приймати рішення».

Ці висловлювання демонструють, що учні переходили від інтуїтивного вибору до структурованого аналізу, застосовували математичні поняття, оцінювали альтернативи, прогнозували реакції партнера та обґрунтовували власні рішення. Таким чином, гра «Битва статей» ефективно стимулювала

розвиток ключових компонентів аналітичного мислення, зокрема порівняння варіантів, прогнозування та оцінку виграшів.

Отже, організація гри «Битва статей» на уроці математики продемонструвала її ефективність як засобу розвитку аналітичного мислення учнів. Чітка структура уроку, поетапний аналіз результатів та рефлексія дозволили перетворити ігрову діяльність на усвідомлений навчальний процес.

Участь у грі сприяла формуванню в учнів умінь аналізувати ситуацію вибору, прогнозувати дії інших, аргументувати власні рішення та порівнювати альтернативи. Отримані результати підтверджують доцільність використання елементів теорії ігор у шкільному курсі математики як ефективного інструменту розвитку аналітичного мислення.

2.3 Система навчальних завдань на основі гри «Битва статей»

Використання гри «Битва статей» у навчальному процесі не обмежується лише ігровим моделюванням ситуації взаємодії. На її основі може бути розроблена цілісна система навчальних завдань різного рівня складності, спрямована на послідовне формування й розвиток аналітичного мислення учнів. Такі завдання поєднують ігрову мотивацію з математичним аналізом і дозволяють органічно інтегрувати елементи теорії ігор у шкільний курс математики.

Репродуктивні завдання спрямовані на відтворення базових дій і понять та формування первинних аналітичних умінь. Їх основною метою є навчити учнів коректно інтерпретувати умову задачі, виділяти можливі стратегії гравців і представляти ситуацію у вигляді матриці виграшів.

Приклади завдань:

- За поданою текстовою ситуацією (вибір теми проєкту, вибір виду діяльності на уроці) визначити множини стратегій гравців і побудувати відповідну матрицю виграшів.
- Заповнити пропущені елементи матриці виграшів, пояснивши, чому саме такі значення є доцільними.

- Визначити, у яких комірках матриці відбувається координація дій гравців.

Під час вивчення теми «Матриці» гра використовується як приклад прикладної матричної моделі. Репродуктивні завдання на побудову матриці виграшів сприяють засвоєнню поняття матриці, її розмірності та інтерпретації елементів. Учні вчаться аналізувати структуру матриці, встановлювати залежність між вибором стратегій та числовими значеннями виграшів, що розвиває здатність до аналізу альтернатив і формалізації ситуацій. Виконання таких завдань формує вміння аналізувати умову, структурувати інформацію та переходити від вербального опису до формалізованої математичної моделі.

Аналітичні завдання орієнтовані на глибше осмислення моделі гри та розвиток умінь порівняння, узагальнення й аргументації. На цьому рівні учні працюють не лише з матрицею виграшів, а й з логікою прийняття рішень у ситуації стратегічної взаємодії.

Приклади завдань:

- Знайти рівноваги Неша в поданій матриці гри та пояснити, чому ці ситуації є стійкими.
- Порівняти дві стратегії одного з гравців і обґрунтувати, за яких умов кожна з них є вигіднішою.
- Пояснити, чому раціональні гравці можуть не досягати максимального виграшу без координації.
- Проаналізувати зміну результатів гри у випадку зміни значень виграшів у матриці.

Ці завдання розвивають уміння прогнозувати дії іншого гравця, оцінювати наслідки різних рішень та логічно обґрунтовувати власний вибір. У межах теми «Системи рівнянь та нерівностей» аналітичні завдання на пошук рівноваг Неша створюють умови для осмислення поняття узгодженості рішень та оптимальності. Аналіз стратегій гравців і наслідків їх вибору активізує логічне мислення, уміння порівнювати різні варіанти розв'язків і прогнозувати можливі

результати взаємодії. Через такі завдання учні опановують навички роботи з залежностями між змінними та вчаться обґрунтовувати власні висновки.

Дослідницькі завдання мають експериментальний характер і передбачають активну пізнавальну діяльність учнів. Вони спрямовані на формування навичок аналізу даних, встановлення закономірностей та рефлексії власної діяльності.

Приклади завдань:

- Провести серію з 5–10 раундів гри в парах, зафіксувати вибір стратегій і результати кожного раунду.
- Заповнити таблицю спостережень, у якій відображаються пари гравців, обрані стратегії та отримані виграші.
- Побудувати таблицю частот вибору стратегій (А/Б) для кожного гравця.
- Побудувати стовпчикову діаграму, що ілюструє кількість координаційних та некоординаційних результатів.
- За допомогою лінійного графіка простежити зміну стратегій одного з гравців протягом раундів.
- Зробити висновки щодо стабільності або зміни стратегій та їх впливу на досягнення координації.

Типовий приклад таблиці, з якою працюють учні, може містити такі стовпці: номер раунду, вибір першого гравця, вибір другого гравця, результат раунду. На основі цієї таблиці учні будують графічні моделі та формулюють узагальнення.

Виконання таких завдань сприяє розвитку навичок роботи з емпіричними даними, встановлення залежностей між вибором і результатом, формулювання гіпотез та їх перевірки на практиці. Під час опрацювання тем «Ймовірність» та «Елементи математичної статистики» дослідницькі завдання, пов'язані з багаторазовим проведенням раундів гри, дають змогу працювати з емпіричними даними. Учні збирають статистичну інформацію про вибір стратегій, обчислюють частоти, будують таблиці та діаграми, аналізують отримані

результати. Це сприяє розвитку навичок прогнозування, виявлення тенденцій і критичного осмислення отриманих даних.

Запропонована система завдань легко інтегрується в різні теми курсу алгебри. Побудова матриць виграшів пов'язується з темою матриць і таблиць, пошук «спільної точки» інтересів — із системами рівнянь, а аналіз частот і випадковості вибору — з елементами теорії ймовірностей.

Ефективність використання системи навчальних завдань на основі гри «Битва статей» значною мірою залежить від методично виваженої організації навчального процесу. Запропоновані рекомендації спрямовані на забезпечення поступового розвитку аналітичного мислення учнів, урахування індивідуальних освітніх потреб та активізацію пізнавальної діяльності.

Насамперед доцільно дотримуватися принципу поетапності у впровадженні завдань. Репродуктивні завдання рекомендується використовувати на етапі актуалізації знань або первинного ознайомлення з новим матеріалом. Вони мають виконуватися індивідуально, що дозволяє виявити рівень розуміння учнями ігрової моделі та сформованість умінь аналізу умови. Аналітичні завдання доцільно застосовувати на етапі закріплення та осмислення навчального матеріалу, організовуючи роботу в парах або малих групах для стимулювання аргументованого обговорення та порівняння різних стратегій (рис.2.1). Дослідницькі завдання рекомендується використовувати на підсумкових етапах уроку, під час узагальнення або в позаурочній діяльності.

Важливим методичним аспектом є диференціація навчальних завдань відповідно до рівня підготовки учнів. Для учнів із базовим рівнем доцільно пропонувати завдання на побудову та аналіз матриці виграшів за чітко заданими умовами. Учні з достатнім рівнем підготовки можуть виконувати аналітичні завдання, що передбачають самостійний пошук рівноваг та обґрунтування вибору стратегій. Дослідницькі завдання рекомендовано пропонувати учням з високим рівнем навчальних досягнень або в межах факультативних занять і проєктної діяльності (рис.2.2).

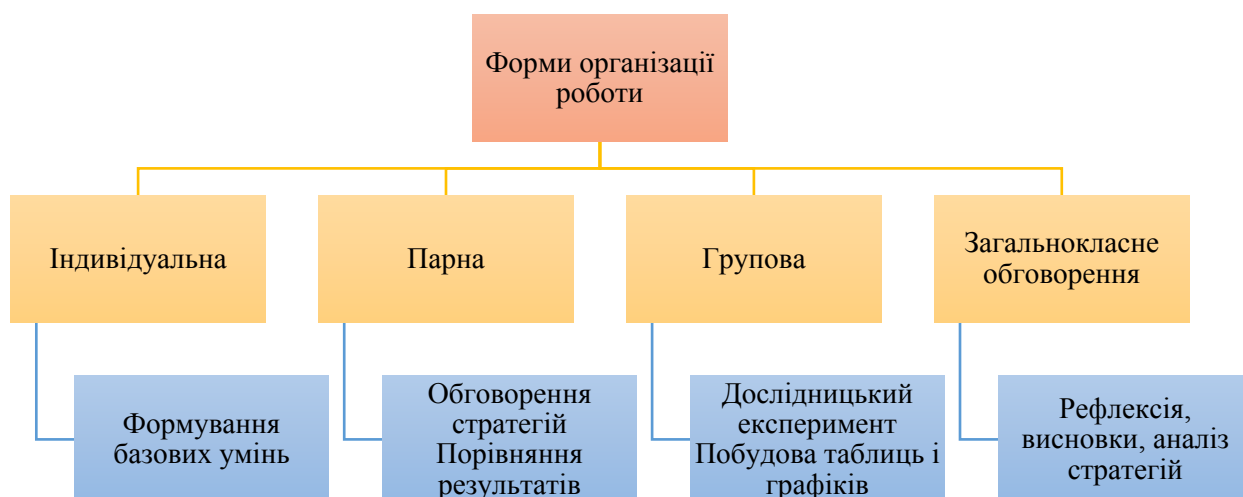


Рис. 2.1 Форми організації роботи учнів

Організація групової та парної роботи потребує чіткого розподілу ролей між учасниками. Доцільно визначати відповідального за фіксацію результатів, аналітика, доповідача, що сприяє формуванню навичок співпраці та взаємної відповідальності. Обов'язковим елементом є обговорення отриманих результатів, під час якого вчитель виконує функцію модератора, спрямовуючи учнів до логічно обґрунтованих висновків.

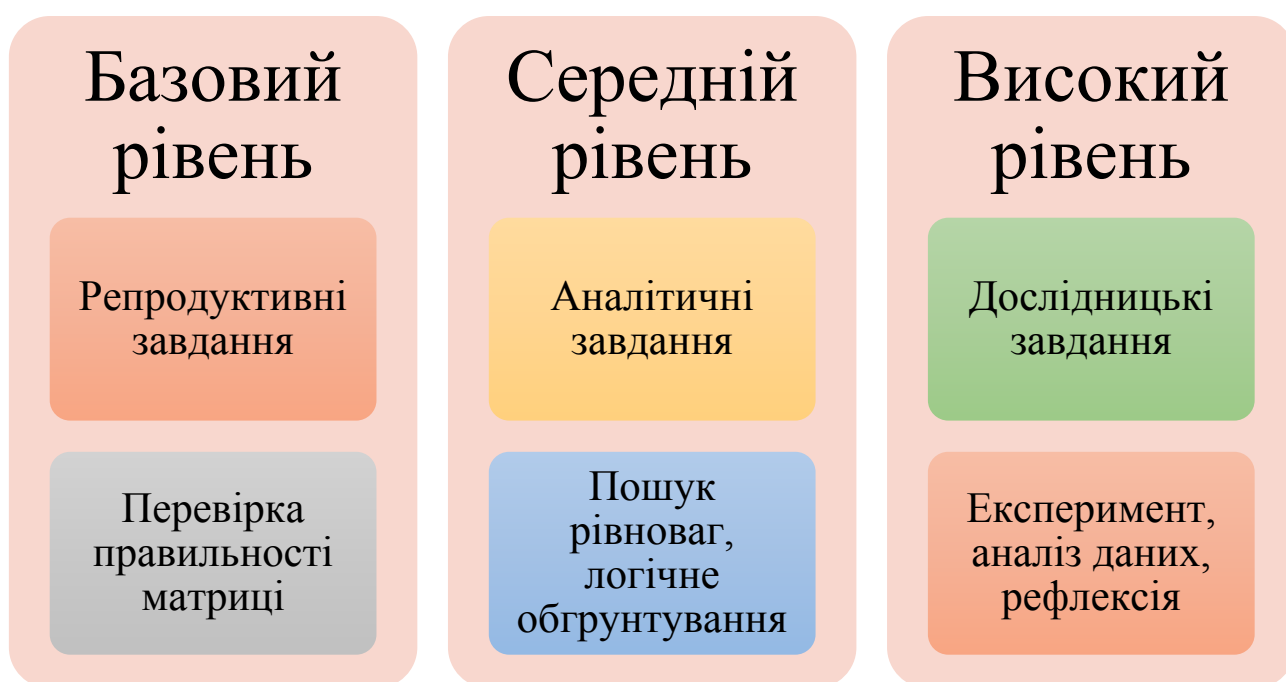


Рис. 2.2 Диференціація завдань за рівнем підготовки

Оцінювання результатів виконання завдань має бути комплексним і спрямованим не лише на перевірку правильності відповідей, а й на аналіз процесу мислення учнів. До критеріїв оцінювання доцільно віднести: коректність побудови математичної моделі, логічність і повноту обґрунтування рішень, вміння аналізувати альтернативи та формулювати узагальнені висновки. Для дослідницьких завдань важливо також враховувати активність учнів, здатність до рефлексії та самостійність у прийнятті рішень (рис.2.3).



Рис. 2.3 Критерії оцінювання результатів

З метою розвитку рефлексії рекомендується наприкінці виконання завдань організовувати коротке обговорення або письмове самооцінювання, у якому учні аналізують ефективність обраної стратегії, труднощі, що виникли, та можливі шляхи їх подолання. Такий підхід сприяє усвідомленню власної навчальної діяльності та підвищує рівень сформованості аналітичного мислення.

Таким чином, дотримання запропонованих методичних рекомендацій забезпечує системне й результативне використання навчальних завдань на основі гри «Битва статей» у курсі алгебри, створюючи умови для активної пізнавальної діяльності та цілеспрямованого формування аналітичного мислення учнів.

Висновок до розділу 2

Даний розділ показав, що дилема «Битва статей» є класичною моделлю некооперативної гри з двома гравцями, у якій поєднуються спільні інтереси до

координації дій та різних індивідуальних уподобань. У матриці виплат із результатами $(2;1)$ та $(1;2)$ ця гра має дві рівноваги Неша в чистих стратегіях та одну рівновагу у змішаних стратегіях, що дозволяє продемонструвати учням як детерміновані, так і ймовірні підходи до прийняття рішень. Така структура робить «Бітву держав» репрезентативним прикладом координаційної гри зі змішаними мотивами, де успіх залежить від здатності вирішити інше, а не лише максимізувати власний виграш.

Організація гри «Битва статей» на уроках алгебри для учнів 9 класу показала її ефективність як структурованого дидактичного інструменту, а не лише мотиваційного елемента. Чітко спроектований фрагмент уроку (серія з 7 раундів, робота в парах, фіксація результатів у таблицях, колективний аналіз і рефлексія) забезпечує перехід від інтуїтивного вибору до усвідомленого аналізу матриці виграшів, стратегій та наслідків рішень. За результатами спостережень було виокремлено типи стилів поведінки учнів («суперта», «пристосувальна», «рандомізована» стратегії), які відображають різні рівні сформованості аналітичного мислення та здатності до прогнозування й корекції власних дій.

На основі гри створено навчальну систему завдань трьох рівнів: репродуктивного, аналітичного та дослідницького. Репродуктивні завдання забезпечують формування базових умінь – побудови матриці виграшів, виділення стратегій, інтерпретації координаційних результатів. Аналітичні завдання спрямовані на пошук рівноваг Неша, порівняння стратегій, обґрунтування вибору й аналіз змін у структурі виграшів. Дослідницькі завдання передбачають збір і статистичну обробку емпіричних даних багаторазових раундів гри, побудову таблиці частот, діаграм і графіків, що інтегрує елементи теорії ймовірностей та математичної статистики в діальний формат навчання.

Методичні рекомендації, розроблені в розділі, окреслюють поетапне впровадження завдань, диференціацію за рівнем підготовки учнів, організацію парної та групової роботи, а також комплексне оцінювання не лише результату, а й процесу розрахунку. Запропоновано критерії оцінювання, які враховують коректність побудови математичної моделі, логічність аргументації, здатність

аналізувати альтернативи та використовувати рефлексію. Такий підхід узгоджується з сучасними підходами до формування вищих когнітивних умінь у контексті ігрового та змішаного навчання, де грається як засіб розвитку аналітичного й критичного мислення учнів.

Отримані результати свідчать, що цілеспрямоване використання гри «Битва статей» у курсі алгебри створює умови для активізації пізнавальної діяльності, формування умінь, аналізувати негативне вибору, прогнозувати дії інших, аргументувати власні рішення та працювати з даними. Таким чином, дана гра виступає ефективним засобом розвитку аналітичного мислення школярів і підтверджує доцільність впровадження елементів теорії ігор у шкільний курс математики як складової компетентнісно орієнтованого та STEM-спрямованого навчання.

ВИСНОВКИ

У магістерській роботі теоретично обґрунтовано використання теорії ігор як ефективного розвитку аналітичного мислення учнів у шкільному курсі математики. Теорія ігор розглядається як міждисциплінарна концепція, яка складається з математичних апаратів із моделями прийняття рішень у ситуаційних виборах, конфлікті й координації, та узгоджена з сучасними підходами компетентнісного й STEM-орієнтованого навчання. У роботі уточнено поняття аналітичного мислення школярів 10–18 років, виокремлено його когнітивні та метакогнітивні компоненти й показано, що ігрові математичні моделі природно охоплюють операції аналізу, порівняння альтернатив, прогнозування наслідків, оцінювання ризиків і рефлексії.

На основі теоретичного аналізу розкрито освітній потенціал стратегічних ігор (координаційних, конфліктних, ігор з неповною інформацією), а також обґрунтовано доцільність їх інтеграції в шкільний курс математики. Показано, що такі ігри створюють проблемні ситуації, в яких учні використовували логічне міркування, будувати стратегії, узгоджувати індивідуальні й спільні інтереси, що сприяє глибшому опануванню тем комбінаторики, теорії ймовірностей, системи рівнянь, матриці, елементів оптимізації та математичного моделювання. Визначено вікові особливості сприйняття ігрових моделей, що дало змогу окреслити методичні акценти для учнів молодшого, середнього та старшого шкільного віку.

Практична частина роботи призначена розробленню й упровадженню методики використання координаційної гри «Битва статей» у курсі алгебри 9 класу. Сформовано дидактичну модель організації гри на уроках, яка включає постановку навчальних і розвивальних цілей, поетапний сценарій проведення, систему запитань для аналізу й рефлексії, а також опис типових учнівських стратегій. Показано, що участь у грі ускладнює формування вмінь будувати й інтерпретувати матрицю виграшів, аналізувати скоріше вибору, прогнозувати дії партнера, аргументувати власну стратегію та робити загальні висновки щодо умов досягнення взаємовигідних рішень.

На основі гри «Битва статей» розроблено систему навчальних завдань репродуктивного, аналітичного та дослідницького рівнів, інтегрованих у теми «Матриці», «Системи рівнів та нерівностей», «Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики». Показано, що репродуктивні завдання забезпечують формування базових умінь формалізації ситуації, аналітичні завдання розвивають здатність до порівняння стратегій і пошуку рівноваги, а дослідницькі завдання спрямовані на опрацювання емпіричних даних раундів гри, виявлення закономірностей у виборі стратегій та рефлексію власної діяльності. Обґрунтовано методичні підходи до диференціації цих завдань, організації індивідуальної, парної та групової роботи, а також критерії оцінювання, що враховують не лише правильність розв'язання, а й логіку оцінювання та рівень самостійності учнів.

Результати педагогічного експерименту підтвердили ефективність запропонованої методики в розвитку аналітичного мислення школярів. Учні, які взяли участь у заняттях з використанням гри «Битва статей», продемонстрували вищий рівень сформованості в аналізі тривалих виборів, бачити взаємозалежність рішень, оцінювати ризики, аргументувати власні дії та змінювати стратегію на основі попереднього досвіду. Зросла також навчальна мотивація, інтерес до математичного моделювання та готовність працювати в умовах невизначеності.

Отже, поставлені в магістерській роботі завдання виконано: теоретично досліджено зв'язок теорії ігор та аналітичного мислення, обґрунтовано доцільність використання ігрових моделей у шкільному курсі математики, розроблено й апробовано методику впровадження гри «Битва статей» та систему навчальних завдань на її основі. Отримані результати засвідчують, що елементи теорії ігор можуть бути системно інтегровані в зміст шкільної математики як інструмент розвитку аналітичного мислення, формування ключових математичних і загальнопредметних компетентностей і можуть бути використані для подальшої розробки навчально-методичного забезпечення, зокрема у форматах змішаного та цифрового навчання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бурда М. Інтегрований підхід до відбору змісту шкільних підручників з математики // Проблеми сучасного підручника : зб. наук. пр. Київ : Педагогічна думка, 2020. Вип. 25. С. 5–13. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/729880/> (дата звернення: 10.10.2025).
2. Гра розширеної форми [Електронний ресурс]. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Extensive-form_game (дата звернення: 08.09.2025).
3. Дерево гри [Електронний ресурс]. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Дерево_гри (дата звернення: 10.09.2025).
4. Дидактика початкової освіти : навч. посіб. для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 013 Початкова освіта / уклад. О. Боровець. Рівне : РДГУ, 2022. 140 с. URL: http://repository.rshu.edu.ua/id/eprint/14396/1/Боровець_Дидактика_початкової_освіти_навч.пос..pdf (дата звернення: 10.10.2025).
5. Карапузова Н. Д., Білик Н. І., Манжелій Н. М. Настільні логіко-розвивальні ігри у навчанні математики як інструмент розвитку soft skills у дітей молодшого шкільного віку. Імідж сучасного педагога. 2025. № 3 (222). С. 85–91. URL: <https://isp.pano.pl.ua/article/view/324422> (дата звернення: 15.09.2025).
6. Ковальчук Л. Ігрове моделювання навчальної діяльності студентів у контексті дослідження культури професійного мислення майбутніх педагогів. Педагогічна освіта і наука в умовах класичного університету: традиції, проблеми, перспективи : зб. наук. пр. Львів : ЛНУ ім. Івана Франка, 2013. Т. 3. С. 36–44. URL: https://pedagogy.lnu.edu.ua/departments/pedagogika/periodic/pedos3t/tom3/04_kovalchuk.pdf (дата звернення: 10.11.2025).
7. Кривонос О. М., Бірук Н. П., Торгонська А. О. та ін. Діагностика формування цифрової компетентності учнів старшокласних шкіл. Information Technologies and Learning Tools. 2023. Т. 97, № 5. С. 94–124. URL:

<https://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/5456> (дата звернення: 29.10.2025).

8. Пометун О. І. Методика розвитку критичного мислення на уроках історії // Історія і суспільствознавство в школах України. 2012. № 1. С. 3–7. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/3725/1/пометун1.PDF> (дата звернення: 19.10.2025).

9. Письменний В. В. Проблеми гейміфікації навчання в контексті реалізації цілей сталого розвитку. Наукові записки Малої академії наук України. 2025. Вип. 1 (32). С. 36–46. URL: <https://snman.science/index.php/sn/article/view/313> (дата звернення: 10.10.2025).

10. Рівновага Неша [Електронний ресурс]. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Рівновага_Неша (дата звернення: 10.09.2025).

11. Рівновага Неша — що це таке, визначення та поняття [Електронний ресурс]. URL: <https://uk.economy-pedia.com/11032607-nash-equilibrium> (дата звернення: 10.09.2025).

12. Сікора О. В., Пазюк Р. І. Ігрові технології у підвищенні якості навчання інформатики. Вчені записки ТНУ імені В. І. Вернадського. Серія: Технічні науки. 2024. Т. 35 (74), № 4. С. 188–193. URL: https://www.tech.vernadskyjournals.in.ua/journals/2024/4_2024/30.pdf (дата звернення: 28.10.2025).

13. Тарасенкова Н. А. Компетенізація математичної освіти: виклики сьогодення. Наукові записки Черкаського національного університету імені Б. Хмельницького. Серія: Педагогічні науки. 2018. Вип. 165. С. 3–7. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/714225/> (дата звернення: 23.10.2025).

14. Axelrod R. The evolution of cooperation. New York : Basic Books, 1984. 241 p. URL: <https://koha.oa.edu.ua/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=494186> (дата звернення: 10.10.2025).

15. Blended learning: research perspectives. Vol. ed. by A. G. Picciano et al. New York : Routledge, 2022. URL: https://api.pageplace.de/preview/DT0400.9781000451450_A42256912/preview-9781000451450_A42256912.pdf (дата звернення: 10.10.2025).

16. Dixit A. K., Skeath S., Reiley D. Games of strategy. 4th ed. New York : W. W. Norton, 2015. URL: <https://studylib.net/doc/25823956/games-of-strategy-4th-fourth-edition-> (дата звернення: 23.09.2025).
17. Duncker K. Zur Psychologie des produktiven Denkens. Berlin : Springer-Verlag, 1966. 135 p. URL: <https://www.scribd.com/document/333955741> (дата звернення: 07.10.2025).
18. Gee J. P. What video games have to teach us about learning and literacy. New York : Palgrave Macmillan, 2004. URL: <https://blog.ufes.br/kyriafinardi/files/2017/10/What-Video-Games-Have-to-Teach-us.pdf> (дата звернення: 02.09.2025).
19. Gibbons R. Game theory for applied economists. Princeton : Princeton University Press, 1992. URL: <https://www.academia.edu/36070385> (дата звернення: 02.09.2025).
20. Gintis H. The bounds of reason. Princeton : Princeton University Press, 2009. URL: <https://www.researchgate.net/publication/224596915> (дата звернення: 10.10.2025).
21. Handbook of educational psychology. ed. by P. A. Schutz, K. R. Muis. New York : Routledge, 2024. URL: https://api.pageplace.de/preview/DT0400.9780429782855_A46897163/preview-9780429782855_A46897163.pdf (дата звернення: 10.10.2025).
22. Karmiloff-Smith A. Beyond modularity. Cambridge, MA : MIT Press, 1995. URL: <https://developmentalsystem.wordpress.com/wp-content/uploads/2019/04/annette-karmiloff-smith-beyond-modularity.pdf> (дата звернення: 08.10.2025).
23. Mayer R. E., Fiorella L. The Cambridge handbook of multimedia learning. Cambridge : Cambridge University Press, 2021. URL: <https://www.researchgate.net/publication/359588183> (дата звернення: 03.11.2025).
24. Myerson R. B. Game theory: analysis of conflict. Cambridge, MA : Harvard University Press, 1991. URL: <https://catalog.libraries.psu.edu/catalog/43621543> (дата звернення: 10.08.2025).

25. Nash J. Non-cooperative games. *Annals of Mathematics*. 1951. Vol. 54, No. 2. P. 286–295. URL: <https://www.cs.vu.nl/~eliens/download/paper-Nash51.pdf> (дата звернення: 21.10.2025).
26. Nash J. F., Jr. Equilibrium points in n-person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 1950. Vol. 36, No. 1. P. 48–49. URL: <https://www.academia.edu/5880806> (дата звернення: 09.11.2025).
27. Piaget J. The child's conception of the world. London : Routledge & Kegan Paul, 1929. URL: <https://dn790000.ca.archive.org/0/items/childsconception01piag> (дата звернення: 11.10.2025).
28. Piaget J. The psychology of intelligence. London ; New York : Routledge, 2001. URL: <https://www.digilib.unrika.ac.id/index.php?p=fstream-pdf&fid=1868&bid=63039> (дата звернення: 10.10.2025).
29. Polya G. How to solve it. Princeton : Princeton University Press, 2004. URL: https://www.hlevkin.com/hlevkin/90MathPhysBioBooks/Math/Polya/George_Polya_How_To_Solve_It_.pdf (дата звернення: 17.09.2025).
30. Staker H., Horn M. B. *Blended: Using disruptive innovation to improve schools*. San Francisco : Jossey-Bass, 2013. URL: http://hozekf.oerp.ir/sites/hozekf.oerp.ir/files/kar_fanavari/manabe%20book/Thinking/Blended_%20Using%20Disruptive%20Innovation%20to%20Improve%20Schools.pdf (дата звернення: 10.10.2025).
31. Sternberg R. J. The theory of successful intelligence. *Interamerican Journal of Psychology*. 2005. Vol. 39, No. 2. P. 189–202. URL: <https://www.researchgate.net/publication/26610484> (дата звернення: 10.12.2025).
32. Von Neumann J., Morgenstern O. *Theory of games and economic behavior*. Princeton : Princeton University Press, 1944. URL: <https://archive.org/details/in.ernet.dli.2015.215284> (дата звернення: 02.09.2025).

33. Robert Aumann's and Thomas Schelling's contributions to game theory. Stockholm, 2005. URL: <https://www.nobelprize.org/uploads/2018/06/advanced-economicsciences2005.pdf> (дата звернення: 20.11.2025).

ДОДАТКИ

Додаток А

Тема уроку: Елементи теорії ігор. Координаційна гра «Битва статей»

Предмет: Математика

Клас: 9

Тип уроку: Урок засвоєння нових знань з елементами інтерактивної ігрової діяльності.

Мета уроку: Сформувати в учнів початкове уявлення про математичні ігри та їх застосування, ознайомити з поняттям координаційної гри й навчити працювати з матрицею виграшів та аналізувати результати гри; розвивати логічне й критичне мислення, уміння аналізувати ситуації, приймати обґрунтовані рішення та працювати в парах; виховувати культуру співпраці й взаємоповаги, відповідальне ставлення до власного вибору та усвідомлення значення компромісу в спільній діяльності.

Обладнання: дошка / мультимедійна презентація; картки зі стратегіями («Театр», «Футбол»); таблиці для фіксації результатів гри; крейда / маркери.

Очікувані результати навчання

Після уроку учні зможуть: пояснювати правила гри «Битва статей»; читати та інтерпретувати матрицю виграшів; аналізувати власну стратегію та робити висновки; наводити приклади життєвих ситуацій, які можна описати за допомогою математичної гри.

Хід уроку

1. Організаційний момент (1–2 хв)

Привітання, перевірка готовності учнів до уроку. Учитель повідомляє тему та мету уроку.

2. Мотивація навчальної діяльності (3 хв)

Учитель пропонує учням життєву ситуацію:

Двоє друзів домовляються, куди піти разом після школи. Один хоче в театр, інший — на футбол. Найгірший варіант — піти в різні місця.

Проблемне запитання:

Як прийняти рішення, якщо кожен має власні інтереси?

3. Пояснення правил гри та матриці виграшів (10 хв)

Учитель пояснює, що таке математична гра, та знайомить учнів з грою «Битва статей».

Умови гри: у грі беруть участь два гравці (А і Б); кожен гравець має дві стратегії: «Театр» або «Футбол»; вибір здійснюється одночасно, без попередньої домовленості.

Матриця виграшів:

	Б: Театр	Б: Футбол
А: Театр	(2;1)	(0;0)
А: Футбол	(0;0)	(1;2)

Учитель пояснює значення кожної клітинки та звертає увагу, що у випадку координації виграють обидва гравці.

4. Пробні раунди гри (5 хв)

Учні об'єднуються в пари. Кожен учень таємно обирає стратегію та одночасно демонструє вибір. Проводиться 1–2 пробних раунди без фіксації результатів.

Коротке обговорення:

- чи легко було зробити вибір;
- чи вдалося узгодити дії.

5. Основна серія раундів з фіксацією результатів (15 хв)

Кожна пара отримує таблицю для запису результатів.

Таблиця запису результатів

Раунд	Вибір А	Вибір Б	Результат (А;Б)	Координація

Проводиться 5–7 раундів гри. Після кожного раунду учні фіксують результати та визначають, чи відбулася координація.

6. Аналіз результатів гри (10 хв)

Колективне обговорення результатів:

- скільки разів вдалося досягти координації;

- які стратегії обиралися найчастіше;
- які труднощі виникали під час гри.

Учитель робить узагальнюючий висновок:

У цій грі існує декілька можливих вигідних рішень, але без узгодження дій гравці можуть втратити результат.

7. Рефлексія (5 хв)

Учні відповідають на запитання:

- Чи змінив би ти свою стратегію після гри?
- Що заважало або допомагало домовитися?
- Який висновок можна зробити для реального життя?

8. Підбиття підсумків уроку (3 хв)

Учитель підсумовує роботу класу, наголошує на практичному значенні математичних моделей та важливості співпраці.

9. Домашнє завдання (за вибором)

- Придумати власну гру для двох гравців з двома стратегіями та скласти матрицю виграшів.
- Описати життєву ситуацію, яку можна подати у вигляді математичної гри.