

**Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний педагогічний університет імені
Володимира Гнатюка**

**Фізико-математичний факультет
Кафедра математики та методики її навчання**

Кваліфікаційна робота

**МЕТОДИ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ У ПРОЦЕСІ
НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ**

**Спеціальність 014 Середня освіта
Освітня програма Середня освіта (Математика, фізика)**

**Здобувача вищої освіти освітньо-
кваліфікаційного рівня «магістр»
Іваськевича Руслана Романовича**

НАУКОВИЙ КЕРІВНИК:

**доктор фізико-математичних наук, професор
Грод Іван Миколайович**

РЕЦЕНЗЕНТ:

**кандидат педагогічних наук, доцент
доцент кафедри фізики та методики її
навчання**

Федчишин Ольга Михайлівна

АНОТАЦІЯ

Іваськевич Р.Р. Методи візуалізації навчального матеріалу у процесі навчання математики. Кваліфікаційна робота на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня «магістр» зі спеціальності 014 Середня освіта. ТНПУ ім. В. Гнатюка. Тернопіль, 2025. 71 с.

У магістерській роботі досліджено проблему підвищення пізнавальної активності учнів з особливими освітніми потребами на уроках математики шляхом використання засобів візуалізації, зокрема динамічного математичного середовища GeoGebra. Актуальність теми зумовлена потребою забезпечення доступності математичного змісту для учнів з легкою розумовою відсталістю, у яких спостерігаються труднощі з абстрактним мисленням, зниження навчальної мотивації та потреба в посиленій наочній підтримці.

Ключові слова: візуалізація навчального матеріалу, пізнавальна активність, особливі освітні потреби, легка розумова відсталість, спеціальна школа, інклюзивна освіта, цифрові технології, GeoGebra

ABSTRACT

Ivaskevych R. R. Methods of Visualizing Educational Material in the Process of Teaching Mathematics. Master's thesis for the MA degree in the specialty 014 Secondary education. Ternopil VolodymyrHnatiuk National Pedagogical University. Ternopil, 2024. 71 p.

The master's thesis investigates the problem of increasing the cognitive activity of students with special educational needs in mathematics lessons through the use of visualization tools, in particular the dynamic mathematics software GeoGebra. The relevance of the topic is determined by the need to ensure the accessibility of mathematical content for students with mild intellectual disability, who experience difficulties with abstract thinking, reduced learning motivation, and require enhanced visual support.

Keywords: visualization of educational material, cognitive activity, special educational needs, mild intellectual disability, special school, inclusive education, digital technologies, GeoGebra.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
РОЗДІЛ 1.ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ В ІНКЛЮЗИВНОМУ НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ	8
1.1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСОБЛИВОСТІ СПРИЙНЯТТЯ ВІЗУАЛЬНОЇ ІНФОРМАЦІЇ	8
1.2. ПОНЯТТЯ ТА РОЛЬ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ У НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ.....	14
1.3. КЛАСИФІКАЦІЯ МЕТОДІВ І ЗАСОБІВ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ З МАТЕМАТИКИ ДЛЯ УЧНІВ З ООП	18
РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ УЧНІВ З ООП	25
2.1 АНАЛІЗ СУЧАСНИХ ВІЗУАЛІЗАЦІЙНИХ ЗАСОБІВ ТА ЦИФРОВИХ РЕСУРСІВ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ	25
2.2 МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ ДО ВИКОРИСТАННЯ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ	26
2.3 ОГЛЯД ЦИФРОВИХ ІНСТРУМЕНТІВ І ПРОГРАМ ДЛЯ ВІЗУАЛЬНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В ІНКЛЮЗИВНОМУ СЕРЕДОВИЩІ.....	30
2.4. РОЗРОБКА ФРАГМЕНТІВ УРОКІВ МАТЕМАТИКИ З ВИКОРИСТАННЯМ РІЗНИХ МЕТОДІВ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ	32
ВИСНОВКИ	53
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	55
ДОДАТКИ	59

ВСТУП

Сучасний етап розвитку освіти в Україні характеризується активною трансформацією навчального середовища, що зумовлено впровадженням концепції Нової української школи, розвитком цифрових технологій та реалізацією принципів інклюзивної освіти [11, 12]. Одним із ключових завдань сучасної школи є забезпечення рівного доступу до якісної освіти для всіх учнів, незалежно від їхніх фізичних, психічних, мовленнєвих чи інтелектуальних особливостей. У зв'язку з цим особливого значення набуває пошук методичних підходів, що сприяють підвищенню пізнавальної активності та усвідомленому опануванню навчальних дисциплін дітьми з особливими освітніми потребами (ООП) [36].

Математика як навчальна дисципліна посідає важливе місце в освітньому процесі. Вона формує логічне мислення, навички аналізу й узагальнення, вчить знаходити закономірності та застосовувати їх у практичній діяльності. Проте абстрактний характер математичних понять, значне когнітивне навантаження та складність символічного запису створюють труднощі для значної частини учнів, особливо тих, які мають інтелектуальні, мовленнєві, емоційно-вольові чи комплексні порушення розвитку. Досвід педагогів та результати наукових досліджень свідчать, що традиційні підходи до викладання математики, орієнтовані на вербальне подання матеріалу та абстрактно-символічне мислення, є недостатньо ефективними для учнів з ООП.

Одним із найбільш результативних засобів адаптації математичного матеріалу до особливих освітніх потреб учнів є **візуалізація** [4, 7]. Н. С. Пахомова розглядає візуалізацію як спосіб трансформації математичних структур у доступні когнітивні моделі [33]. С. П. Логачевська наголошує на «використанні опорних схем та візуальних алгоритмів як засобу допомоги учням, що мають труднощі в засвоєнні складних тем» [27].

В. З. Кобильченко у своїх дослідженнях аналізує, як візуальні опори допомагають компенсувати дефіцит сенсорної або когнітивної сфери, забезпечуючи цілісність сприйняття [17]. О. М. Таранченко — акцентує увагу на

«універсальному дизайні в освіті, де візуалізація виступає не просто як ілюстрація, а як когнітивний інструмент, що знижує тривожність і підвищує самостійність учня з ООП» [43]. Отже у педагогіці візуалізацію розглядають як спосіб представлення інформації у формі наочних образів, моделей, схем, графіків, діаграм, мультимедійних елементів тощо. Візуалізація сприяє конкретизації абстрактних понять, полегшує їх сприймання, активізує різні види пам'яті та стимулює пізнавальну діяльність. Для учнів з ООП цей підхід є не лише додатковою допомогою, а й необхідною умовою засвоєння навчального матеріалу. Саме Дергач М. А. Вказує, що візуальні засоби забезпечують розуміння змісту математичних задач, спрощують аналіз інформації та підсилюють мотиваційний компонент навчання [8].

Впровадження інклюзивної освіти висуває нові вимоги до організації уроків математики. Учитель має враховувати індивідуальні можливості учнів, їхній темп навчання, особливості мисленнєвих процесів та рівень розвитку пізнавальної сфери. Потребують адаптації не лише зміст, а й методи, форми та засоби навчання. Тому використання візуалізаційних технологій на уроках математики виступає одним із ключових механізмів створення комфортного, доступного і результативного освітнього середовища. Зокрема А. А. Колупаєва — основоположник інклюзивної освіти в Україні, розглядає модифікацію та адаптацію (в тому числі візуальну) як фундаментальний принцип інклюзивного дидактичного процесу [19].

Не менш важливою є роль цифрових технологій, які суттєво розширюють можливості візуалізації. Інтерактивні дошки, презентації, програми для побудови графіків, анімації, освітні платформи, симуляції — усе це підсилює традиційні методи навчання та дозволяє багатоаспектно подавати математичний матеріал. Зокрема Ю. В. Гнатенко [6] досліджує використання мультимедійних засобів у корекційній освіті, наголошуючи, що цифрова візуалізація дозволяє персоналізувати темп подачі матеріалу, що є критичним для дітей з ООП. Також В. В. Засенко, акцентує увагу на тому, що цифрові технології створюють мультимодальне середовище (звук + зображення + рух), яке активізує збережені

аналізатори дитини, допомагаючи компенсувати освітні труднощі [13]. Цифрова візуалізація дає можливість варіювати форми подання інформації, використовувати інтерактивність, залучати учня до навчального процесу, поєднувати ігрові та дослідницькі підходи. Така гнучкість є особливо важливою в роботі з учнями, які мають труднощі у сприйнятті й утриманні інформації [15].

Таким чином, актуальність теми даної магістерської роботи визначається низкою чинників: потребою у створенні адаптованого навчального середовища для учнів з ООП, яке забезпечуватиме належні умови для розуміння математичного матеріалу; недостатньою ефективністю традиційних методів навчання математики у контексті інклюзивної практики; необхідністю дослідити сучасні форми та інструменти візуалізації, які можуть підвищити пізнавальну активність учнів; відсутністю достатньої кількості практичних методичних рекомендацій, що ґрунтуються на реальних педагогічних експериментах у вітчизняних школах.

Системне використання візуалізації дозволяє учням з ООП легше сприймати навчальний матеріал, логічно структурувати інформацію, підвищувати рівень самостійності під час виконання завдань. Водночас візуалізація виступає засобом мотивації, адже наочні матеріали, динамічні моделі та графічні засоби створюють позитивне емоційне тло, зменшують рівень тривожності та страху перед математикою.

Мета дослідження: теоретично обґрунтувати та підібрати дієві методи візуалізації навчального матеріалу у процесі навчання математики дітей з особливими освітніми потребами.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі **завдання дослідження:**

1. Проаналізувати науково-педагогічні та методичні джерела з проблеми візуалізації навчального матеріалу у процесі навчання математики.
2. Розкрити психолого-педагогічні основи використання візуалізації у навчанні математики для учнів з особливими потребами.

3 Виокремити та охарактеризувати основні методи і засоби візуалізації навчального матеріалу з математики для учнів з особливими потребами.

4 Підібрати та обґрунтувати методи візуалізації навчального матеріалу у процесі навчання математики дітей з особливими освітніми потребами.

Об'єкт дослідження: процес навчання математики в основній школі.

Предмет дослідження: методи та засоби візуалізації навчального матеріалу з математики та їхній вплив на засвоєння знань і розвиток пізнавальних та математичних навичок дітей з особливими освітніми потребами.

Гіпотеза дослідження полягає в припущенні, що впровадження системи візуалізаційних засобів, які відповідають індивідуальним особливостям учнів з ООП та поєднуються з методами активного навчання, забезпечить суттєве зростання їхньої пізнавальної активності, поліпшення розуміння математичних понять і підвищення навчальних досягнень.

Методи дослідження, що застосовуються у роботі, включають: аналіз наукової літератури, педагогічних технологій та нормативних документів; спостереження за навчальним процесом; бесіди та анкетування; педагогічний експеримент.

Практична цінність роботи полягає у тому, що її результати можуть бути використані вчителями математики, асистентами вчителя, педагогами-організаторами та іншими фахівцями, які працюють у сфері інклюзивної освіти. Сформовані у роботі візуальні моделі, приклади адаптованих завдань, алгоритми використання цифрових засобів можуть бути інтегровані в уроки математики різних класів та рівнів складності.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ В ІНКЛЮЗИВНОМУ НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

1.1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСОБЛИВОСТІ СПРИЙНЯТТЯ ВІЗУАЛЬНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

У сучасному науковому дискурсі візуалізація розглядається не лише як ілюстративний метод, а як потужний когнітивний інструмент структурування знань, що набуває особливого значення в контексті інклюзивної освіти. Українські дослідники, зокрема Г. В. Токарева [44] та Н. М. Макарчук [30], акцентують увагу на тому, що візуалізація виступає як механізм подолання бар'єрів у навчанні для дітей з особливими освітніми потребами (ООП), оскільки вона забезпечує перехід від абстрактного мислення до конкретно-чуттєвого сприйняття. Згідно з підходами В. З. Кобильченко, у психологічному аспекті візуальні опори виконують компенсаторну функцію, дозволяючи дітям з порушеннями когнітивного або сенсорного розвитку ефективніше кодувати та декодувати інформацію [17]. Таким чином, візуалізація в інклюзії трансформується у стратегію універсального дизайну в освіті, де графічні організатори, піктограми та інтелект-карти стають засобами забезпечення рівного доступу до знань.

Психолого-педагогічний базис візуалізації в Україні ґрунтується на теорії поетапного формування розумових дій (за П. Я. Гальперіним), яку сучасні педагоги, такі як О. М. Таранченко та А. А. Колупаєва, адаптують до умов інклюзивного класу. Вони стверджують, що створення «екстерналізованих» опорних схем дозволяє знизити когнітивне навантаження та сприяє соціалізації учнів, оскільки візуальні символи часто стають універсальною мовою комунікації [18]. Дослідження В. В. Засенка [14] підтверджують, що використання мультимодальної візуалізації (поєднання статичних зображень, кольорового маркування та динамічних моделей) стимулює інтелектуальну активність та самостійність учнів з ООП. Відтак, теоретичні підходи в вітчизняній науці розглядають візуалізацію як цілісну систему психотехнічних засобів, що інтегрують когнітивні можливості дитини з вимогами освітнього середовища.

У контексті інклюзивної математичної освіти візуалізація постає як базовий інструмент адаптації складних абстрактних концепцій для учнів із різними когнітивними профілями. Українські дослідники, зокрема А. А. Колупаєва та О. М. Таранченко, наголошують, що вивчення математики в інклюзивному класі потребує використання мультисенсорного підходу, де візуальні опори (графічні моделі, числові лінії, геометричні схеми) мінімізують вербальне навантаження та допомагають дітям з особливими освітніми потребами опанувати поняття числа та просторові відношення [18]. Згідно з працями Н. С. Пахомової [32, 33], ефективність навчання математики значно підвищується при застосуванні методів «когнітивної візуалізації», яка дозволяє трансформувати математичну логіку в наочні образи, що сприяє розвитку логічного мислення та подоланню специфічних труднощів у навчанні (дискалькулії). Таким чином, візуалізація в математичній підготовці забезпечує «індивідуальну траєкторію успіху», перетворюючи складні алгоритми на доступні для сприйняття візуальні картини.

Інклюзивне навчання математики передбачає врахування різноманітних освітніх потреб учнів, у тому числі дітей з порушеннями розвитку. До цієї категорії належать учні з інтелектуальними порушеннями, затримкою психічного розвитку (ЗПР), розладами аутистичного спектра (РАС), порушеннями мовлення, уваги (наприклад, синдромом дефіциту уваги та гіперактивності) тощо. Кожна з цих груп має свої особливості когнітивного розвитку, що безпосередньо впливає на засвоєння математичного матеріалу [36]. Особливості психофізичного розвитку учнів з особливими освітніми потребами зумовлюють необхідність адаптації методів навчання і створення спеціальних умов, аби забезпечити доступність математичних знань. Нижче охарактеризовано основні чинники, які впливають на процес вивчення математики дітьми з різними порушеннями розвитку:

Переважає конкретно-дійового мислення. Багато учнів з інтелектуальними порушеннями мислять переважно наочно-конкретними категоріями. Вони краще сприймають інформацію через предметні дії та образи, орієнтуючись на реальні об'єкти. Це зумовлює потребу максимально залучати наочні матеріали: предметні моделі, картки, малюнки, схеми, жести, фізичні рухи

тощо. Абстрактні математичні поняття (наприклад, дробі, координати) стають зрозумілими для таких учнів лише за умови введення через практичний досвід та знайомі образи. Наприклад, поняття кута спершу пояснюють на знайомих предметах (кут стола, відкрита книга), потім показують на кресленні, і лише опісля дають формальне означення [5].

Фрагментарність сприйняття та труднощі з концентрацією уваги. Сприймання навчального матеріалу нерідко є уривчастим і залежним від зовнішніх стимулів. Учні з порушеннями розвитку швидко стомлюються, їм важко довго зосереджуватися на однотипних завданнях. Як наслідок, обсяг і складність навчальних задач мають дозуватися, а види діяльності – чергуватися протягом уроку. Вчителю рекомендується використовувати короткі та чіткі інструкції, фізкультхвилинки, зміну форматів роботи, щоб підтримувати інтерес і активність учнів. Приміром, ефективним є чергування письмових обчислень з руханками, дидактичними іграми (гра «Хто швидше знайде число на числовій прямій» тощо) та вправами з картками для підтримання уваги учнів. Навіть зміст завдань доцільно пов'язувати з візуально знайомими образами: попросити учня обрати фігуру, «яка схожа на вікно класу», або знайти в класі предмети однакової форми – такі завдання є наочно простими й логічно зрозумілими для дітей.

Обмежені можливості логічного мислення та узагальнення. Учні з інтелектуальними порушеннями складно свідомо оперувати абстрактними поняттями, встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, переносити набутий навик у нові ситуації. Вони потребують багаторазового повторення матеріалу в різних формах і опори на алгоритми при розв'язанні задач. Загалом формування уміння узагальнювати математичні закономірності відбувається повільно; для успішного перенесення знань необхідно спершу розв'язати багато типових прикладів за заданим зразком.

Повільне формування математичних уявлень. Базові поняття про число, величину, форму, кількість у дітей з порушеннями розвитку формуються впродовж значно довшого часу, ніж у їхніх однолітків без таких порушень. Як правило, такі математичні уявлення засвоюються лише через конкретну діяльність

і потребують багаторазового закріплення в різних життєвих ситуаціях. Наприклад, учні легше опановують поняття довжини чи маси, якщо практично вимірюють довжину парти, порівнюють вагу предметів, підраховують кількість книг у класній бібліотеці тощо. Повторюючи поняття у прикладних контекстах (у магазині, на розкладі уроків, під час приготування бутербродів тощо), діти поступово формують стійкі знання.

Залежність від зовнішньої допомоги та підтримки. Навчальна мотивація учнів з особливими потребами часто нестійка і залежна від ситуації успіху. Дитина більше старається, якщо відчуває підтримку і бачить власний прогрес. Для вчителя важливо створити умови, за яких учень відчувається спроможним виконати завдання – нехай навіть частково або в полегшеному варіанті. Регулярне позитивне підкріплення (похвала, схвалення, заохочення балами, жетонами тощо) допомагає дитині повірити у власні сили і активніше включатися в роботу. Наприклад, у спеціальних класах використовують жетонову систему мотивації або «картки досягнень» учня: за кожне правильно виконане завдання дитина отримує відмітку чи похвалу («Молодець, ти впорався самостійно!»), що стимулює її навчальну активність.

Особливості пам'яті. Для дітей з порушеннями інтелекту переважно характерна механічна пам'ять – вони можуть автоматично запам'ятати послідовність дій або фактів після численних повторень, але повільно розвивають логічне запам'ятовування матеріалу. Відтак, необхідно багато разів повторювати поняття у різних контекстах, щоби знання відклалися у довготривалій пам'яті. Вчитель може застосовувати римування, ритмічне проговорювання чи ігрові прийоми для запам'ятовування математичних фактів. Наприклад, таблицку множення доцільно вивчати через ритмічні лічилки, віршики, пісеньки або картки-«пам'ятки» – це значно полегшує процес засвоєння дітям з нерозвиненою логічною пам'яттю.

Порушення мовлення та розуміння математичної термінології. Значна частина учнів з особливими потребами (як-от діти із загальним недорозвиненням мовлення або з інтелектуальними порушеннями) мають труднощі у вербальному

оформленні математичних міркувань. Вони можуть не розуміти складних мовних конструкцій, математичних формулювань задач, або не вміти правильно висловити хід своїх думок. Тому педагогам рекомендується спрощувати мовлення під час пояснень: уникати довгих складнопідрядних речень, вводити нові терміни поступово, давати учням зразки правильної математичної мови. Доцільно підкріплювати усні інструкції жестами, мімікою, вказівками на дошці. Наприклад, замість довгої фрази «Порівняй два числа і поясни, чому перше більше», вчитель може сказати поетапно: «Подивись на числа. Яке більше? Покажи його. Скажи: “60 більше, ніж 57”», супроводжуючи пояснення наочними підказками. Такий підхід робить математичну мову більш доступною.

Необхідність емоційного комфорту та прикладного змісту навчання. Діти з порушеннями розвитку надзвичайно чутливі до атмосфери в класі. Для них важливо, щоб навчання відбувалося у сприятливому емоційному середовищі, без страху помилитися. Вчитель має враховувати їх інтереси та знайомий досвід – тоді математика перестає сприйматися як щось відірване від життя. Включення у задачі сюжетів з повсякденного життя активізує пізнавальний інтерес учнів і показує практичну цінність математичних знань. Наприклад, обговорення простих життєвих ситуацій на уроці («Скільки грошей треба, щоб купити булочку й сік?», «Скільки часу триває улюблений мультфільм?») робить математичні розрахунки осмисленими та цікавими для дітей. У комфортній, дружній атмосфері учні більше залучаються до роботи і краще засвоюють матеріал.

Окрім вищезазначених когнітивних і емоційних особливостей, кожна конкретна нозологія порушення розвитку має додаткові специфічні нюанси навчання математики. Наприклад, діти із розладами аутистичного спектра часто демонструють нерівномірний розвиток навичок: деякі з них можуть мати хорошу пам'ять на цифри чи алгоритми, але відчувати труднощі з абстрагуванням і соціальним розумінням. Для учнів з РАС ефективними є структуроване навчання, візуальні підказки та чітка організація уроку. Такі діти краще навчаються, коли урок має прогнозовану структуру, багато наочних матеріалів і повторень, а завдання розбиті на дрібні кроки. Учні із затримкою психічного розвитку

потребують повільнішого темпу і додаткового повторення, оскільки їхні психічні функції (увага, пам'ять, мислення) розвиваються нерівномірно. Діти з порушеннями слуху покладаються переважно на зорове сприйняття інформації, тому на уроках математики для них критично важливими є візуальні демонстрації, мова жестів, графічні опори. Натомість учні з порушеннями зору потребують адаптації візуального матеріалу в тактильну або аудіо форму (рельєфні креслення, озвучені інструкції тощо). Отже, врахування різних особливостей розвитку учнів є вихідною передумовою для успішного засвоєння математичного матеріалу в інклюзивних класах. Теоретичні й експериментальні дослідження підтверджують, що підхід, адаптований до індивідуальних можливостей дітей, дозволяє їм ефективніше опановувати навіть складні математичні поняття.

Важливо підкреслити, що всі згадані особливості навчання дітей з порушеннями розвитку не є незмінними перешкодами – навпаки, розуміння цих особливостей допомагає вчителю планувати урок так, щоб компенсувати слабкі сторони учня і розвинути його сильні сторони. Саме тому сучасна спеціальна та інклюзивна педагогіка приділяє особливу увагу використанню наочності й активним методам навчання, які роблять математику більш доступною. У наступному розділі розглянемо форми та інструменти візуалізації навчального матеріалу, що рекомендуються для використання в інклюзивних класах.

У педагогіці та психології візуалізація розглядається як сукупність методів передачі інформації через графічні образи та моделі, що стимулюють уявне мислення учня. Відомий психолог А. Вербицький характеризує процес візуалізації як «згортання розумового змісту в наочний образ; будучи сприйнятим, образ може бути розгорнутий і слугувати опорою адекватних розумових і практичних дій». Інший науковець О. Поїс додає, що «візуалізація – це процес подання даних у уяві учня та сприятимуть розумінню абстрактних понять [35].

Деякі дослідники також роблять розрізнення між поняттями «наочність» і «візуалізація». Так, зауважує Т. Іванюк, «поняття «наочність» є більш широким по відношенню до терміну «візуалізація», але поняття «візуалізація» не може поглинутися наочністю через включення у цей термін додаткових вимог

конструювання наочного образу» [8]. Іншими словами, наочність – це загальна характеристика унаочнення знань, тоді як візуалізація підкреслює саме активний процес створення навчального образу. Отже, теоретично візуалізацію можна визначити як специфічний підхід у навчанні, при якому інформація перетворюється у графічні форми (діаграми, схеми, моделі, анімації тощо) для спрощення її сприйняття і опрацювання [8, 9]. Філоненко і Байдак відзначають, що «візуалізація є основою будь-якого сучасного інформаційного проєкту» [45], без якої неможливо ефективно презентувати наукові результати чи організувати освітній процес. Психологи ж підкреслюють розвивальну роль візуалізації: у процесі навчання за допомогою наочних образів учень активізує емоційно-образні компоненти мислення, структурує знання та конструє нові образи для розуміння матеріалу.

Поняття візуалізації в педагогіці та психології охоплює технології подання навчальної інформації у графічній (наочній) формі. З психологічного погляду це – техніка перетворення абстрактного змісту на чіткі зображення (за Вербицьким, Поїсом [35]), що слугують опорою для мислення. У педагогіці візуалізація розглядається як методичний інструмент активного конструювання навчальних образів, який суттєво виходить за рамки простих ілюстрацій. Теоретичні підходи підкреслюють, що візуалізація поєднує когнітивні та емоційні процеси: вона одночасно полегшує сприйняття і розуміння матеріалу та розвиває здатність учнів до абстрактного мислення.

1.2. ПОНЯТТЯ ТА РОЛЬ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ У НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ

Візуалізація у навчанні математики виконує численні педагогічні та психолого-педагогічні функції. По-перше, вона інтенсифікує процес навчання: за допомогою графічних моделей учень швидше опановує нову інформацію. По-друге, візуальні зображення активізують пізнавальну діяльність і уяву: вони сприяють формуванню критичного та образного мислення, стимулюють виділення головного та узагальнення отриманого. По-третє, візуалізація спрощує сприйняття абстрактних математичних понять – перекладаючи числа, формули чи алгоритми

у наочні образи. Наприклад, числові прямі, діаграми чи геометричні моделі роблять математичні відносини очевидними, що підвищує ефективність розуміння теорій і формулювань. Четверта важлива функція – мотиваційна: наочні засоби створюють позитивний емоційний фон уроку і знижують тривожність учнів, зокрема тих, хто має труднощі з математикою. Як зазначає Логачевська С. П., «використання візуалізації відіграє ефективну роль у процесі навчання математики... саме технологія унаочнення може стати основою нових методик» [27]. П'ята – корекційна: візуальні підказки і схематичні наочності компенсують прогалини у вербальному розумінні, важливі для учнів з мовленнєвими та пізнавальними особливостями. Загалом, візуалізація у навчанні математики реалізує такі педагогічні завдання: інтенсифікацію навчання, активізацію пізнавальної діяльності, розвиток зорового й критичного мислення, забезпечення просторово-образного представлення знань та підвищення візуальної грамотності учнів. Крім того, сучасні дослідження показують, що візуальні математичні інструменти роблять числа «конкретними», знижують рівень страху перед математикою та дають учням можливість буквально «побачити» структуру задачі.

Візуалізація на уроках математики виконує ключову роль активізації учнівського мислення: вона робить процес пізнання багатовимірним (зорово-образним), що сприяє кращому запам'ятовуванню та розумінню матеріалу. Наочні моделі і схеми дозволяють учням легше оперувати числами та поняттями, сприяючи узагальненню знань. За даними дослідників, візуальні методи знижують емоційну напругу учнів, підвищують їхню зацікавленість і впевненість у навчанні (наочно-виражаючи складні ідеї), а отже стають невід'ємним засобом ефективного викладання математики.

Класифікація та типи візуалізацій (статичні, динамічні, цифрові, фізичні)

Залежно від способу подання та технологічного втілення виділяють такі основні типи візуалізації:

Статичні візуалізації – незмінні зображення чи схеми (малюнки, графіки, таблиці, ментальні карти). Вони фіксують інформацію у двовимірному вигляді,

дозволяючи учням аналізувати її в статичному вигляді (наприклад, креслення геометричних фігур, ілюстрації процесів).

Динамічні візуалізації – анімації, відео та інтерактивні моделі. Вони демонструють зміну параметрів або процесів у часі (наприклад, анімовані графіки функцій, демонстрації експериментів, онлайн-симуляції), що підсилює розуміння динамічних явищ та процесів.

Цифрові візуалізації – візуальні ресурси, створені за допомогою комп'ютерних технологій. Сюди входять інтерактивні геометричні додатки (GeoGebra, Desmos), цифрові плакати, віртуальні маніпулятиви, електронні підручники з вбудованими анімаціями тощо. Цифрові візуалізації зазвичай поєднують статичні та динамічні елементи і часто містять зворотний зв'язок. У численних дослідженнях відзначено, що цифрові інтерактивні засоби особливо ефективні для учнів з математичними труднощами, оскільки вони «мережують» візуальне, аудіальне і тактильне сприйняття та надають миттєвий відгук.

Фізичні візуалізації (маніпулятиви) – конкретні наочні матеріали (блоки, лічильні палички, картки, моделі) [18, 33]. Це осяжні об'єкти, які учень може тримати в руках і з якими можна здійснювати операції (групувати, сортувати, порівнювати). Наприклад, кольорові блоки для вивчення десяткової системи чи картки з геометричними фігурами – вони допомагають засвоювати абстрактні ідеї через тактильні відчуття. У дослідженнях відзначено, що фізичні маніпулятиви часто привабливі для дітей з аутизмом та ГРДУГ: яскраві кольори і тактильні особливості створюють зрозумілу та передбачувану структуру навчання.

Візуалізація

Тип візуалізації	Опис	Приклади
Статичні	Незмінні зображення, що ілюструють поняття.	Схеми, малюнки, графіки, довільні ілюстрації, діаграми, карти.
Динамічні	Зображення в русі або інтерактивні презентації.	Анімації процесів, відео-демонстрації, інтерактивні моделі.
Цифрові	Комп'ютерні мультимедійні форми наочності.	Інтернет-платформи (GeoGebra, Mathigon), віртуальні робочі аркуші, мультимедійні плакати.
Фізичні	Осяжні наочні матеріали (маніпулятиви).	Лічильні блоки, наочні картки, набір «Нумікон», геометричні моделі.

Згідно з сучасними педагогічними технологіями, оптимально комбінувати кілька типів візуалізації залежно від мети та можливостей учнів. Наприклад, динамічна анімація може демонструвати перетворення геометричних фігур, тоді як статичні схеми допоможуть закріпити результат у пам'яті. Цифрові ресурси дозволяють інтегрувати різні форми наочності та додаткові сенсорні ефекти, що сприяє багатовимірному навчанню. Такі інструменти було визнано «ефективними для учнів із математичними труднощами», адже вони одночасно задіюють візуальну, слухову і кінестетичну модальності й дають миттєвий зворотний зв'язок.

Візуалізацію у навчанні класифікують за формою подання: від статичних рисунків і схем до анімацій, комп'ютерних моделей і конкретних маніпулятивів. Статичні зображення корисні для закріплення матеріалу, динамічні – для ілюстрації процесів, цифрові – для комплексного мультимедійного навчання, а фізичні маніпулятиви – для експериментального та тактильного навчання. Вибір форми візуалізації визначається навчальною метою і особливостями учнів: наприклад, дітям з вадами зору чи моторики більше підходять цифрові великі моделі, а дітям з аутизмом часто корисні яскраві тактильні маніпулятиви.

1.3. КЛАСИФІКАЦІЯ МЕТОДІВ І ЗАСОБІВ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ З МАТЕМАТИКИ ДЛЯ УЧНІВ З ООП

Для ефективного застосування візуалізації в умовах інклюзії необхідно створювати відповідні психолого-педагогічні умови. За Лурія О. Р. по-перше, важливо враховувати індивідуальні потреби учнів: учитель має добирати форми наочності з урахуванням рівня розвитку, особливостей сприймання і стилю навчання кожного учня (наприклад, надавати додаткові візуальні підказки дітям з мовленнєвими труднощами або використовувати послідовні блоки – дітям з СДУГ). По-друге (Хміль Н. А., Галицька-Дідух Т. В., Цяньці В.), слід забезпечити розвиток зорового мислення: це передбачає інтеграцію візуальних вправ у кожен урок, з навчанням учнів стратегіям роботи з наочним матеріалом (наприклад, складання ментальних карт, конструювання моделей) [46]. Тому обов'язковою умовою є методична підготовка вчителя – володіння технологіями скрайбінгу, інтерактивними додатками, графічними організаторами тощо (як, наприклад, у Mathigon або VR-платформах) [46]. Крім того, емоційно-психологічний комфорт класу також критичний: наочність повинна подаватися послідовно й у помірній кількості, щоб не перевантажувати увагу учнів і стимулювати їхню самостійність. За підтримки вчителя й асистента створюють «пам'ятки» або «розклад» уроку у вигляді інфографіки, що допомагає учням з особливостями уваги не втратити нить заняття. Нарешті, пріоритетом є інтерактивність навчання: групові проєкти, обговорення побаченого на екрані чи з маніпулятивами, а також систематичне поєднання візуального та вербального компонентів забезпечують глибше засвоєння знань. Такі умови (адаптоване середовище, диференційована підтримка, мультисенсорні методики) відповідають принципам Універсального дизайну навчання та сприяють цілісному включенню кожного учня до навчального процесу[46].

Використання візуалізації в інклюзивному класі вимагає продуманого поєднання методів: диференційованих завдань та візуальних підтримок, підготовленості вчителя у сфері візуальних технологій та створення комфортного середовища. При цьому вчитель має бути готовий змінювати форми наочності

залежно від групи: наприклад, використовувати спокійні статичні ілюстрації з чіткими контурами для учнів з аутизмом та СДУГ, анімації й інтерактивні вправи – для тих, хто потребує активного залучення уваги. Сукупність таких умов гарантує, що візуалізація слугуватиме допоміжним каналом інформації, котрий ураховує психофізіологічні особливості учнів з ООП і підвищує їхню здатність до самостійного навчання.

Особливості математичного мислення у дітей з особливими освітніми потребами (ООП) суттєво різняться за типом порушень:

Діти з інтелектуальними порушеннями зазвичай демонструють конкретний рівень мислення і обмежений обсяг робочої пам'яті. Їм важко оперувати абстрактними поняттями, тому переходити до узагальнень допомагають конкретні візуальні образи та числові моделі. Навчання має бути структурованим і поступовим, з опорою на графічні допомоги. Завдяки візуалізації вони можуть сформувати внутрішню модель поняття: наприклад, під час вивчення дробів кольорові сегменти кола ілюструють співвідношення частин цілого.

Діти з розладами аутистичного спектру (РАС) часто відзначаються сильним візуальним стилем пізнання. Їм властиве наочно-образне мислення з перевагою роботи із зоровими образами та шаблонами. Але такі діти можуть мати труднощі з гнучким мисленням і загальними узагальненнями, а також схильні трактувати інформацію буквально. Тому для них особливо корисними є чіткі візуальні підказки: схеми, ілюстрації, маніпулятиви. Наприклад, у дослідженні Луцив та Шаран наголошується на застосуванні візуальних підказок і конкретних «наочних матеріалів» (як-от методика «Нумікон») під час навчання дітей з РАС, що значно покращує розуміння абстрактних математичних понять. Фактично такі учні часто «дивляться на світ через візуальну призму», тому будь-який перехід від тексту до картинки (чи від числа – до предмета) має для них велике значення.

Діти з синдромом дефіциту уваги і гіперактивності (СДУГ) мають особливості уваги і саморегуляції, що впливають на здатність концентруватися на уроці. Психолого-педагогічні дослідження показують, що у таких дітей наочно-образне мислення теж має характерні прояви: їм складно виділяти істотні ознаки

предмета, вони можуть плутати подібні об'єкти в одній групі (наприклад, «чобіт—черевик», «жираф—верблюд»). З іншого боку, багатьом учням з ГРДУГ добре вдаються візуальні задачі, де потрібно швидко «побачити» рішення. Різнокольорові навчальні іграшки та анімації допомагають їм утримувати увагу. Як зауважують дослідники Скрильник І. П., Семененко Н. П., для дітей із СДУГ властива імпульсивність і нестійка увага, тож навчання з використанням наочних моделей (чітких схематичних малюнків чи рухливих візуальних сигналів) підвищує ймовірність засвоєння матеріалу [42].

Діти з мовленнєвими порушеннями (дислексією, дисграфією та ін.) часто стикаються з труднощами читання та письма, тож сприйняття математичних текстів уповільнюється. Для них критично важливо мінімізувати навантаження на вербальне сприйняття: графічні схеми, кольорові сполучення та піктограми в уроках математики дозволяють засвоювати поняття «наочніше», коли інформація подається через зображення, а не слова. На думку педагогів, «зараз численні дослідження підтверджують, що подача інформації у вигляді зображень максимально полегшує процес розуміння і робить навчання ефективнішим». Тобто, якщо учень не може швидко прочитати задачу, наочний супровід до неї дає змогу все ж розв'язувати задачу за зоровим ключем.

Математичне мислення учнів з ООП відрізняється акцентом на конкретність і візуальні образи. Діти з інтелектуальними порушеннями потребують максимально наочних схем і поступового переходу до абстракцій. Учні з РАС і СДУГ значною мірою «візуали» й добре сприймають графічні моделі, хоча в них можуть бути труднощі з узагальненнями й відволіканням уваги. Для всіх цих груп типовими є проблеми із навантаженням на мовну компоненту; тому візуальні підказки (схеми, моделі, картинки) стають ключовим мостом до усвідомлення математичних понять. Дослідження показують: відповідно підібрана візуалізація значно підвищує шанси на успіх у вивченні математики дітьми з різними типами особливостей.

У світовій літературі останніх років відзначають, що ефективність візуальних методів навчання залежить від поєднання форми подання й

індивідуальних особливостей учнів. Наприклад, маніпулятиви та статичні зображення є надзвичайно корисними для учнів із РАС і СДУГ: для них стабільна кольорова схема та простора структура навчальних матеріалів створюють передбачуване середовище. Як показало дослідження, застосування у навчанні дітей з аутизмом методики «Нумікон» (збірки кольорових фігурок) робить абстрактні числа наочними і «допомагає дітям з РАС краще розуміти абстрактні математичні поняття». Подібно тому, учні з ГРДУГ, які мають підвищену рухову активність, зазвичай залучаються у навчання, коли можуть взаємодіяти з навчальними блоками: у дослідженнях зазначено, що хапання та пересування числових блоків підтримує їхню увагу під час уроку. Навпаки, такі ж маніпулятиви дають змогу різнорівневим групам учнів (включаючи дітей з ООП) працювати спільно, адже завдання з блоками можна адаптувати до здатностей кожного.

Статичні схеми (текст + малюнок) мають максимальну користь для учнів із мовленнєвими труднощами або інтелектуальною недостатністю: їм достатньо коротко зафіксованої інформації, щоб зосередитися на головному. Натомість учням з труднощами уваги іноді краще підходять динамічні візуалізації – анімації та інтерактивні вправи, які постійно змінюють зображення і утримують інтерес. У загальному ж сенсі, численні огляди й мета-аналізи показують: комбінування візуальних маніпулятивів і цифрових інтерактивних інструментів дає істотні прирости в розумінні чисел для учнів з труднощами у математиці. Так, міжнародний огляд зазначає, що «візуальні інтервенції в математиці» (зокрема, технологічно-підсилені маніпулятиви) забезпечують значний приріст навичок, порівняно із чисто вербальними підходами.

Важливо також, що навіть «прості» візуальні підходи дають учням з ООП помітний ефект. Як підсумовує експертка, візуальні методи «не є надмірністю, а доказово ефективним шляхом для побудови числового мислення». Тобто для кожної категорії дітей (аутистичних, гіперактивних, з дислексією тощо) потрібно підбирати ту форму візуалізації (статичну чи динамічну, цифрову чи фізичну), що відповідає їхньому сприйманню. Наприклад, учням із дисграфією може бути

комфортніше працювати з віртуальними дошками та сенсорним введенням, бо це мінімізує письмові помилки, а учням з порушеннями зору допомагає збільшення шрифту та контрастних діаграм. У будь-якому разі сучасні дослідження вказують: усі форми візуалізації, особливо цифрові інтерактивні, підвищують ефективність навчання в інклюзії.

Емпіричні дані свідчать, що учням різних категорій потрібні відмінні види візуалізації. Для учнів з розладами аутизму та гіперактивністю добре працюють маніпулятиви з чіткою кольоровою структурою. Діти з дислексією або інтелектуальною недостатністю більше користуються статичними наочностями, які знімають мовний тягар, тоді як учням з проблемами уваги ефективно залучати рухливі, інтерактивні образи. Загалом, мета-аналітичні дослідження підтверджують: динамічні й мультимодальні візуальні інструменти (поєднання зображень з інтерактивними вправами) значно покращують розуміння чисел і рішень задач порівняно з традиційними методами.

Огляд новітніх досліджень показує, що проблема візуалізації в математиці і інклюзії останніми роками привертає зростаючу увагу. Серед вітчизняних джерел 2020–2025 рр. відзначимо роботи вчених Центральної України і методистів: Філоненко (2022) описує педагогічні технології візуалізації, наголошуючи на тому, що наочні технології «вирішують низку педагогічних задач» (активізують пізнання, розвивають критичне та зорове мислення). Представники ТОКІППО (Іванюк 2023) вказують на необхідність широкого впровадження візуалізації: «практика підтверджує, що використання візуалізації відіграє ефективну роль в навчанні математики... може стати основою нових методик». Із вітчизняних досліджень останнього п'ятиріччя також відомі праці, що розглядають методичні особливості викладання математики дітям з РАС (наприклад, Луців і Шаран, 2024) — в цих роботах підкреслюється значення візуальних підказок для розвитку математичних навичок у дітей з аутизмом [49].

Міжнародні наукові джерела останніх років підтверджують ідею мультимодального підходу: так, численні огляди доводять, що комбіноване використання візуальних маніпулятивів і технологій (VR/AR-платформ,

інтерактивних додатків) дає істотний навчальний ефект. Зокрема, Hadi & Csikos (2024) у своєму огляді проблемно-орієнтованого навчання з візуалізацією відзначають, що вже в середній школі великі наочні моделі сприяють глибшому засвоєнню математичних понять, особливо у учнів з особливими потребами. Цей та інші систематичні огляди показують: навіть якщо досліджень саме з категоріями ООП небагато (лише ~10 % усіх праць охоплюють учнів із вадами розвитку), результати цих досліджень однозначні – візуалізація посилює успішність таких учнів. Сучасні літературні огляди (2020–2024) також вказують на популярність платформ на кшталт GeoGebra, Mathigon, Desmos і ін., які комбінують статичні графіки з інтерактивністю і широко досліджуються в контексті інклюзивного навчання математики.

Аналіз наукових джерел 2020–2025 рр. свідчить про те, що українські та міжнародні дослідники все активніше вивчають роль візуалізації в математиці, зокрема для учнів з ООП. Вітчизняні методисти підкреслюють необхідність більш широкого впровадження візуальних технологій у шкільну практику. Зі світових досліджень видно, що комбіновані мультимедійні підходи (поєднання маніпулятивів, анімацій і інтерактивних платформ) доводяться особливо ефективними у навчанні дітей з різними типами особливостей. Зокрема, останні мета-аналізи показують значні позитивні зміни у засвоєнні математичних понять за умови активного використання візуальних засобів (особливо технологічно-підсилених) порівняно зі звичайними методами. Таким чином, наукові джерела свідчать про конвергентність підходів: і педагогічні концепції, і емпіричні дослідження підтверджують важливість системного використання візуалізації в інклюзивному навчанні математики.

ВИСНОВОК ДО РОЗДІЛУ 1

Розглянувши теоретичні підходи та результати сучасних досліджень, можна зробити такі висновки щодо візуалізації як засобу підвищення пізнавальної активності учнів з ООП на уроках математики. По-перше, візуалізація – це не просто ілюстрації, а продумана педагогічна технологія, що перетворює абстрактні математичні поняття на чіткі графічні образи. Вона ґрунтується на психологічних

механізмах уявного мислення і має розвивальний потенціал, адже активує образне мислення й емоційно-образні компоненти когнітивного процесу.

По-друге, функції візуалізації надзвичайно різноманітні. Вона інтенсифікує навчання, стимулює увагу й уяву, полегшує засвоєння формул і алгоритмів, сприяє логічному структуруванню інформації. У математиці це виражається у тому, що учень може буквально «побачити» структуру операцій (числових, геометричних тощо), що робить процес осмислення більш наочним і ефективним.

По-третє, форми візуалізації варто ретельно комбінувати. Кожен тип (статичний, динамічний, цифровий, фізичний) має свої переваги і підходить для певних учнів і тем. Зокрема, аналіз наукових даних показує, що фізичні маніпулятиви та насичені кольорові схеми особливо корисні для дітей з аутизмом та СДУГ, тоді як інтерактивні цифрові моделі приносять значну користь учням з навантаженнями на короткочасну пам'ять та мовними труднощами.

По-четверте, успіх візуалізації в інклюзії залежить від психолого-педагогічних умов: вчитель має бути підготовленим до її цілеспрямованого використання, уроки слід планувати з урахуванням можливостей учнів, а також формувати дружнє та безпечне середовище, де візуальні засоби сприяють самоусвідомленню знань, а не відволікають. І, нарешті, по-п'яте, сучасні українські й світові дослідження однозначно свідчать: усі форми візуалізації підвищують ефективність засвоєння математики учнями з ООП. Системна робота із зображеннями і графічними моделями, особливо із застосуванням новітніх мультимедійних технологій, є одним з ключових засобів підвищення пізнавальної активності та загальної успішності таких учнів.

Інтеграція візуалізації у викладання математики створює багатовимірний освітній досвід, який адаптується до потреб учнів з ООП. Теоретично обґрунтовані функції візуалізації, класифікація її форм та міжнародний і вітчизняний досвід досліджень доводять її надзвичайну роль: за умов належного методичного супроводу та умов візуалізація стає потужним стимулом зростання пізнавальної активності і результативності навчання математики в інклюзивному класі.

РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ У

НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ УЧНІВ З ООП

2.1 АНАЛІЗ СУЧАСНИХ ВІЗУАЛІЗАЦІЙНИХ ЗАСОБІВ ТА ЦИФРОВИХ РЕСУРСІВ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

Сучасна педагогічна практика свідчить, що візуалізація навчального матеріалу є одним із ключових засобів залучення учнів з особливими освітніми потребами. Інклюзивне навчання вимагає активного використання графічних засобів, наочних моделей та спрощених інструкцій, що значно підвищує зрозумілість уроків. Так, низка досліджень і методичних матеріалів підкреслюють необхідність індивідуального підходу з урахуванням особливостей сприйняття учнів з порушеннями (наприклад, діагностика РАС, порушень уваги чи мовлення). Особливо важливими є методики, що розроблені з урахуванням сильних сторін таких дітей – наприклад, серія робочих зошитів «Практична математика» для учнів з інтелектуальними порушеннями і синдромом Дауна. Ці посібники побудовані на основі методик «Піктограми», TAN-Содерберг та Numicon, які використовують візуальні образи для пояснення арифметичних понять. Наприклад, у завданнях «Практичної математики» кожна словесна інструкція супроводжується відповідною піктограмою для кращого розуміння учнями. Аналогічний підхід пропонується і в міжнародній практиці: відомо, що методика Numicon (Велика Британія) містить кольорові плитки для моделювання арифметичних операцій і сприяє розвитку просторово-логічного мислення учнів.

В Україні інтеграція візуалізації в інклюзивне навчання математики активно підтримується освітніми програмами та ініціативами НУШ[10][32]. На професійних платформах (наприклад, вебінари про візуалізацію в інклюзивному класі на сайтах «НаУрок» і «Всеосвіта») вчителі діляться досвідом використання схематичних малюнків, презентацій та відеоматеріалів для пояснення абстрактних понять. Такі підходи узгоджуються з рекомендаціями психолого-педагогічної науки: візуальна підтримка дозволяє учням з РАС, порушеннями мовлення чи уваги компенсувати труднощі абстрактного мислення. Зокрема, українські дослідники наголошують, що для успішного засвоєння матеріалу дітьми з РАС

необхідно поступово ускладнювати подачу інформації, розпочинаючи з реальних предметів або чорно-білих зображень і поступово переходячи до графічних символів. При цьому важливо використовувати сильні сторони цих учнів (наприклад, хорошу візуально-просторову пам'ять), демонструючи план уроку через розклад, календар або серію фото з потрібними діями.

Таким чином, сучасний досвід свідчить: візуалізація навчальних матеріалів в інклюзивному класі математики є надзвичайно ефективною. В українських школах це проявляється як у використанні спеціальних дидактичних посібників (зокрема для учнів з інтелектуальними порушеннями), так і в технологіях дистанційного навчання (інтерактивні вправи, симуляції). Міжнародний досвід (методики Numicon, PECS, геометричні маніпулятиви тощо) також доводить користь наочного навчання в інклюзії, що відповідає загальному тренду на універсальний дизайн навчання (UDL) – системне використання різних каналів подачі інформації для всіх учнів[13].

2.2 МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ ДО ВИКОРИСТАННЯ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Для різних категорій учнів з ООП існують спеціальні адаптації освітніх матеріалів, які спираються на візуальні опори. Найважливіші з них:

Піктограми та візуальні картки. Це графічні символи або картинки, що ілюструють дії, предмети чи ключові поняття (наприклад, «додати», «відняти», «розв'язати задачу» тощо). Піктограми широко використовуються у навчанні дітей з мовленнєвими порушеннями і аутизмом. Вони можуть слугувати «субтитрами» до вказівок учителя: у спеціалізованих робочих зошитах для дітей з ООП кожне речення інструкції часто дублюється візуальним символом. Це відповідає рекомендації психологів: візуальні підказки дають змогу учню з ООП обробляти інформацію у власному темпі і не упустити жодного кроку[6][8].

Схеми та діаграми. Абстрактні поняття та послідовності дій представлені у вигляді блок-схем, таблиць чи графіків. Наприклад, при поясненні поняття «ланцюг живлення» учитель може створити наочну схему зв'язків між об'єктами (живі організми + стрілки). На уроці алгебри або геометрії учні можуть працювати

зі схемами побудови фігур або розв'язання рівнянь. Такі наочні «карти» сприяють систематизації знань: учень бачить логіку послідовності завдань і може орієнтуватися у великому обсязі інформації.

Колірне кодування. Частини завдання чи різні змінні позначають різними кольорами для наочності (наприклад, у рівнянні $x + y = z$ x завжди синій, y – червоний; або у дробах підсвічується чисельник одним кольором, знаменник – іншим). Це допомагає учням із труднощами концентрації уваги і вербальної пам'яті швидко зрозуміти, які елементи завдання взаємопов'язані. Педагоги також часто використовують кольори для розподілу матеріалів – на столах можуть бути спеціальні маркери, а у робочих зошитах – кольорові смуги на кутах сторінок для підкреслення нового розділу.

Презентації та відео. Під час інтерактивних уроків використовують мультимедійні презентації із графікою, анімаціями, відеоролики з наочними прикладами. Наприклад, при вивченні геометричних фігур учням показують анімацію побудови фігури або демонструють реальні об'єкти за допомогою камери. Це особливо корисно при поясненні задач з рухомими моделями. Відео-аналогії завдань можуть бути субтитровані чи озвучені для дітей з порушеннями слуху[28][32].

Об'ємні моделі та маніпулятиви. До візуалізації належать не тільки зображення на папері чи екрані, але й тактильні моделі: абакуси, геометричні фігури з пластику чи паперу, колоди номерів. Учні з порушенням зору чи зниженим інтелектом можуть торкатися цифр або збирати числа з форм, що допомагає закріпити уявлення про число чи властивості фігур. Навіть на основному рівні уроку математики використання лічильних паличок, кольорових блоків Монтессорі та предметних наборів у кабінеті служить способом адаптації матеріалу: учню наочніше представлено абстрактні дії.

Розклади, картки-розкладки, соціальні історії. Для учнів з РАС чи СДУГ розробляють візуальні розклади уроків (картки з послідовністю запланованих завдань) та соціальні історії з піктограмами (опис очікуваної поведінки в різних ситуаціях). Такі ресурси допомагають дитині зорієнтуватися в ході заняття та

підтримувати самоконтроль. Зокрема, наприклад, у кабінеті може висіти табличка «Алгоритм виконання домашнього завдання» з малюнками кожного кроку (відкрив зошит – подивився на номер – почав обчислювати), що полегшує дітям із порушеннями уваги самотійно слідувати інструкції.

Ментальні карти (mind maps) і наочні конспекти. Учні та вчителі створюють разом візуальні нотатки (важливо, індивідуально для кожного учня), де ключові терміни та правила представлені у вигляді схем з графічними асоціаціями. Наприклад, при вивченні геометрії може бути складено карту «Властивості трикутника» з відповідними значками (кут, периметр, центр ваги тощо).

Кожна з цих адаптацій відповідає принципам диференціації: матеріал залишається фактично тим самим, що й для всього класу, але подається в іншій формі – більш «наочній» і структурованій. Як зазначалося в дослідженнях, візуальна підтримка компенсує дефіцит усного сприйняття і дозволяє учням з ООП опрацьовувати інформацію власноруч і у власному темпі.

Практика інклюзивного навчання містить багато конкретних розробок, що ілюструють застосування візуалізації під час уроків математики. Для учнів з інтелектуальними порушеннями та синдромом Дауна створено адаптовані робочі зошити та плани уроків. Наприклад, у навчальному комплексі «Практична математика» (видавництво «Перспектива») кожен урок пронумерований і містить піктограми замість текстових інструкцій. У такому конспекті вчитель може запропонувати завдання на співвідношення предметів та зображень, де ключові дії ілюструються кольоровими картинками і блоками. У цьому посібнику поєднуються методи, орієнтовані на розвиток компенсаторних зон дітей з інтелектуальними порушеннями, а саме: методика «Піктограми», адаптована методика глобального читання «TAN-Содерберг» (Нідерланди) та британська методика «Нумікон». Так, учням пропонуються вправи на рахунок і порівняння цифр з акцентом на кольорове кодування (наприклад, десятки виділені одним кольором, одиниці – іншим), що полегшує сприйняття позиційної системи числення[14].

Для учнів з аутичним спектром (РАС) характерне уповільнене вербальне сприйняття й потреба в чіткій структурі. Тому під час математики для них застосовують структуроване навчання з постійними візуальними підказками. Згідно з дослідженнями, дітям з РАС ефективно допомагають уроки, які включають обов'язкове використання наочності: певні дії демонструються спочатку за допомогою моделей або схем, а тільки потім обговорюються словами. Так, у методиці Numicon всі математичні операції (додавання, віднімання, тощо) моделюються двовимірними кольоровими плитками, що «втілюють» абстрактні числові співвідношення у конкретні візерунки. Практика показує, що такі візуальні матеріали сприяють формуванню математичних навичок у дітей з РАС, оскільки спрощують їхні ментальні операції та підвищують мотивацію. До того ж, на уроках часто застосовуються піктограми та картинки для пояснення послідовності дій: наприклад, план розв'язання задачі розписується номерами кроків із відповідними зображеннями.

Для учнів з порушеннями мовлення логопеди та вчителі включають до уроку математики альтернативні комунікаційні засоби. Зокрема, можуть використовуватися планшети з освітніми додатками, що містять AAC-системи (комунікативні дошки) – прикладом є програми GeoGebra, Boardmaker, TouchChat, Proloquo2Go тощо. Ці програми дозволяють учням вибирати символи та формувати прості речення, пов'язані з математичними діями (наприклад, «прибрати предмет» чи «додати до групи»), що робить сам процес навчання зрозумілішим. Важливо, що будь-який текстовий або усний матеріал на уроці може бути продубльований у вигляді інфографіки чи схем, що суттєво покращує розуміння дітьми з дефіцитом мовлення[13].

Приклади уроків показують, що комбіноване застосування цих методів є успішним. Наприклад, на уроці із участю дітей з ООП можна використовувати кольорові моделі для вивчення поняття «периметр прямокутника» (спершу збудувати прямокутник з клейких планочок або в програмі Geogebra і виміряти його), супроводжуючи це анімацією на екрані та підказками із піктограмами. Інший приклад – урок «Круглі числа, де важливо застосувати матеріальні

рахівниці і блоки Монтессорі, а завдання проілюстровані серією картинок. Таким чином, конкретні розробки комбінують практичні маніпулятиви, цифрові моделі і графічні підказки залежно від потреб кожного учня.

2.3 ОГЛЯД ЦИФРОВИХ ІНСТРУМЕНТІВ І ПРОГРАМ ДЛЯ ВІЗУАЛЬНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В ІНКЛЮЗИВНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Цифрові технології відкривають широкі можливості для візуалізації математичних концепцій. Нижче наведено приклад таблиці з популярними інструментами та їх застосуванням в інклюзивному уроці математики.

Таблиця 1.2

Цифрові інструменти

Інструмент / програма	Тип/Опис	Потенційна користь для учнів з ООП
GeoGebra	Система динамічної математики (геометрія, алгебра); відкритий софт з інструментами побудови фігур і графіків.	Дозволяє створювати «живі» геометричні моделі, які учні можуть змінювати в режимі реального часу. Візуалізуючи абстрактні поняття (графіки функцій, властивості фігур), GeoGebra сприяє глибшому розумінню матеріалу. Інтерактивні вправи з відображенням результатів графічно підвищують мотивацію та підтримують учнів з різними потребами.
Mathigon	Онлайнова платформа з інтерактивним математичним контентом («Math Playground»); містить готові курси та симуляції.	Mathigon пропонує візуалізації різних тем (фрактали, графи, модулярна арифметика тощо) та має вбудовані маніпулятиви (наприклад, багатокутники, блоки Cuisenaire онлайн). Це заохочує дослідження концепцій у грі та допомагає учням з ООП через ігрові елементи краще уявити складні теми.
Віртуальні маніпулятиви (Didax, Toy Theater, PhET, Polypad, і т.д.)	Колекції онлайн-конструкторів (пластикові кубики, лічильні блоки, дробові зразки тощо).	Дає змогу студентам експериментувати з модельними об'єктами на екрані: міняти їх розміри, колір, створювати площини, моделювати дробові тощо.

		Віртуальні маніпулятиви часто оснащені пояснювальними підказками та підтримують кожен крок. Це допомагає учням із труднощами абстрактного мислення сприймати математику як конкретні дії та візуальні образи[.
Інтерактивні вправи та платформи (LearningApps, Khan Academy, MozaBook, EdPro)	Освітні ресурси з готовими інтерактивними завданнями з анімаціями та зворотним зв'язком.	Дозволяють учням працювати у власному темпі з наочною візуалізацією кожного завдання (наприклад, анімовані рішення вправ). Крім того, багато платформ автоматично адаптують складність завдань до рівня учня. Для дітей з ООП це означає можливість отримати додаткове пояснення завдання через відео або схему, а також миттєвий зворотний зв'язок.
Математичні додатки для планшетів (абакус, лічильні рядки, Test-платформи)	Програми, що імітують популярні фізичні засоби (абакус, Cuisenaire-палиці, лічильні рамки і т.д.).	Електронні аналоги тактильних інструментів: наприклад, "Number Rack" (віртуальний лічильний рядок) дозволяє заблокувати певні числа до пояснення вправи. Це додає мультисенсорності до уроку, що особливо корисно для учнів з дрібною моторикою чи сенсорними порушеннями. Університетські дослідження показують, що поєднання фізичних і віртуальних маніпулятивів може оптимізувати засвоєння концепцій.

Всі перелічені інструменти довели свою ефективність у формуванні математичних навичок: вони збагачують уроки анімацією, інтерактивністю та можливістю легко модифікувати задачі. Зокрема, GeoGebra сьогодні є однією з найпоширеніших платформ у школах (згідно з методичними рекомендаціями), оскільки дає вчителю змогу демонструвати будову фігур чи графіків наживо. Аналогічно, онлайн-курси Mathigon містять вправи з візуалізацією тригонометричних функцій, фракталів тощо, які учні можуть проходити у зручному для себе темпі. Водночас більшість таких сервісів є безкоштовними або мають відкритий доступ, що полегшує їх впровадження. У навчанні дітей з ООП

ці цифрові інструменти часто поєднують із класичними – наприклад, перед демонстрацією фізичних блоків на уроці учитель може показати відповідну модель у GeoGebra або PhET для залучення уваги. У результаті поява віртуальних маніпулятивів і платформ з інтерактивними вправами значно розширює можливості дидактичної візуалізації в інклюзії[23][24].

2.4. РОЗРОБКА ФРАГМЕНТІВ УРОКІВ МАТЕМАТИКИ З ВИКОРИСТАННЯМ РІЗНИХ МЕТОДІВ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ

У рамках експерименту розроблено п'ять інтегрованих уроків математики з використанням GeoGebra, зорієнтованих на учнів з розумовою відсталістю. У цих уроках враховано принципи Нової української школи (акцент на наочності, дослідницьких та ігрових методах, диференціацію), а також рекомендації інклюзивної педагогіки. Інтегроване навчання, що поєднує кілька видів активності, сприяє кращому розумінню матеріалу і підвищує мотивацію учнів. Зміст і методика кожного уроку адаптовані до потреб учнів: передбачено наочні моделі, поетапне пояснення та практичне закріплення.

Відповідно до принципів Нової української школи та рекомендацій з інклюзивної освіти, уроки математики мають бути особистісно орієнтованими та забезпечувати активне залучення учнів з особливими освітніми потребами. Зокрема, учням з розумовою відсталістю слід пропонувати наочні, інтерактивні та практичні завдання[21][22]. Рекомендується поєднувати традиційні методи з використанням ІКТ (GeoGebra) для візуалізації понять. У наступних розробках п'яти уроків ураховано ці підходи: кожний урок спроектовано з деталізованим планом (організаційний момент, мотивація, вивчення нового, закріплення, рефлексія), адаптовано зміст, методи та оцінювання для учнів з ООП, інтегровано геогейбра-моделі та передбачено необхідні додатки (GeoGebra-файли, методичні рекомендації, адаптації за ІПР, розвиток ІКТ-компетентностей).

Урок 1: Додавання раціональних дробів

Тема. Додавання і віднімання звичайних дробів (з однаковими знаменниками).

Навчальна мета. Узагальнити вміння учнів додавати і віднімати дроби з однаковими знаменниками; наочно пояснити алгоритм додавання дробів.

Очікувані результати. Учні зможуть наводити приклади дробів, знаходити суму та різницю дробів з однаковими знаменниками в практичних ситуаціях (наприклад, на малюнках), пояснювати, як спрощувати результат. Як результат навчання учень з ЛРВ засвоює основні кроки обчислення дробів з опорою на наочний матеріал.

Адаптація. Для учнів зміст спрощено: використовуються предметні моделі (шматочки торта, наліпки тощо) та умовні малюнки, що ілюструють дробові частини. Завдання розбито на поетапні кроки: спочатку показується наочно, як складаються однакові частини (наприклад, дві половини утворюють ціле), потім діти самостійно виконують нескладні вправи. Інструкції подаються коротко й конкретно, з опорою на малюнки та маркери; обсяг письмових вправ зменшено (наприклад, учню пропонується знайти тільки чисельник суми, а знаменник лишається тим самим). Оцінювання орієнтується на усне або практичне виконання (наприклад, складання фрагментів конструктора замість письмового запису відповіді).

Хід уроку:

Організаційний момент. Привітання, перевірка готовності до уроку. Асоціативна вправа: показати на класному столі розрізаний на частини яблуко або картинку торта (або іншу ілюстрацію) і запитати учнів, скільки частин утворюють цілу. Мета – залучити увагу через реальний об'єкт.

Мотивація. Демонстрація двох однакових карток із апельсином, розрізаним навпіл. Учитель питає: «Скільки половинок буде разом?». Відповідь: «Ціле». Акцент на те, що для обчислення дробів можна уявити реальні предмети або картинки. Ця активізація знань згідно з рекомендаціями потребує використання наочно-ілюстративних засобів. Учитель повідомляє мету уроку: навчитися складати дроби на конкретних прикладах.

Вивчення нового.

1. Учитель пояснює правило додавання дробів з однаковими знаменниками через наочний приклад: на інтерактивному дошці (або реальній демонстрації) показує, як дві групи однакових об'єктів (наприклад, $\frac{2}{5}$ рожевих цукерок + $\frac{1}{5}$ рожевої цукерки) дають $\frac{3}{5}$ (малюнок 3 малих фігурок з п'яти). Формулює правило: «При додаванні дробів зі спільним знаменником ми складаємо тільки чисельники і записуємо той самий знаменник».

2. Разом із дітьми виконуємо аналогічний приклад: демонструємо два відрізки завдовжки $\frac{1}{5}$ та $\frac{2}{5}$ (можна використати кольорові лінійки чи смужки паперу), складаємо їх. Учні самостійно записують результат, підказуючи один одному кроки. Учитель коментує та одразу перевіряє розуміння.

Закріплення. Практичні завдання в парах. Кожному учню дається набір карток з пазлами дробів (наприклад, фігури, поділені на 6 частин), які треба «скласти». Учні підносять картки із дробами до дошки з намальованим знаменником (наприклад, 6-частковим колом) і показують суму шматочків. Вчитель перевіряє відповіді через взаємне обговорення – важливо давати коментар під час виконання. За необхідності повторює правило.

Рефлексія. Підсумовування вмісту через бесіду: «Що ми сьогодні дізналися про додавання дробів? Навіщо нам потрібен спільний знаменник?» Учитель просить учнів назвати ключові моменти підкріпленнями жестом або мімікою. Повторюється мотиваційний малюнок (торт) – діти пояснюють, чому склавши дві половини, отримали одне ціле. Такий аналіз утверджує засвоєння за допомогою наочного мислення.

Інтеграція ІКТ (GeoGebra). Згідно з досвідом, інтерактивні моделі допомагають учням стати активними дослідниками. На уроці використовуємо GeoGebra для динамічної ілюстрації додавання дробів:

1. Запустити GeoGebra (вибрати «Графіка» або «Геометрія»).
2. За допомогою інструменту «Прямокутник» побудувати прямокутник, розділений на 5 рівних частин (через використання опції «розділити фігуру» або побудову шести вертикальних сегментів).

3. Позначити кольором перші 2 п'яті (власний відтінок), дати їм ім'я (Fragment1) і окремо позначити 1/5 (Fragment2).

4. Використати інструмент «Параметр» (slider): поставити слайдер для чисельника першої частини ($x=2$, мін=1, макс=5) та іншого ($y=1$, мін=1, макс=5).

5. Показати формулу суми дробів: ввести вираз $x/5 + y/5$ у вікні введення. Графічно на екрані видно результат $(x+y)/5$ – GeoGebra викреслює числову точку або відрізок довжиною, пропорційною сумі.

6. Діти та вчитель плавно змінюють значення слайдерів, спостерігаючи за змінною позицією об'єкта та числовим результатом. Учні бачать «живе креслення» суми дробів та одразу розуміють необхідність однакового знаменника.

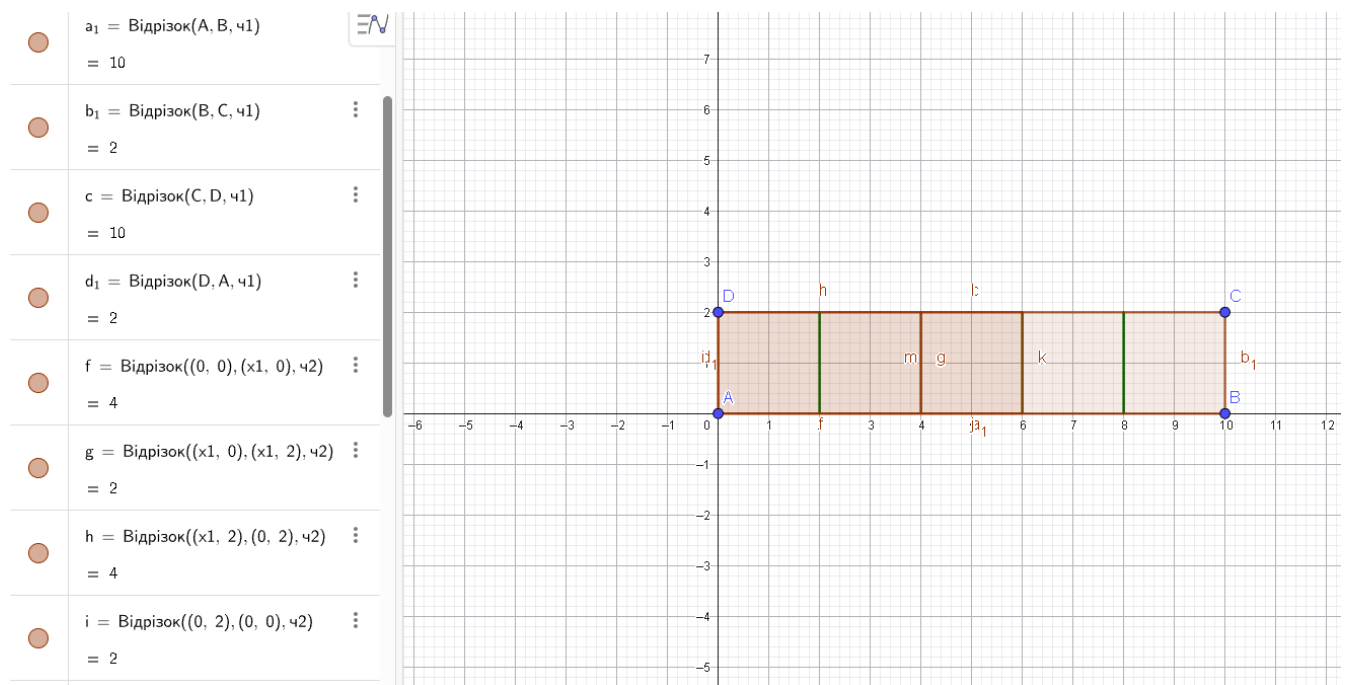


Рис.2.1. Зображення до уроку 1

Урок 2: Розв'язування лінійних рівнянь (одна змінна)

Тема. Лінійні рівняння з однією змінною – основні поняття і рішення.

Навчальна мета. Навчити учнів перетворювати та розв'язувати прості лінійні рівняння виду $ax + b = c$; продемонструвати розв'язання на конкретних моделях

Очікувані результати. Учні зможуть розв'язати рівняння виду $2x + 3 = 7$, описати дії в словах (переміщення доданків зі збереженням рівності), використовуючи наочні моделі. Очікується, що учень навчиться виконувати

операції виділення змінної у два етапи (перенесення вільного доданку, потім ділення) завдяки наочному супроводу та коментуванню.

Адаптація. Використовуємо «рівновагу ваги» або умовну модель рівняння (рівні множини предметів). Спрощуємо вирази й уникаємо багатьох знаків (наприклад, замість $ax + b = c$ беремо конкретне $2 \cdot x + 3 = 7$). Вчитель поступово супроводжує кожен крок малюнками: спочатку показує два однакових відра (ліва чашка рівняння) з двома однаковими кубиками x та трьома одиничними гирями, на правій чашці – сім гир. Таке візуалізоване представлення враховує наочно-предметний характер мислення учнів. Завдання адаптовано: учень по черзі забирає прості частини задачі (наприклад, віднімає 3 гирі з обох чаш), виконує дію та записує результат. Рівняння перекладається в короткі фрази: « $2x = 4$, тоді $x = 2$ ». Обсяг письма зменшено – дитина може підставляти відповіді в позначення, що вже написані на картці (наприклад, має готове місце « $x = \dots$ »). Асистент та вчитель стежать, щоб учень крок за кроком виконував завдання.

Хід уроку:

Організаційний момент. Привітання. Вчитель показує на столі дві сумки з однаковим вмістом (наприклад, в кожній – по 1 коту-« x ») і кілька яблук. Діти називають, що бачать (актуалізація знань про однакові доданки).

Мотивація. Загадка: «У двох чарівних мішках лежать котики – по однаковій кількості. Якщо до кожного додати по 3 яблука, разом їх стане 7. Скільки котиків було в кожній сумці?». Учні роблять припущення. Після відповіді («2») вчитель каже, що це і є розв'язком рівняння $2 \cdot x + 3 = 7$. Демонструє малюнок ваги з двома котиками і трьома яблуками навмисне, щоб зацікавити та пов'язати реальні образи з математичною моделлю.

Вивчення нового.

1. Пояснення концепції балансу: учитель креслить на дошці рівняння $2x + 3 = 7$ і поруч намальовані дві однакові коробки з написом x і три кружки (означають 3 одиниці) на лівій вазі, та сім кружок на правій вазі. Поступово демонструє крок 1: «забираємо 3 кружки з обох чаш», показує, що на правій вазі лишилося 4 кружки, отже $2x = 4$. Діти у спільній роботі називають ці кроки

простими словами. Використання таких конкретних моделей відповідає принципам поступового ускладнення й залучення наочності.

2. Другий крок: вчитель пояснює, що відтепер «по 2 котика» = 4, отже 1 котик = 2. Демонструє дію ділення на два предмети. Учні візуально об'єднують по два кружки і визначають значення x .

Закріплення. Клас розбивається на дві групи. Кожній групі даються іграшкові ваги та картки з іншими рівняннями того ж типу (наприклад, $3x + 2 = 11$ та $4x + 1 = 9$). Група складає на ваги відповідну кількість штучних предметів (напис “ x ” і умовні одиниці) і вирішує завдання за моделлю. Учні представляють свої розв’язки класу у простому вигляді (підносять намальовані моделі до дошки). Такий практичний спосіб тренування гарантує діалог учителя й учнів і миттєвий зворотний зв’язок.

Рефлексія. Коли всі вправи закінчені, учитель запитує: «Який перший крок ми зазвичай робимо, розв’язуючи такі рівняння?», «А другий?». Учні відповідають із підказкою; якщо потрібно – учитель нагадує через демонстрацію стрілками. Потім учні (з допомогою вчителя або асистента) диктують короткий запис розв’язку одного з рівнянь, закріплюючи словесну інструкцію в письмі.

Інтеграція ІКТ (GeoGebra). GeoGebra використовується для демонстрації балансу і змін параметрів рівняння.

Інструкція:

1. У GeoGebra перейти в «Графіка» або «Алгебра» і побудувати дві групи об’єктів: наприклад, за допомогою інструменту «**Колекція точок**» розмістити точки $A(0)$, $B(0)$ двічі (представляють x), а поруч точки C , D , E (три одиниці) – на лівій стороні. Праворуч розмістити 7 точок $F \dots L$.

2. Використати «**Слайдер**»: задати слайдер $a=2$, $b=3$; записати вираз $a \cdot x + b = 7$ у вікні введення. GeoGebra відобразить алгебраїчне уявлення ($2 \cdot x + 3 = 7$).

3. Кожен слайдер по черзі змінювати (наприклад, лишити $a=2$ постійним, збільшувати або зменшувати b) та бачити, як змінюються розташування точок (або значення виразу). За змінених значень учні перевіряють, що відбувається з розв’язком.

4. Завдання: ввести власні числа і «складати» рівняння, розв'язувати їх аналізом результату.

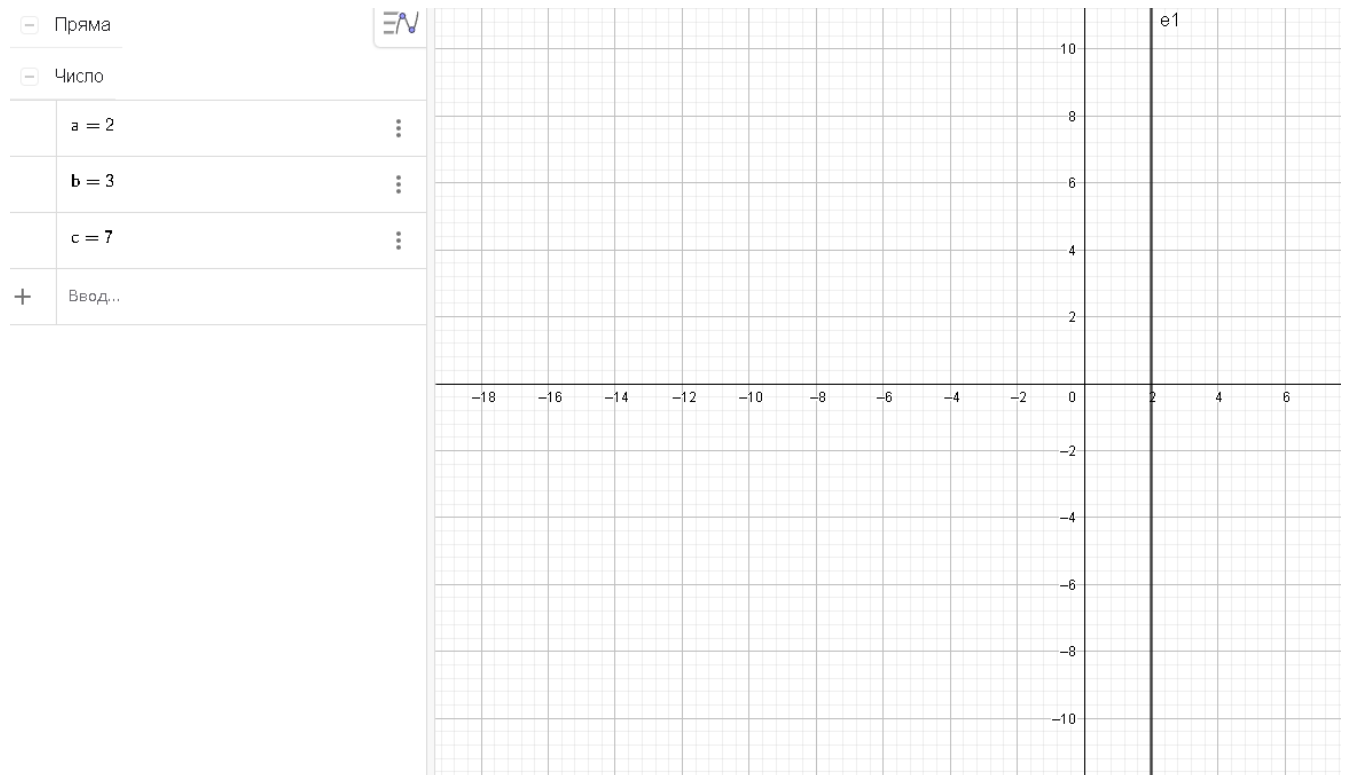


Рис. 2.2. Зображення до уроку 2

Урок 3: Периметр і площа прямокутника

Тема: Периметр і площа прямокутника – визначення та обчислення.

Навчальна мета: Закріпити поняття периметра та площі прямокутника; навчити обчислювати їх за відомими сторонами через наочні моделі (сітка клітинок).

Очікувані результати. Учні вміють знаходити периметр прямокутника (додаванням довжин усіх боків) та площу (перемноженням сторін), пояснюють це за допомогою малюнків, клітинок або геометричних побудов. У результаті повторення учень з ЛРВ засвоює стандартні формули через конкретні приклади та візуалізацію (побудова сітки).

Адаптація. Для забезпечення наочної складової використовуються реальні або зображені на дошці прямокутні рамки в клітинку. Наприклад, викреслюється прямокутник на розкресленому папері (або в програмі) з чорно-білих клітинок (кожна клітинка = 1 см^2). Учні разом з учителем порахують кількість клітинок (площу) та обведуть контур (отримають периметр). Формули не записуються

одразу в загальному вигляді – спочатку діти складають по одному прямокутнику разом, щоб «відчути» поняття. Потім даються адаптовані завдання: обчислення з підказками (на аркуші написано «периметр = ...», «площа = ...»), де учень лише підставляє числа в готову схему. Умови записані кольоровим шрифтом з великими цифрами (врахування зорових особливостей).

Хід уроку:

Організаційний момент. Вхідна вправа – показати на екрані/дошці зображення двох різних прямокутників (або принести картонні рамки). Учитель просить учнів описати, що спільного між ними і чим вони відрізняються (закріплення знань про фігуру «прямокутник»).

Мотивація. Практичний виклик: «Уявіть, що ви робите рамку для фотографії: потрібно відрізати по дві смужки зіркового паперу довжиною 3 і 5 клітинок. Що це – периметр чи площа?» Учні міркують, відповідають. Учитель пояснює: «Саме периметр – сумарна довжина по контуру». Цей образ заохочує зацікавленість (використання наочної-образної ситуації).

Вивчення нового.

1. Учитель разом із учнями на мілкій сітці креслить прямокутник розміром 4×3 клітини. Питає: «Скільки клітинок по периметру та всього?». Учні пораховують усі кромки ($4+4+3+3 = 14$), записують « $P = 14$ ». Після цього діти порахували клітини всередині ($4 \cdot 3 = 12$) і записують « $S = 12$ ». Пояснення супроводжуються вказівкою на клітинки пальцем – тобто використовується тактильно-зоровий підхід.

2. Учитель коротко формулює правило: «Периметр = сума довжин усіх боків, площа = добуток довжин суміжних сторін». На дошці написано обидва вирази. Оскільки у дітей преважає конкретно-образне мислення, формули виводяться через приклад.

Закріплення. Діти виконують практичну вправу біля планшетів з графічними сітками або за допомогою малюнків у зошиті. Задача: намалювати прямокутник 5×2 клітини, обчислити його периметр і площу. Учні вставляють відповідні числа у формули « $P = 5+5+2+2$ », « $S = 5 \cdot 2$ ». Вчитель стежить, щоб

кроки були записані чітко й послідовно, при потребі повторює дії. Після індивідуальної роботи декілька учнів демонструють свої креслення на дошці.

Розглянемо задачу для пояснення дітям різницю між периметром і площею прямокутника.

Задача

Пояснити дітям різницю між периметром і площею прямокутника.

-Периметр — це довжина рамки навколо фігури.

-Площа — це кількість маленьких клітинок усередині прямокутника.

Як демонструє код

Код малює прямокутник із синіх клітинок та червоною рамкою.

«Зайчик» рухається по клітинках усередині прямокутника, переходячи по одній клітинці за раз.

Збоку з'являється лічильник: «Пройдено клітинок: X», який показує, скільки клітинок зайчик уже відвідав.

Коли зайчик проходить усі клітинки, з'являється напис: «Площа = 30 клітинок», що відповідає добутку 6×5 .

Таким чином, діти бачать, що площа — це саме кількість клітинок, які можна пройти всередині фігури, а не довжина рамки.

Крок 1. Починаємо з першої клітинки всередині прямокутника.

(Зайчик стає в клітинку.)

Крок 2.

Зайчик:

- переходить у сусідню клітинку,
- рахує: 1 клітинка, 2 клітинки, 3 клітинки...

Крок 3.

Зайчик:

- проходить усі клітинки рядок за рядком,
- не виходить за рамку.

Крок 4.

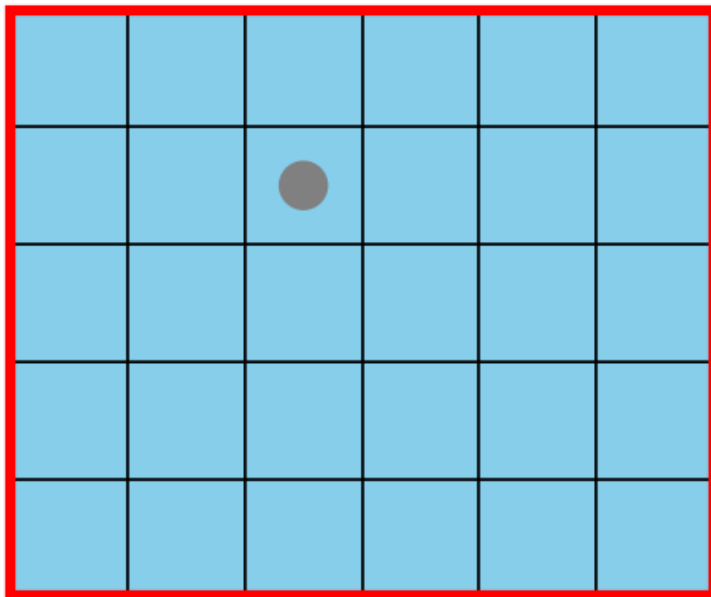
Коли всі клітинки пройдено —

Кількість кроків = площа прямокутника.

Код у додатку Б.

Периметр = довжина рамки

Площа = кількість клітинок всередині

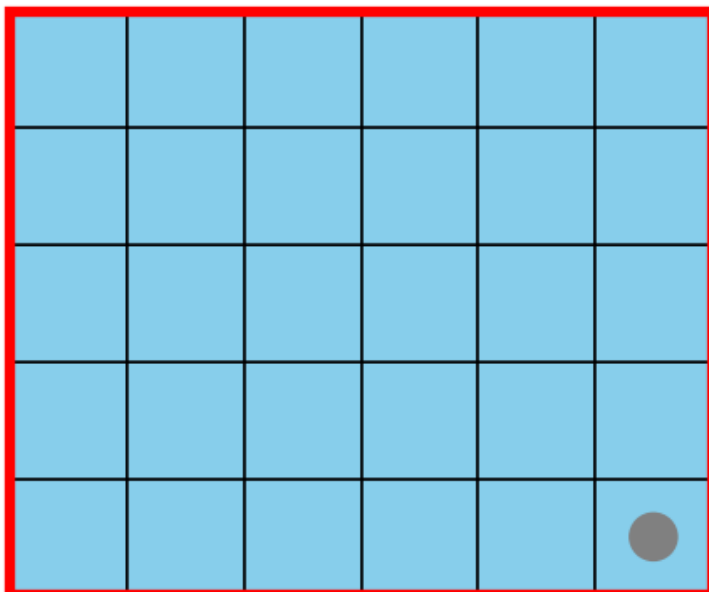


Пройдено клітинок: 10

Рис. 2.3. Рух зайчика по клітинках

Периметр = довжина рамки

Площа = кількість клітинок всередині



Пройдено клітинок: 30

Площа = 30 клітинок

Рис. 2.4. Площа яку пройшов зайчик

Зайчик бігає по червоній лінії і рахує довжину пройденого маршруту, щоб отримати периметр прямокутника.

Як демонструє код

Код малює прямокутник із синіх клітинок та червоною рамкою.

Збоку з'являється лічильник: «Пройдено: X одиниць», який показує, довжину пройденого маршруту.

Коли зайчик проходить весь маршрут, з'являється напис: «Периметр = 22 одиниці», що відповідає сумі пройденого маршруту.

Крок 1.

Зайчик стає на червону лінію (рамку).

Крок 2.

Зайчик рухається:

- тільки по краю,
- не заходить всередину.

Крок 3.

Зайчик:

- рахує кожен крок уздовж рамки:
1, 2, 3, ...

Крок 4.

Коли зайчик повернувся у стартову точку —
кількість кроків = периметр.

Код у додатку В.

Периметр = довжина рамки
Площа = кількість клітинок всередині

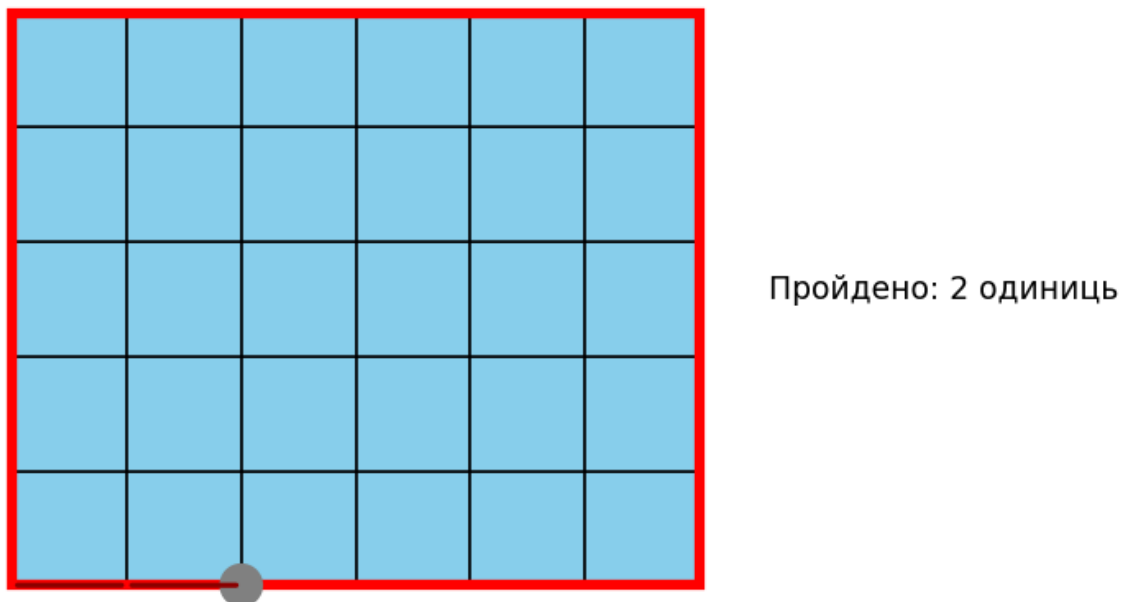


Рис. 2.5. Рух зайчика по маршруту

Периметр = довжина рамки
Площа = кількість клітинок всередині

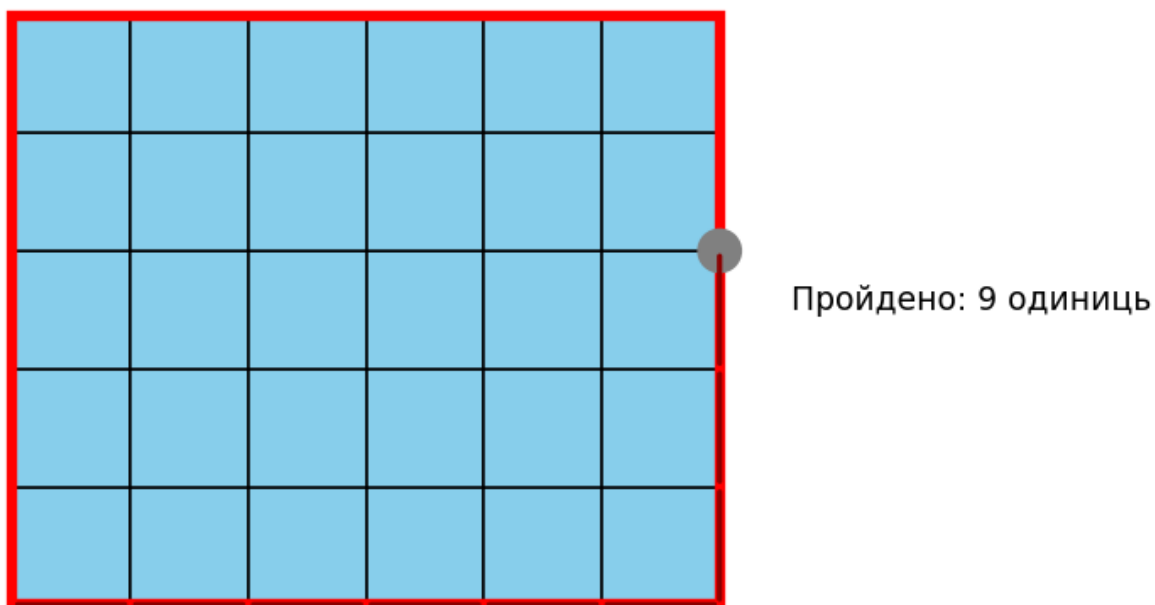
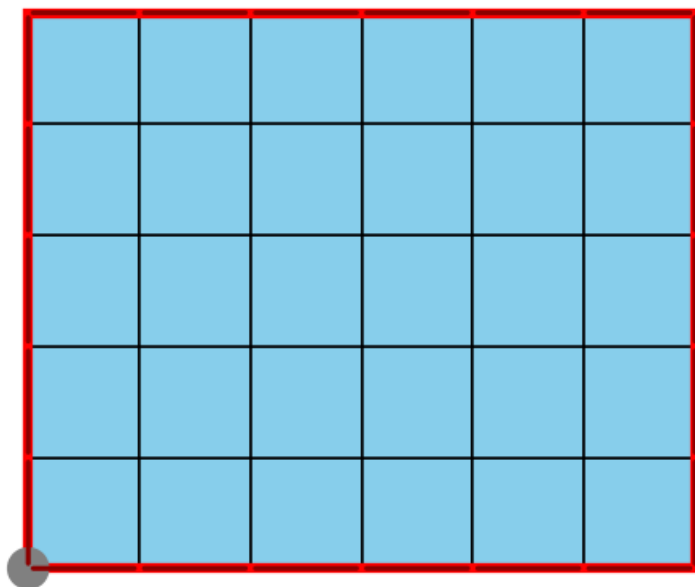


Рис. 2.6. Проміжний результат

Периметр = довжина рамки
Площа = кількість клітинок всередині



Пройдено: 22 одиниць

Периметр = 22 одиниць

Рис. 2.7. Периметр. Довжина, яку пройшов зайчик

Рефлексія. Підсумкова бесіда: «Як знайти периметр? Як площу?». Учитель повторює відповіді дітей з жестами «+» і «×». Наголошує: «Площа – це кількість клітинок, які зайняв прямокутник» – фактично, вказує на практичну інтерпретацію. Учні вказують на почуті терміни (закріплення поняття через тактильний «дотик» до дошки).

Інтеграція ІКТ (GeoGebra). GeoGebra використовується для побудови прямокутників і автоматичного обчислення їх параметрів. Кроки:

1. У GeoGebra перейти в «Геометрію» та обрати інструмент «Довільний багатокутник». Побудувати прямокутник (довільні чотири точки, з'єднати).
2. Задайте довжини сторін прямокутника через властивості: наприклад, ввести $A=(0,0)$, $B=(5,0)$, $C=(5,2)$, $D=(0,2)$.
3. Використати інструменти «Виміряти довжину» для кожної сторони: відображаються значення 5, 2, 5, 2.
4. Ввести команду $Perimeter[ABCD]$ та $Area[ABCD]$. GeoGebra автоматично покаже результат (наприклад, $P=14$, $S=10$).

5. У режимі «Алгебра» учні бачать формули та обчислення. Це наочно ілюструє зв'язок формул з результатом, а графічний вивід допомагає краще зрозуміти процес.

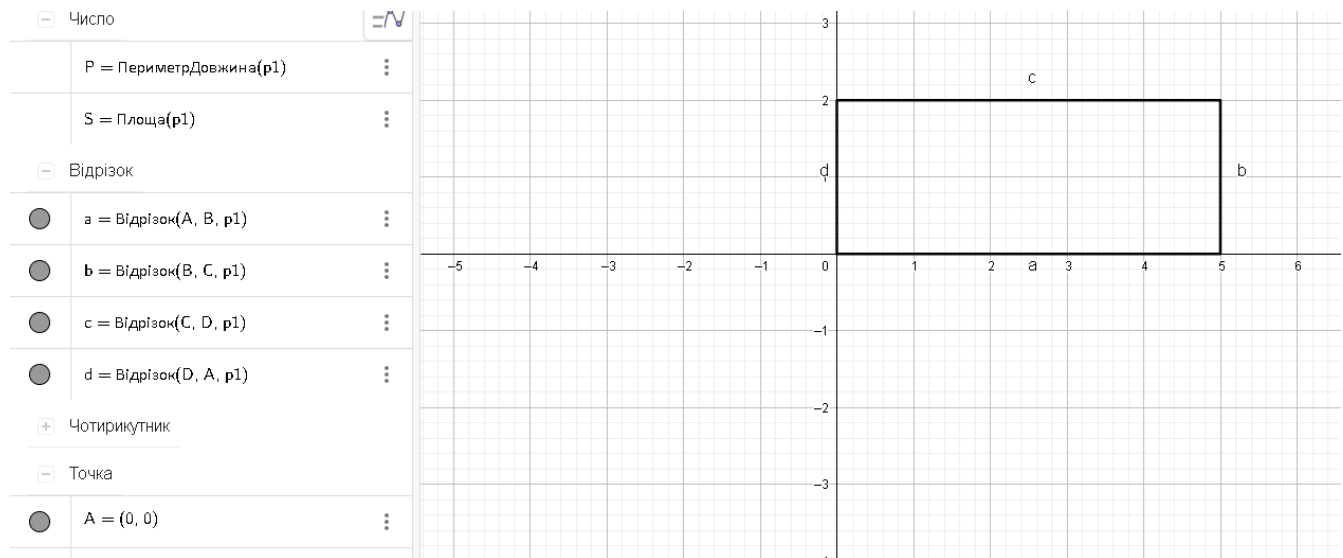


Рис. 2.8. Зображення до уроку 3

Урок 4: Властивості трикутників (рівнобедрений і рівносторонній)

Тема: Трикутники – види (рівнобедрений, рівносторонній) та їх властивості.

Навчальна мета. Ознайомити учнів з поняттями рівнобедреного та рівностороннього трикутника, розвинути вміння порівнювати сторони й кути через динамічне малювання.

Очікувані результати. Учні зможуть розпізнавати та називати рівнобедрений і рівносторонній трикутники за малюнками; пояснювати їх характеристики через демонстрацію в Geogebra або реальних моделях. Очікується, що після уроку учень з ЛРВ зможе наочно побачити «однакові» сторони та кути, використовуючи демонстрації.

Адаптація. Для легшого сприйняття використовуємо кольорові дерев'яні (або пластикові) трикутники. Рівносторонній трикутник має бути яскраво забарвлений для підсилення уваги; рівнобедрений – з двома однаковими кольоровими сторонами. Використовуємо наочні матеріали (пазли-трикутники тощо). Додатково складається схема: поруч з фігурою підписано «2 сторони однакові» чи «всі сторони однакові». Алгоритм навчання розбитий на кроки:

спочатку учні візуально виявляють однакові сторони, потім читають відповідну формулювання, а вже наприкінці самостійно креслять за шаблоном (на аркуші з умовними точками). Письмово мінімізовано – замість формул « $ab = ac$ » учням пропонується вставити у підготовлені пропуски цифри/кольори (кольоровий код).

Хід уроку:

Організаційний момент. Вступний малюнок – на дошці два намальовані трикутники: один з двома рівними (позначені однією червоною фарбою), інший – з трьома рівними (зелений). Учитель питає: «Що ви бачите спільного й чим ці трикутники відрізняються?». Учні відповідають (наприклад, однакові позначки сторін). Таким чином спонукається сприйняття наочної ознаки.

Мотивація. Гра «Знайди пару». На столі є набори трикутників різної форми: учні мають вказати, які два трикутники можуть бути «побратимами» за умовою «2 однакові сторони». Після цього учитель пояснює: «Те, що ви назвали – це рівнобедрений трикутник». Демонструється рух картками та порівняння боків – застосовується багаторазове підкріплення (часті повтори).

Вивчення нового.

1. Пояснюється визначення наочно: рівнобедрений – два однакові, рівносторонній – три однакові. Учитель креслить на дошці трикутник і зафарбовує дві сторони однією фарбою, пояснює поняття «рівнобедрений». Аналогічно вводиться «рівносторонній» на іншому малюнку. Використовується прийом «помахати надписами над фігурою» (інтерактивно) – це стимулює запам'ятовування образів.

2. Разом із дітьми називаємо властивості: в рівносторонньому всі кути теж рівні (60°), в рівнобедреному – кути при основі рівні. Наочність посилюється: у GeoGebra (або вручну) за допомогою транспортира демонструються кути. Учитель на великому аркуші малює схеми-схеми та обводить однакові кути дугами того самого кольору.

Закріплення. Робота в парах з малюнками. Кожна пара отримує картки з різними трикутниками (різними по формі). За вказівкою «покажи всі рівнобедрені трикутники» діти об'єднують картки, пояснюючи свої дії. Потім аналогічно – для

рівносторонніх. Учитель коригує за необхідності та запитує в учнів підсумкові речення, що їх характеризують. Цей інтерактивний підхід відповідає використанню «нетипових методик» і наочного матеріалу.

Рефлексія. Підсумок у формі гри: учитель показує одну довгу бруківку і одну коротку (для уваги). Учні вголос кажуть, чи є в них пара друга така сама, тобто повторюють правила. Потім закріплюється поняття задачею: «Якщо один трикутник рівнобедрений, якими кольорами зафарбувати його сторони?» – діти відповідають словами або жестом (малювання на дошці). Учитель підкреслює, що правильне розуміння базується на наочно-зрівнянні.

Інтеграція ІКТ (GeoGebra). Використовуємо GeoGebra для побудови та дослідження трикутників:

1. Відкрити GeoGebra («Геометрія»).
2. Інструментом «**Полігон**» побудувати трикутник (клацнути точки А, В, С).
3. Задати довжину відрізків: у властивостях (двічі клікнути на точку В) встановити **AB = 5, BC = 5, CA = 3** – це рівнобедрений трикутник (дві довжини рівні). GeoGebra відобразить ці значення.
4. За допомогою інструменту «**Кут**» позначити і виміряти кути при основі (клікнути вершини А-В-С і В-С-А). Учні бачать, що кути при основі (відповідно по 3 та 1) рівні.
5. Побудувати ще один трикутник, задавши **AB = 4, BC = 4, CA = 4** – це рівносторонній. Знову зафіксувати кути.
6. Діти самі змінюють одну з довжин через “Алгебра” (наприклад, подвоюють **CA**), спостерігаючи, що трикутник перестає бути рівностороннім.

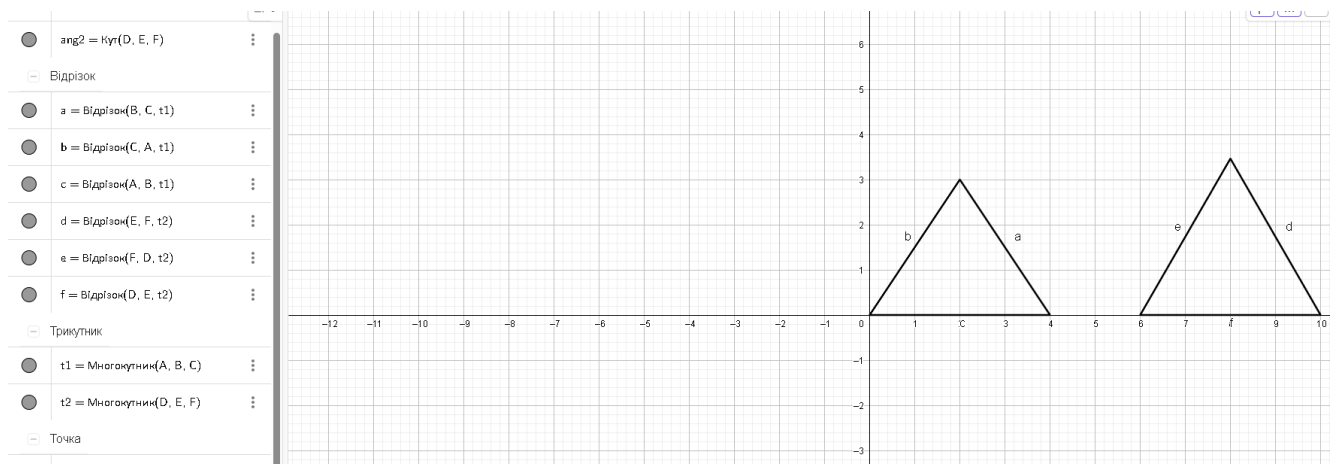


Рис.2.9. Зображення до уроку 4

Урок 5: Побудова графіків лінійних функцій

Тема: Лінійні функції – графіки та їх побудова (коротке повторення поняття «функція»).

Навчальна мета: Познати учнів із поняттям графіка лінійної функції виду $y = kx + b$ через практичне побудування на координатній площині; розвинути навички інтерпретації зв'язку «крок зміни x – зміна y ».

Очікувані результати. Учні навчаться будувати графік простого рівняння $y=kx$ (для $k = 1$ і $k = 2$) на координатній площині, а також тлумачити, як зміна k впливає на нахил прямої. Учень з ЛРВ отримає розуміння «зростання на одиницю y додає ... одиниць x » завдяки візуальній побудові і таблиці значень.

Адаптація. Оскільки графіки можуть бути абстрактними, використовується проміжний крок – табличний спосіб. Учні отримують готову таблицю зі значеннями x та y для $y = x$ (або $y = 2x$). На паперовій міліметровці виконують відмітки точок вручну, сполучають лінією. Використовуємо великі клітинки і чітко марковані осі (згідно з адаптованими вимогами: яскраві стрілки осей, великі цифри). Ключове – кожна точка демонструється наочними кружками чи наклейками, щоб дитина могла доторкнутися до точки чи наклеїти її. Записи контролюються – алгоритм «підставляти, рахувати, відмічати» видно наочно.

Хід уроку:

Організаційний момент. Знайомство з моделлю «ліжка сходинок»: учитель малює на дошці сходинки (напр. 1;2;3;4 по горизонталі і аналогічні по вертикалі).

Підписує: «Спочатку» та «Кінцева». Пояснює, що це допоможе уявити, що відбувається з координатами, коли крок руху по x дорівнює кроку по y (ступінчастий малюнок).

Мотивація. Просте завдання: «Якщо ми йдемо по дорогах міста, де кожен крок на схід відповідає кроку на північ, наша дорога малюватиме фігуру “сходінка”». Такий образ підводить до прямої лінії як інший, більш «прямий» спосіб пересування. Учитель проводить «мандрівку» по сходінках на дошці, потім малює пряму (що йде нахилено), демонструючи з'єднання їхньої ідей. Це стимулює інтерес і пояснює: пряма – це більш «компактний» шлях, який можна описати формулою.

Вивчення нового.

1. На прикладі функції $y = 1 \cdot x$ учитель малює на дошці координатні осі і разом із дітьми будує графік: вибирає три прості точки (0,0), (1,1), (2,2). Учні малюють точки на решітці (з великими точками або стікерами), після цього учитель з'єднує їх ліною. Пояснює: «Це і є графік функції $y = x$ – кожен крок вправо відповідає кроку ввверх».

2. Повторюємо для $y = 2x$: учні бачать, що зростання y відбувається у два рази швидше – точка (2,4) замість (2,2). Підставлення, обчислення та побудова повторюється. Важливо, що учням пропонується самостійно порахувати значення y для декількох x (1, 2, 3) з підказкою, а викладач одразу перевіряє.

Закріплення. Учитель роздає учням планшети чи паперові клітинки з готовою мережею координат. На цих сітках діти окреслюють власні лінії для заданих k (наприклад, $k=0.5$ або $k=2$) за підготованими вчителем таблицями. Клас разом з вчителем аналізує, чим відрізняються графіки – більш пологий чи крутий. Завдання орієнтоване на практику і відразу фіксується дією учнів (побудова на папері).

Рефлексія. Заключне обговорення: «Що відбувається з графіком, якщо число k збільшується?». Учні пояснюють: «Лінія стає крутіша». Учитель малює догори-вниз лінію і уточнює: «Це називається зростаюча функція» або «падаюча», якщо знак мінус. Учні повторюють ці терміни у простій формі. Підсумок: «Пряма

– це нескінченне збільшення на одну частину по x і y » – учитель вимальовує це як правило.

Інтеграція ІКТ (GeoGebra). GeoGebra чудово ілюструє зв'язок між формулою та графіком. Дії:

1. У GeoGebra вибрати «Графік функції». Ввести $f(x) = x$. Програма одразу відобразить пряму.

2. Використати інструменти «Слайдер»: створити слайдер k (від -3 до 3) та встановити вираз $g(x) = k \cdot x$. Учні спостерігають, як змінюється нахил лінії зі зміною k .

3. Побудувати таблицю значень: обрати «Таблиця значень», задати $x = 0, 1, 2, 3$. GeoGebra автоматично покаже $y = k \cdot x$. Учні бачать, як при $k=2$ сума вищого стовпчика збільшується вдвічі.

4. Для навичок читання графіку побудувати паралельну пряму (за допомогою команди «Паралельна пряма»). Наприклад, побудувати пряму, що проходить через $(0,1)$ і паралельна $f(x)$. Учні розуміють, що зміщення b відповідає руху догори або донизу.

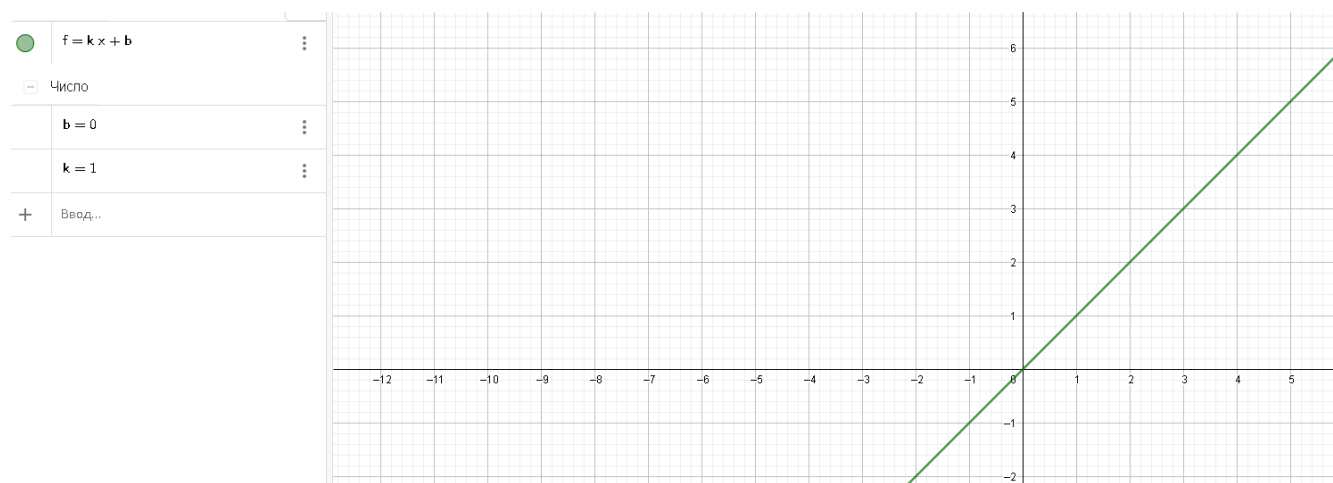


Рис. 2.10. Зображення до уроку 5

ВИСНОВОК ДО РОЗДІЛУ 2

Проведений аналіз підтверджує, що використання візуалізації є універсальним та ефективним підходом в інклюзивній освіті математики. При візуальному поданні математичних понять учні з різними ООП

(інтелектуальними, аутичними, мовленнєвими, акцентуаціями уваги тощо) демонструють кращі результати засвоєння матеріалу та вищу мотивацію. Практичні приклади з українських шкіл і методичні розробки (зошити, уроки, онлайн-модулі) свідчать, що комбінація графічних матеріалів, предметних моделей та інтерактивних технологій дозволяє адаптувати математичну освіту під потреби кожної дитини. При цьому основною умовою успішності є грамотно спланована діяльність педагогів: учителя та асистента, які разом формують індивідуальні траєкторії навчання. Асистент вчителя допомагає розбити завдання на етапи та пояснити їх візуально, а педагог – створює освітнє середовище, в якому наочні матеріали та цифрові ресурси заохочують до навчання. Застосування таких методик відповідає концепції НУШ і Універсальному дизайну навчання – адже воно змінює подачу інформації, а не вимоги до учня, і покращує комфорт усього класу.

Отже, впровадження візуалізації на уроках математики в інклюзивному класі не лише підвищує пізнавальну активність учнів з ООП, а й сприяє формуванню їхніх соціальних і комунікативних навичок. Адекватна інтеграція наочних матеріалів і новітніх технологій у навчальну практику є необхідною складовою успішного інклюзивного навчання. Це підтверджують наукові дані: систематичне використання схем, моделей і програмних засобів призводить до зростання академічної успішності та впевненості учнів з ООП, створюючи справді рівні умови для розвитку кожного учня.

Усі розроблені уроки враховують рекомендації щодо роботи з учнями: значна роль наочного матеріалу, крокова інструкція, емоційна підтримка, можливість багаторазового повторення. При цьому в уроки органічно інтегровані ІКТ-інструменти, зокрема GeoGebra, що дозволяє створювати живі моделі математичних об'єктів. Такий підхід відповідає сучасній меті – формувати математичну грамотність через візуалізацію та практичну діяльність.

У ході формувального етапу педагогічного експерименту було розроблено та апробовано п'ять уроків математики з використанням GeoGebra, зміст і структура яких відповідали принципам Нової української школи, враховували

психолого-педагогічні особливості учнів з особливими освітніми потребами та передбачали корекційно-розвивальну спрямованість навчального процесу. Застосування динамічних моделей забезпечило наочне подання абстрактних математичних понять, сприяло формуванню в учнів цілісного уявлення про навчальний матеріал і підвищувало їхню залученість до навчальної діяльності.

Учні, які навчалися із використанням засобів візуалізації, продемонстрували вищий рівень засвоєння навчального матеріалу, зростання пізнавальної активності, підвищення навчальної мотивації та більш виражену здатність діяти за зразком і алгоритмом.

У процесі спостереження за навчальною діяльністю учнів було встановлено, що використання GeoGebra сприяє зниженню рівня навчальної тривожності, створює ситуацію успіху та забезпечує індивідуалізацію навчання відповідно до можливостей кожного учня. Особливо ефективним виявилось поєднання візуалізації з поетапним коментуванням дій, що дозволило учням краще усвідомлювати зміст виконуваних операцій.

Отже, результати практичного дослідження підтвердили доцільність і ефективність використання засобів візуалізації, зокрема GeoGebra, як важливої педагогічної умови підвищення пізнавальної активності та результативності навчання математики учнів з особливими освітніми потребами. Запропонована методика може бути рекомендована до впровадження в практику спеціальних та інклюзивних закладів загальної середньої освіти, а також використана в подальших науково-педагогічних дослідженнях.

ВИСНОВКИ

У магістерській роботі здійснено теоретичне узагальнення та практичне дослідження проблеми використання методів візуалізації навчального матеріалу у процесі навчання математики учнів з особливими освітніми потребами. Актуальність обраної теми зумовлена необхідністю пошуку ефективних педагогічних засобів, які забезпечують доступність математичного змісту, активізацію пізнавальної діяльності та підвищення якості навчальних досягнень учнів, зокрема в умовах спеціальної та інклюзивної освіти.

У процесі дослідження проаналізовано наукові підходи до трактування поняття візуалізації навчального матеріалу, визначено її дидактичні функції та місце в сучасній системі навчання математики. З'ясовано, що візуалізація виступає не лише засобом наочного подання інформації, а й важливим інструментом формування пізнавальної активності, розвитку мислення та мотивації учнів, особливо тих, які мають труднощі з абстрактним сприйняттям навчального матеріалу.

У роботі охарактеризовано психолого-педагогічні особливості учнів з особливими освітніми потребами, зокрема з легкою розумовою відсталістю, які необхідно враховувати під час організації навчання математики. Доведено, що ефективність засвоєння математичних знань такими учнями значною мірою залежить від рівня наочності, поетапності подання матеріалу, доступності пояснень та використання практично зорієнтованих завдань.

На основі теоретичного аналізу та вимог Нової української школи визначено й охарактеризовано сучасні методи та цифрові засоби візуалізації навчального матеріалу, зокрема динамічне математичне середовище GeoGebra. Обґрунтовано доцільність його використання на уроках математики як засобу, що поєднує наочність, інтерактивність і можливість індивідуалізації навчального процесу.

Практична частина дослідження передбачала розробку та апробацію серії уроків математики з використанням GeoGebra для учнів 8 класу спеціальної школи. Результати педагогічного експерименту підтвердили ефективність запропонованої методики: у експериментальній групі зафіксовано зростання рівня

пізнавальної активності, підвищення навчальної мотивації, покращення якості засвоєння навчального матеріалу та формування більшої самостійності учнів у виконанні навчальних завдань.

Учні, які навчалися з активним залученням візуальних та цифрових засобів, продемонстрували кращі результати порівняно з учнями, які навчалися за традиційною методикою.

Таким чином, мету та завдання магістерського дослідження досягнуто. Отримані результати підтверджують доцільність і педагогічну ефективність використання методів візуалізації навчального матеріалу у процесі навчання математики учнів з особливими освітніми потребами. Запропоновані методичні підходи можуть бути рекомендовані до впровадження в практику спеціальних та інклюзивних закладів загальної середньої освіти, а також використані в подальших наукових дослідженнях і педагогічній практиці.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Global Education Monitoring Report 2019: Inclusion and Education: All Means All. Paris : UNESCO, 2019. 132 p.
2. Medina Herrera L. M., Juárez Ordóñez S., Ruiz-Loza S. Enhancing mathematical education with spatial visualization tools // *Frontiers in Education*. 2024. Vol. 9. Art. 1229126.
3. UNICEF. Всеохоплююча інклюзивна освіта: кращі світові практики та рекомендації. Київ : ЮНІСЕФ, 2020. 48 с.
4. Білоусова Л. І., Житеньова Н. В. Хмарні сервіси як ефективний інструмент візуалізації // *New computer technology*. 2019. Т. 17. С. 25–30.
5. Виготський Л. С. Мислення і мова. Київ : Либідь, 1997. 323 с.
6. Гнатенко Ю. В. Мультимедійні технології як засіб інтенсифікації навчання дітей з особливими потребами. Актуальні питання корекційної освіти. 2016. Вип. 7. С. 56–64.
7. Гончар Г. Д. Візуальні стратегії у логопедичній роботі з формування мовлення дітей з аутизмом // *Вісник Луганського національного університету імені Тараса Шевченка. Педагогічні науки*. 2017. № 1(3). С. 12–17.
8. Дергач М. А. Використання візуалізації в роботі з дітьми з особливими освітніми потребами // *Спеціальна освіта та соціальна інклюзія: виклики XXI століття* : матеріали І Всеукр. наук.-практ. конф. (Запоріжжя, 25 листоп. 2021 р.). Запоріжжя, 2021. С. 7–8.
9. Жукова К. Використання інфографіки на уроках математики у початковій школі // *Педагогічна наука: методи, моделі та інформаційні технології*. 2020. № 2. С. 248–254.
10. Закон України «Про внесення змін до деяких законів України про освіту щодо організації інклюзивного навчання» від 05.06.2014 № 1324-VII // *Відомості Верховної Ради України*. 2014. № 44. Ст. 507.
11. Закон України «Про загальну середню освіту» від 16.01.2018 № 2662-VIII // *Відомості Верховної Ради України*. 2018. № 8. Ст. 58.

12. Закон України «Про освіту» від 05.09.2017 № 2145-VIII // *Відомості Верховної Ради України*. 2017. № 38. Ст. 282.

13. Засенко В. В. Психолого-педагогічні основи навчання та виховання дітей з особливими потребами. Освіта осіб з особливими потребами: шляхи розбудови. 2014. Вип. 5. С. 4–12.

14. Засенко В. В., Колупаєва А. А. Діти з особливими освітніми потребами: від рівних прав до рівних можливостей. Особлива дитина: навчання і виховання. 2017. № 4. С. 7–15.

15. Карнаухова А. В. Цифрова візуалізація сторітелінгу як метод формування комунікативної компетентності майбутніх вихователів // *Педагогічна освіта: теорія і практика*, 2021. с. 78–82.

16. Кобильченко В. З. Психологічні особливості сприймання та розуміння наочності дітьми з порушеннями зору. Київ: Науковий світ, 2010. 182 с.

17. Колупаєва А. А., Таранченко О. М. Інноваційні підходи в освіті дітей з особливими освітніми потребами. Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 19: Корекційна педагогіка та спеціальна психологія. 2015. Вип. 30. С. 98–104..

18. Колупаєва А. А., Таранченко О. М. Навчання дітей з особливими освітніми потребами в інклюзивному середовищі: навчально-методичний посібник. Київ: Видавнича група «АТОПОЛ», 2019. 304 с.

19. Конвенція ООН про права дитини : прийнята 20.11.1989 № 995-XI. URL: <https://zakon.rada.gov.ua> (дата звернення: 15.11.2025).

20. Конвенція про права осіб з інвалідністю : прийнята 13.12.2006. URL: <https://zakon.rada.gov.ua> (дата звернення: 15.11.2025).

21. Концепція розвитку інклюзивного навчання : затв. наказом МОН України від 01.06.2018 № 641. Київ, 2018. 16 с.

22. Куренкова А. В. Використання методів візуалізації в роботі з дітьми з тяжкими порушеннями мовлення // *Inclusion and Diversity*. 2023. с. 53–64.

23. Левківська С. П. Візуалізація: від теорії до практичного застосування // *Сучасні освітні технології*. 2024. № 3(35). С. 82–86.

24. Лист МОН України від 03.09.2024 № 6/679-24 «Про організацію освітнього процесу осіб з особливими освітніми потребами у 2024/2025 навчальному році». Київ, 2024. 15 с.

25. Лист МОН України від 05.08.2019 № 1/9-498 «Методичні рекомендації щодо організації навчання осіб з особливими освітніми потребами у закладах загальної середньої освіти». Київ, 2019. 12 с.

26. Логачевська С. П. Диференціація навчання як засіб попередження неуспішності учнів. Початкова школа. 2012. № 10. С. 12–15.

27. Лурія О. Р. Основи нейропсихології. Київ : Наукова думка, 1980. 672 с.

28. Маєр Р. А. Комп'ютерне моделювання як засіб формування математичних понять. Комп'ютер у школі та сім'ї. 2017. № 3. С. 22–26.

29. Макарчук Н. М. Психологічне супроводження дитини з аутизмом у системі інклюзивної освіти. Освіта осіб з особливими потребами: шляхи розбудови. 2014. Вип. 5. С. 98–105.

30. Міністерство освіти і науки України. Методичні рекомендації з навчання осіб з особливими освітніми потребами : лист МОН України від 05.08.2019 № 1/9-498. Київ, 2019. 12 с.

31. Пахомова Н. С. Використання засобів візуалізації у процесі навчання математики учнів з порушеннями інтелектуального розвитку. Особлива дитина: навчання і виховання. 2018. № 2. С. 45–53.

32. Пахомова Н. С. Методичні засади навчання математики учнів з порушеннями інтелектуального розвитку в умовах інклюзії. Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 19: Корекційна педагогіка та спеціальна психологія. 2016. Вип. 31. С. 62–67.

33. Піаже Ж. Мова і мислення дитини. Київ : Радянська школа, 1968. с. 345

34. Поіс О. М. Візуалізація навчальної інформації як засіб активізації пізнавальної діяльності учнів. *Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології*. – 2016. – № 4(58). – С. 102–109.

35. Постанова Кабінету Міністрів України від 15.09.2021 № 957 «Про затвердження Порядку організації інклюзивного навчання у закладах загальної середньої освіти» // *Офіційний вісник України*. 2021. № 75. Ст. 3057.

36. Постанова Кабінету Міністрів України від 21.08.2018 № 688 «Про затвердження Державного стандарту початкової освіти» // *Офіційний вісник України*. 2018. № 77. Ст. 2814.

37. Роде М. Скетчноутинг: посібник з візуалізації ідей / пер. з англ. Г. В. Литвиненко. 2-ге вид. Харків : Школа, 2018. 432 с.

38. Розенквіт І. А. Використання інформаційної графіки та ІКТ для розвитку критичного мислення учнів // *Інформаційні технології та засоби навчання*. 2019. № 74(6). С. 64–75.

39. Розпорядження Кабінету Міністрів України від 29.06.2022 № 717-р «Про затвердження Національної стратегії розвитку інклюзивної освіти на 2022–2030 роки». Київ, 2022. 18 с.

40. Рубінштейн С. Л. Основи загальної психології. Київ : Вища школа, 1970. 843 с.

41. Скрильник І. П., Семененко Н. П. Психологія інклюзивного навчання : навч. посіб. Херсон : Підручников, 2020. 342 с.

42. Таранченко О. М. Дидактичні засади інклюзивного навчання. Освіта осіб з особливими потребами: шляхи розбудови. 2015. Вип. 8. С. 136–144..

43. Токарева Г. В. Візуалізація як засіб інтенсифікації навчання студентів із порушеннями слуху в інтегрованих групах. Актуальні питання корекційної освіти. 2015. Вип. 5. С. 234–242.

44. Філоненко М. М. Педагогічні технології візуалізації навчальної інформації. *Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології*, 2022. с. 45–53.

45. Хміль Н. А., Галицька-Дідух Т. В., Цяньці В. Використання доповненої та віртуальної реальності в українській освіті // *Академічні візії*. 2023. № 22. С. 84–90.

ДОДАТКИ

Додаток А

Конспект уроку з математики (10 клас) «Куб. Основи, грані, ребра, вершини. Їхні властивості»

Мета уроку

Навчальна: ознайомити учнів із об'ємною фігурою «куб», його елементами (грані, ребра, вершини), сформувані вміння називати та порахувати їх кількість; ввести поняття «грань-основа» куба.

Розвивальна: розвивати просторове уявлення, логічне мислення, увагу, дрібну моторику (маніпулювання моделями куба); формувати навички роботи з інтерактивними інструментами GeoGebra.

Виховна: виховувати інтерес до вивчення геометрії через інтерактивні технології; розвивати вміння співпрацювати (працювати в парах/групах), успішно взаємодіяти та підтримувати однокласників.

Очікувані результати:

Учні пізнають куб як правильний паралелепіпед із рівними ребрами та квадратними гранями; зможуть назвати та порахувати число граней (6), ребер (12) і вершин (8) куба.

Учні будуть вміти конструювати куб у GeoGebra (за допомогою інструменту «Куб»), виділяти його окремі елементи (точки-вершини, відрізки-ребра, багатокутники-грані) та маркувати їх назвами.

Під час уроку учні розвиватимуть самостійність і допитливість: працюватимуть із програмним середовищем, відповідатимуть на запитання, демонструватимуть здобуті навички.

Обладнання:

Технічне: комп'ютери або ноутбуки з програмою GeoGebra (3D Graphics), проєктор чи інтерактивна дошка.

Друковані: інструкції покроково (алгоритм побудови куба в GeoGebra); картки-запитання для закріплення (наприклад, «Скільки у куба ребер?»).

Хід уроку:

1. **Організаційний момент:** привітання вчителя з учнями, перевірка присутності. Перевіряємо настрої учнів (наприклад, за допомогою карток зі смайлами). Коротка ритмічна розминка або пальчикові вправи для налаштування уваги (наприклад, «математична зарядка» – легкі рухи в ритмі лічби).
2. **Актуалізація знань:** задаємо учням запитання на повторення базових понять. Наприклад: «Що таке паралелепіпед? Які фігури є його гранями?». Демонструємо модель прямокутного паралелепіпеда (можна в GeoGebra або наочну модель) та разом **називаємо** його грані, ребра і вершини. Нагадуємо, що у прямокутного паралелепіпеда назви граней і їхню кількість: «6 граней, 12 ребер, 8 вершин». Запитуємо, чим куб схожий чи відрізняється від паралелепіпеда. Це підготує учнів до знайомства з кубом.
3. **Мотивація та повідомлення теми:** показуємо картинку чи реальний предмет у формі куба (кубик Рубіка, іграшку-куб, коробку тощо). Обговорюємо, що таке «куб» як геометрична фігура: «Куб – це такий паралелепіпед, у якого всі ребра рівні, а всі грані – рівні квадрати». Цей приклад повсякденного використання куба зацікавлює учнів. Повіdomляємо тему уроку: «**Куб. Основи, грані, ребра, вершини. Їхні властивості**».
4. **Вивчення нового матеріалу:**
5. **Визначення куба:** пояснюємо, що куб має 6 граней (усі – квадрати), 12 ребер (усі — рівні між собою) і 8 вершин, у кожній з яких сходяться по 3 ребра.

6. **GeoGebra:** учням демонструється програма GeoGebra 3D. Вчитель будує куб за допомогою інструменту «**Куб**» (Polyhedron): вказує довжину ребра (або два кінці ребра та напрямок). Отримана модель куба з'являється в 3D-просторі. Учні разом з учителем розгортають та обертають модель за допомогою інструменту «**Рух**» (Move), щоб розглянути її з різних боків.

7. **Позначення елементів:** за допомогою інструментів GeoGebra виділяємо елементи куба: 3D-інструмент «**Точка**» – позначаємо вершину куба, «**Відрізок**» – підсвічуємо одне з ребер, «**Багатокутник**» – виділяємо одну з граней (як полігон з 4 точок). За допомогою інструменту «**Текст/Надпис**» підписуємо: «грань», «ребро», «вершина». Таким чином учні бачать, як в просторі ці елементи розташовані.

8. **Перевірка властивостей:** використовуючи підрахунок або лічильні інструменти GeoGebra, разом обчислюємо: «Скільки у цієї моделі граней, ребер, вершин?» Учні рахує самі (6, 12, 8) і записують результати. Обговорюємо: «У кожній вершину сходяться 3 ребра – це властивість куба». Підкреслюємо, що всі ребра в кубі рівні за довжиною. Можна продемонструвати вимірювання ребра за допомогою інструменту «**Відстань або Довжина**», показавши, що всі ребра мають однакову довжину.

9. **Порівняння із паралелепіпедом:** на моделі (в GeoGebra або паперовій) порівнюємо куб із прямокутним паралелепіпедом. Учитель запитує: «Яка відмінність куба від звичайного паралелепіпеда?» Учні помічають, що у куба всі 12 ребер однакової довжини (у паралелепіпеда можуть бути різні), а всі грані – квадрати. Це повторює пункт з підручника, де учні вчилися називати елементи паралелепіпеда.

10. **Закріплення:**

11. **Гра «Знайди і покажи»:** учитель називає характеристику (наприклад, «покажіть вершину», «виділіть одну грань»), а учні повинні на своїх моделях виконати дію GeoGebra інструментом «Точка», «Полігон» тощо. Така вправа багаторазово **повторюється** для закріплення (адже за даними методики,

багаторазове повторення матеріалу допомагає учням з ООП краще засвоїти поняття).

12. **Картки-завдання:** роздаємо прості картки з питань «У куба _____ граней», «ребер» тощо. Учні відповідають усно або показують результати на моделі. Учитель перевіряє відповіді колективно.

13. **Підсумок уроку:** підводимо підсумки (можна зробити опитування). Запитуємо: *«Що ми сьогодні дізналися про куб?»* Учні називають: «6 граней, 12 ребер, 8 вершин; усі ребра рівні; грані – квадрати; у кожній вершині сходяться 3 ребра». На дошці вчитель пише ці властивості у вигляді короткого підсумкового запису. Оцінюємо роботу класу, хвалимо за правильні відповіді і активну роботу в GeoGebra.

14. **Рефлексія:** учні коротко оцінюють урок. Наприклад, кожен називає щось, що було цікавим чи складним. Вчитель пропонує учням показати картки-смайлики: якщо урок сподобався, намалювати усміхнене обличчя, якщо важко – сумне. Обговорюємо, що сподобалося: «Якщо щось не зрозуміло, ми це повторимо». Заключні слова: **«Сьогодні ви чудово попрацювали з кубом! Сподіваюся, ви зрозуміли його основні властивості».**

Застосування GeoGebra

На етапі актуалізації: для порівняння з прямокутним паралелепіпедом можна використати готову модель у GeoGebra (або побудувати паралелепіпед інструментом «Призм»), щоб одразу вказати на відмінності.

На етапі вивчення нового: головний інструмент – «Куб» (що автоматично створює кубову модель). Вчитель демонструє та сам кладе команду, учні повторюють. Потім використовуються «Точка» і «Відрізок» для позначення відповідних елементів, «Полігон» – для виділення квадрата-граня куба. Інструмент «Надпис» або «Text» додає підписи «грань», «ребро», «вершина». **Координатна сітка або вимірювальні інструменти** допомагають перевірити рівність довжин ребер.

На етапі закріплення: пропонуються активності, де учні самі працюють у GeoGebra: будують модель, відповідають на запитання через дії в середовищі.

Наприклад, вправи-активності, де треба вибрати та порахувати елементи куба («знайди всі вершини куба» тощо).

Використання технологій: як зазначено в методичних рекомендаціях, ІТ-інструменти особливо ефективні при вивченні просторових фігур GeoGebra наочно демонструє властивості куба й дає змогу учням працювати в особистому темпі, що важливо для учнів з ООП.

Адаптації для учнів з ППР

Спрощення термінів: складні абстрактні поняття (наприклад, «багатогранник», «об’ємний») вводити поступово, використовуючи знайомі образи (куб як «ящик», «цеглинка»). Перефразовувати: «ребро – це як ріжок коробки», «грань – як кожна сторінка книги».

Візуальні підказки: використовувати наочні моделі (кубики, картинки) разом з цифровими; показувати на схемі чи в GeoGebra, що таке кожен елемент. Вводити поняття крок за кроком: спочатку візуально вказати вершину на моделі, потім ребро і грань. Заохочувати учнів підходити до дошки чи екрана, щоб потримати модель у руках або взаємодіяти з елементами.

Повторення та закріплення: обов’язково повторювати основні факти кілька разів (адже за методикою учні з ООП краще засвоюють знання через багаторазове повторення). Наприклад, при закріпленні вправи на рахунок ребер/граней розв’язуються в різній формі (усно, з моделями, на GeoGebra). Кожен учень може повторити ті самі завдання на своєму пристрої.

Покрокові інструкції: давати учням чітку послідовність дій. Написані або озвучені інструкції (алгоритм побудови куба у GeoGebra) мають бути поділені на маленькі кроки. Учитель коментує кожен крок: «тепер тягнемо ребро ось сюди», «з’єднай вершини...». Постійно пояснювати, що робить учень («Зараз ти будеш клацати на інструмент «Куб», а потім обиратимеш точку, де хочеш розпочати ребро»). Користуватися підказками: наприклад, наклейками-стрілками на моделі, чи підсвічуванням потрібного інструмента на екрані.

Оформлення робочого місця: мінімізувати відволікаючі чинники. На столах залишають тільки необхідні предмети та моделі. При організації

спілкування під час уроку користуватись простими сигналами чи картками «я слухаю/я відповідаю» – щоб підтримувати дисципліну.

Темп роботи: давати кожному учню додатковий час на обдумування відповіді чи виконання дії. Не треба поспішати з наступним кроком, доки не бачимо, що учні засвоїли поточний.

Методичні рекомендації для вчителя

Зацікавлення: створюйте ситуації успіху й вибір завдань. Давайте учням *вибір* (наприклад, «Хочеш спочатку зробити малюнок куба чи відразу побудувати його в GeoGebra?»). Заохочуйте досліджувати: *«Знайдіть в оточенні щось у формі куба і принесіть, щоб ми обговорили»*. Нехай учні працюють у парах або групах: співпраця мотивує та полегшує труднощі.

Уникнення перевантаження: давайте паузи («робіть невеличку перерву на розминку»), розбивайте матеріал на короткі частини. Використовуйте ігрові моменти: наприклад, вставляйте інтерактивні елементи («хто швидше знайде цю фігуру»). При поясненні уникайте переповнених слайдів/слайдів з анімаціями – прості схеми краще сприймаються.

Підтримання уваги: постійно залучайте учнів у діалог, ставте наочні запитання. Мовте швидкість спілкування – давайте час подумати. Грайтеся з голосом і жестами: посміхайтесь, звертайтеся з іменем, іноді торкайтеся руки для підтримки контакту (як радять експерти). Похваліть учня навіть за невеликий успіх («Правильно знайшов вершину куба!»). Уникайте оцінювання помилок, краще підказати чи показати ще раз.

Емоційний тон: будьте терплячими, доброзичливими й оптимістичними. Маленькі успіхи на уроці – привід для похвали. Не показуйте розчарування, якщо щось не виходить – краще скажіть *«Зараз ми ще раз розберемо цей момент»*. Заохочуйте учнів задавати питання і висловлювати свої думки.

Індивідуальний підхід: стежте за кожним учнем, особливо тим, хто повільніше виконує завдання. Повторюйте інструкції для них окремо, використовуйте жести чи картинки, якщо треба. Деяким учням можна заздалегідь показати план уроку, щоб вони мали орієнтир.

Командна робота: при необхідності залучайте допомогу асистента для учнів з особливими потребами.

Результативність: нагадуємо, що інтерактивні технології значно підвищують розуміння геометричних тем. Тому поєднуйте традиційні наочні методи (моделі, картинки) із цифровими. При підведенні підсумків показуйте, як те саме завдання вирішити на папері і в GeoGebra, – це демонструє практичну цінність нових навичок.

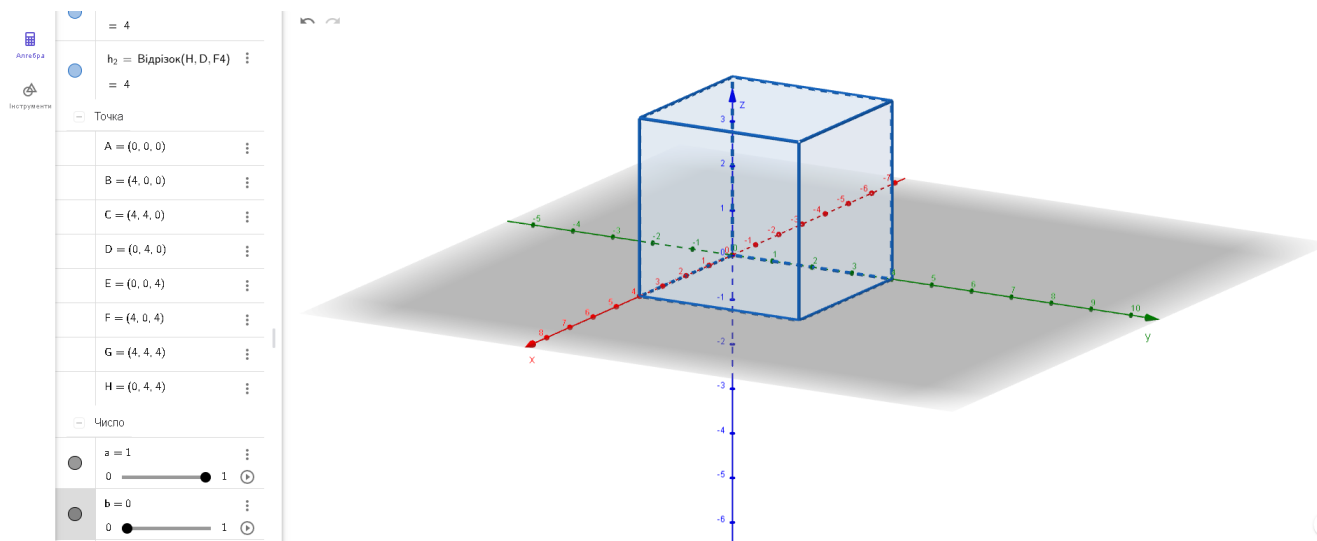


Рис. А.1. Грані куба

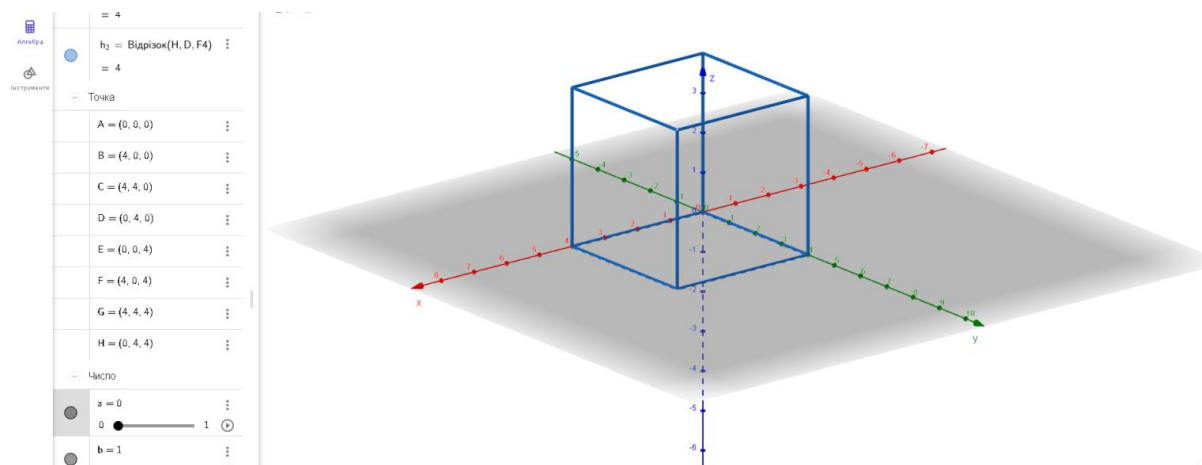


Рис. А.2. Ребра куба

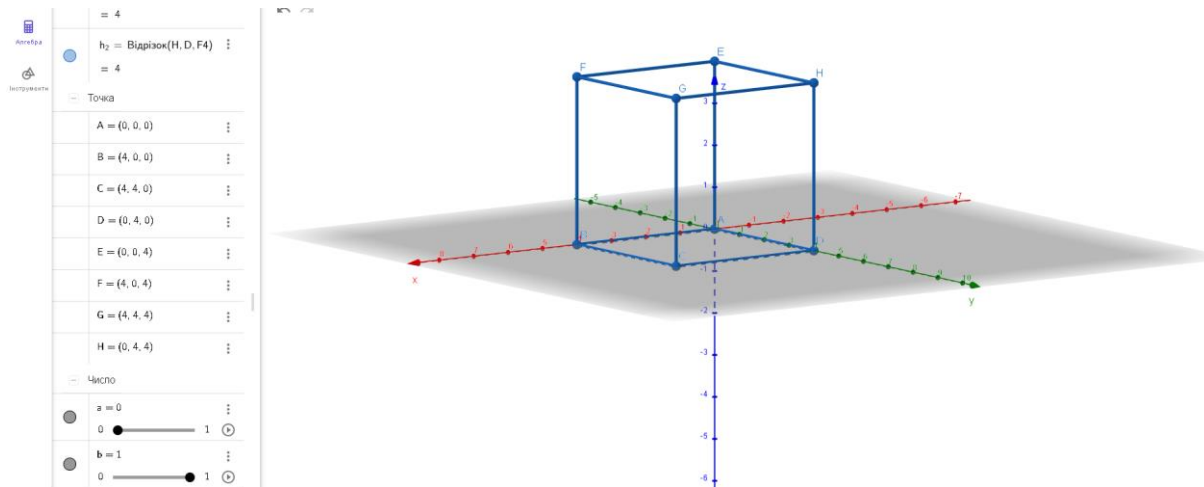


Рис. А.3. Вершини куба

Додаток Б

КОД

```
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.patches as patches
from matplotlib.animation import FuncAnimation

# Розміри прямокутника
width, height = 6, 5
total_cells = width * height # площа
fig, ax = plt.subplots(figsize=(8, 6))

# Малюємо сині клітинки (координати знизу-вгору, але старт зробимо зверху-ліворуч)
for i in range(height):
    for j in range(width):
        rect = patches.Rectangle((j, i), 1, 1, facecolor='skyblue', edgecolor='black')
        ax.add_patch(rect)

# Червона рамка
border = patches.Rectangle((0, 0), width, height, linewidth=4, edgecolor='red',
facecolor='none')
ax.add_patch(border)

# Зайчик (старт у верхньому лівому куті клітинки)
```

```

hero = patches.Circle((0.5, height - 0.5), 0.2, color='gray')
ax.add_patch(hero)
# Пояснювальні підписи
plt.text(-0.5, height + 0.7, "Периметр = довжина рамки", fontsize=12, color='red')
plt.text(-0.5, height + 0.3, "Площа = кількість клітинок всередині", fontsize=12,
color='blue')
# Формуємо шлях по всіх клітинках: рядок за рядком, «змійкою»
path = []
for row_idx in range(height):
    y = height - 1 - row_idx # зверху вниз: height-1, ..., 0
    if row_idx % 2 == 0:
        # парні рядки (0-й зверху): зліва направо
        for x in range(width):
            path.append((x, y))
    else:
        # непарні рядки: справа наліво
        for x in range(width - 1, -1, -1):
            path.append((x, y))
# Лічильник і фінальний напис
step_text = ax.text(width + 0.5, height / 2, "Пройдено клітинок: 0", fontsize=12,
color='black')
final_text = None
# Оновлення кадру: рух лише на одну сусідню клітинку (лів/прав/вгору/вниз)
def update(frame):
    x, y = path[frame]
    hero.center = (x + 0.5, y + 0.5)
    step_text.set_text(f"Пройдено клітинок: {frame + 1}")
    # Після завершення показуємо площу
    global final_text
    if frame == len(path) - 1 and final_text is None:

```

```
final_text = ax.text(width + 0.5, height / 2 - 0.5,  
                    f"Площа = {total_cells} клітинок",  
                    fontsize=12, color='blue')  
  
return hero, step_text  
  
ani = FuncAnimation(fig, update, frames=len(path), interval=400, blit=True,  
repeat=False)  
  
# Налаштування поля  
ax.set_xlim(-1, width + 3)  
ax.set_ylim(-1, height + 1)  
ax.set_aspect('equal')  
ax.axis('off')  
plt.show()
```

Додаток В

КОД

```
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.patches as patches
from matplotlib.animation import FuncAnimation

# Розміри прямокутника
width, height = 6, 5
perimeter = 2 * (width + height) # має бути 22
fig, ax = plt.subplots(figsize=(8, 6))

# Малюємо сині клітинки
for i in range(height):
    for j in range(width):
        rect = patches.Rectangle((j, i), 1, 1, facecolor='skyblue', edgecolor='black')
        ax.add_patch(rect)

# Червона рамка
border = patches.Rectangle((0, 0), width, height, linewidth=4, edgecolor='red',
facecolor='none')
ax.add_patch(border)

# Зайчик (старт у нижньому лівому куті)
hero = patches.Circle((0, 0), 0.18, color='gray')
ax.add_patch(hero)

# Пояснювальні підписи
plt.text(-0.6, height + 0.6, "Периметр = довжина рамки", fontsize=12, color='red')
plt.text(-0.6, height + 0.3, "Площа = кількість клітинок всередині", fontsize=12,
color='blue')

# Формуємо маршрут по периметру (22 кроки + стартова точка)
path_points = [(0, 0)]
for x in range(1, width + 1):
    path_points.append((x, 0))
```

```

for y in range(1, height + 1):
    path_points.append((width, y))
for x in range(width - 1, -1, -1):
    path_points.append((x, height))
for y in range(height - 1, -1, -1):
    path_points.append((0, y))
assert len(path_points) == perimeter + 1
# Лічильник
step_text = ax.text(width + 0.6, height / 2, "Пройдено: 0 одиниць", fontsize=12,
color='black')
final_text = None
# Список для збереження підсвічених сегментів
highlighted_segments = []
def update(frame):
    x, y = path_points[frame]
    hero.center = (x, y)
    step_text.set_text(f"Пройдено: {frame} одиниць")
    # Підсвічуємо сегмент, який щойно пройдено
    if frame > 0:
        x0, y0 = path_points[frame - 1]
        x1, y1 = path_points[frame]
        segment = patches.FancyArrowPatch((x0, y0), (x1, y1),
            arrowstyle='-', color='darkred', linewidth=2)
        ax.add_patch(segment)
        highlighted_segments.append(segment)
    global final_text
    if frame == perimeter and final_text is None:
        final_text = ax.text(width + 0.6, height / 2 - 0.6,
            f"Периметр = {perimeter} одиниць",
            fontsize=12, color='red')

```

```
    return [hero, step_text] + highlighted_segments
ani = FuncAnimation(fig, update, frames=perimeter + 1, interval=400, blit=True,
repeat=False)
# Налаштування
ax.set_xlim(-1, width + 3)
ax.set_ylim(-1, height + 1)
ax.set_aspect('equal')
ax.axis('off')
plt.show()
```