

**Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний педагогічний університет
імені Володимира Гнатюка**

**Фізико-математичний факультет
Кафедра математики та методики її навчання**

**Кваліфікаційна робота
ВИКОРИСТАННЯ ПРОЄКТНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У НАВЧАННІ
МАТЕМАТИКИ У 9 КЛАСІ**

Спеціальність 014 Середня освіта (Математика)

Освітня програма «Математика, фізика»

Здобувача вищої освіти освітньо-
кваліфікаційного рівня «магістр»
Іваноньків Мар'яни Богданівни

НАУКОВИЙ КЕРІВНИК:
кандидат педагогічних наук, доцент
Гоменюк Ганна Володимирівна

РЕЦЕНЗЕНТ
кандидат педагогічних наук, доцент
кафедри математики та методики її
навчання
Рівненського державного
гуманітарного університету
Білецький В'ячеслав В'ячеславович

Тернопіль - 2025

АНОТАЦІЯ

Іваноньків М.Б. Використання проєктних технологій у навчанні математики у 9 класі. Кваліфікаційна робота на здобуття освітнього ступеня «магістр» зі спеціальності 014 Середня освіта. ТНПУ ім. В. Гнатюка. Тернопіль, 2025. 67 с.

У роботі розглянуто теоретичні та психолого-педагогічні засади проєктного навчання, здійснено класифікацію навчальних проєктів і визначено їх роль у систематизації знань учнів.

У другому розділі подано приклади навчальних проєктів з математики для 9 класу та методичні рекомендації щодо їх організації й реалізації. Проведено аналіз ефективності застосування проєктних технологій, що підтверджує їх доцільність для систематизації знань та якості навчання.

Ключові слова: проєктні технології, навчання математики, 9 клас, систематизація знань, метод проєктів.

ABSTRACT

Ivanonkiv M. B. Project Technologies in Teaching Mathematics in the 9th Grade: Theoretical Foundations and Methodological Approaches. Master's thesis for the MA degree in the specialty 014 Secondary education. Ternopil Volodymyr Hnatiuk National Pedagogical University. Ternopil, 2025. 67 p.

The work examines the theoretical, psychological, and pedagogical foundations of project-based learning, provides a classification of educational projects, and defines their role in systematizing students' knowledge.

The second chapter presents examples of educational math projects for the 9th grade along with methodological recommendations for their organization and implementation. An analysis of the effectiveness of project-based technologies was conducted, confirming their suitability for the systematization of knowledge and the improvement of the quality of learning.

Keywords: project-based technologies, mathematics teaching, 9th grade, systematization of knowledge, project method.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ВИКОРИСТАННЯ ПРОЄКТНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ	7
1.1. ПОНЯТТЯ ТА СУТНІСТЬ ПРОЄКТНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У СУЧАСНІЙ ОСВІТІ	7
1.2. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ ПРОЄКТНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ	10
1.3. КЛАСИФІКАЦІЯ ПРОЄКТІВ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ: ВИДИ ТА ФОРМИ РЕАЛІЗАЦІЇ	15
1.4. ПРОЄКТНІ ТЕХНОЛОГІЇ ЯК ЗАСІБ СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ	20
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ВИКОРИСТАННЯ ПРОЄКТНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ У 9 КЛАСІ	30
2.1. ПРИКЛАДИ НАВЧАЛЬНИХ ПРОЄКТІВ З МАТЕМАТИКИ ДЛЯ УЧНІВ 9 КЛАСУ	30
2.2. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ОРГАНІЗАЦІЇ ТА РЕАЛІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНИХ ПРОЄКТІВ З МАТЕМАТИКИ	41
2.3. АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ПРОЄКТНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ ДЕВЯТИКЛАСНИКІВ. ...	45
ВИСНОВКИ	53
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	55
ДОДАТКИ	58

ВСТУП

Сучасна освіта спрямована на систематизацію наявних знань, розвиток інтелектуального потенціалу особистості та її здатність до творчої трансформації інформації в умовах постійних змін. І саме використання проєктних технологій розвивають дослідницькі навички, критичне мислення та вміння застосовувати знання у практичних ситуаціях.

Проєктні технології урізноманітнюють навчальний процес, підвищують мотивацію, активність та ініціативність учнів. Особливо актуальним їх застосування є у 9 класі, оскільки саме в цей період учні підсумовують результати навчання в базовій школі.

Проєктними технологіями займаються такі сучасні українські науковці, як К. Бабій, А. Бахтарова, І. Литвиненко, що керувались використанням проєктних технологій навчання під час нетрадиційного уроку в школі[1]; І. Базарницька, Т. Белявцева та П. Лернег застосовують метод проєктів при формуванні пізнавальної активності учнів[10]; С. Мартиновець – метод проєктів як організаційна форма роботи[13]; Т. Матвійчик – проблема успіху в проєктній діяльності[10]. Дослідженням особливостей використання проєктної технології в навчальному процесі сучасної загальноосвітньої школи займалися такі вчені: Є. Єжак, І. Журавська, І. Зайцева, І. Зозюк, І. Кохан, Л. Порохня[15]. Зокрема основу проєктної технології, яка є актуальною і для викладання математики через задачі та моделювання, лягли ідеї американського філософа Джона Дьюї, який обґрунтував необхідність навчання через діяльність, закликаючи пов'язувати теорію з практикою і життєвим досвідом учнів. Його учень Вільям Херд Кілпатрік систематизував цей підхід, формалізувавши його як метод проєктів (1918 р.) та визначивши його як "цілеспрямований акт, виконаний від щирого серця", чим забезпечив його широке застосування в освітньому процесі. Третій важливий внесок належить Елленсу Коллінгсу, який першим реалізував проєктний метод як повну навчальну систему в школі, підтвердивши його практичну ефективність[10].

Однак аналіз навчального процесу свідчить про недостатнє поширення таких технологій, оскільки основна увага зосереджується на традиційних формах викладання. Це зумовлює потребу в подальшому дослідженні можливостей проєктного навчання, розробці методичних рекомендацій і створенні навчальних проєктів.

Сучасні педагогічні дослідження наголошують на вагомому потенціалі проєктного навчання як способу піднесення рівня освітнього процесу. Використання методу проєктів сприяє зростанню креативності, критичного мислення, незалежності та відповідальності учнів, створює засади для жвавої пізнавальної діяльності й практичного використання набутих знань. У підходах до викладання математики проєктні технології бачаться як дієвий засіб ґрунтовнішого опрацювання навчального змісту: вони допомагають учням глибше осягати математичні категорії, формувати уміння взаємодіяти з відомостями, аналізувати дані, логічно розмірковувати та обґрунтовувати здобутки. Незважаючи на актуальність досліджень, проблема методичного забезпечення проєктного навчання у 9 класі залишається недостатньо розкритою. Це визначає необхідність подальшої розробки практичних рекомендацій для вчителів та впровадження проєктних технологій у навчальний процес.

Мета дослідження – розробити навчальні проєкти з математики для учнів 9 класу та методичні рекомендації для вчителів щодо їх використання.

Для досягнення поставленої мети визначені такі **завдання дослідження**:

- проаналізувати теоретичні основи використання проєктних технологій щодо систематизації навчання та дослідити психолого-педагогічні особливості проєктної діяльності;
- класифікувати види навчальних проєктів у математиці та розробити свої;
- розробити методичні рекомендації для вчителів щодо використання проєктного навчання;
- оцінити ефективність використання проєктних технологій у систематизації знань учнів.

Об'єкт дослідження – процес навчання математики у 9 класі.

Предмет дослідження – методичні аспекти використання проєктних технологій у навчанні математики як засобу систематизації знань учнів.

Для досягнення поставленої мети використано такі **методи дослідження** як **теоретичні** (аналіз педагогічної та науково-методичної літератури, вивчення навчальних програм, порівняння сучасних підходів до викладання математики); **емпіричні** (опитування вчителів і учнів, спостереження за навчальним процесом, аналіз рівня залученості учнів у проєктну діяльність); **експериментальні** (проведення експерименту у 9 класах, оцінювання ефективності використання проєктних технологій); **методи математичної статистики** (обробка та аналіз отриманих даних експерименту, їх інтерпретація).

Практичне значення дослідження: результати можуть бути використані вчителями математики для підвищення ефективності навчального процесу. Запропоновані навчальні проєкти та методичні рекомендації сприятимуть активізації пізнавальної діяльності учнів, покращенню мотивації та систематизації знань учнів.

Таким чином, дослідження спрямоване на вдосконалення методики викладання математики у 9 класі шляхом застосування проєктних технологій, що сприятиме оновленню сучасної шкільної освіти.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ВИКОРИСТАННЯ ПРОЄКТНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

1.1. Поняття та сутність проєктних технологій у сучасній освіті

Сучасна освіта базується на суб'єктивному підході, спрямованому на саморозвиток особистості учня, що потребує його високої активності в навчальному процесі. Це забезпечує задоволення потреб кожного учня відповідно до його індивідуальних особливостей.

Метод проєктів є одним із ефективних способів організації навчального процесу, що дозволяє учням застосовувати отримані знання на практиці, формувати аналітичне мислення, самостійність та ініціативність. Він передбачає виконання дослідницької або творчої роботи, результатом якої стає конкретний освітній продукт. Проєктна діяльність допомагає учням не лише засвоювати теоретичні знання, а й застосовувати їх у розв'язанні реальних завдань, що особливо важливо для вивчення математики.

Розширення освітнього простору створює умови для більш ефективного засвоєння та використання інформації та знань, сприяє повноцінному функціонуванню людини як особистості. Тому педагоги для досягнення певних результатів у сфері математичної освіти використовують різноманітні засоби та методи навчання, віддаючи перевагу активним груповим методам, таким як тренінги, ділові ігри, відкриті дискусії на актуальні проблеми, створення проєктів. Такі заходи сприяють закріпленню отриманих знань, формуванню самостійного мислення та підвищенню зацікавленості предметом. Вони спрямовані на підвищення активності учня та ефективність усього навчального процесу.

Удосконалення освітнього процесу включає різні ефективні засоби і методи навчання, одним із яких є проєктна технологія. Розглянемо більш детально розвиток проєктних технологій у світовій та українській методичній літературі. В Україні К. Бабій, А. Бахтарова та І. Литвиненко сфокусувались на використанні проєктних технологій під час нетрадиційного уроку в школі, тоді як І. Базарницька, Т. Белявцева та П. Лернег застосовували метод проєктів

для формування пізнавальної активності учнів[10]. С. Мартиновець досліджував метод проєктів як організаційну форму роботи[13], а Т. Матвійчик — проблему успіху в проєктній діяльності[10]. Крім того, дослідженням особливостей використання проєктної технології в навчальному процесі загальноосвітньої школи займалися такі вчені, як Є. Єжак, І. Журавська, І. Зайцева, І. Зозюк, І. Кохан та Л. Порохня[15]. У світовій практиці третій важливий внесок належить Елленсу Коллінгсу, який першим реалізував проєктний метод як повну навчальну систему в школі, підтвердивши його практичну ефективність. Його учень Вільям Херд Кілпатрік систематизував цей підхід, формалізувавши його як метод проєктів (1918 р.) та визначивши його як "цілеспрямований акт, виконаний від щирого серця", чим забезпечив його широке застосування в освітньому процесі. Зокрема, саме на початку ХХ століття у США проєктні технології базувалися на концепції прагматичної педагогіки, засновником якої був Джон Дьюї, який показав основу проєктної технології, яка є актуальною і для викладання математики через задачі та моделювання, також філософ обґрунтував необхідність навчання через діяльність, закликаючи пов'язувати теорію з практикою і життєвим досвідом учнів. Науковець розглядав людське мислення як цілеспрямований процес, що ґрунтується на вирішенні проблемних ситуацій, використовуючи поняття, ідеї та теорії як інструменти. Основою цього процесу є розвинене логічне мислення та критичне ставлення до будь-яких теорій до їхнього експериментального підтвердження. Якщо вирішення проблемної ситуації виявляється успішним, сформульована гіпотеза чи теорія можуть вважатися істинними. Саме на формування такого мислення, що базується на особистому досвіді, має бути спрямоване навчання.

Дж. Дьюї наголошував на важливості врахування інтересів, потреб і здібностей учнів як основи успішного навчального процесу. Головними функціями педагога він вважав стимулювання самостійності учнів, розвиток їхньої допитливості та творчого мислення. Навчальні заклади повинні

відтворювати суспільні процеси в мініатюрі, сприяючи адаптації та соціалізації учнів.

Основним принципом навчальної моделі Дьюї є "навчання через діяльність". Виконання учнями проєктів як практичних завдань дозволяє їм отримувати нові знання, розвивати навички, досягати поставлених цілей та відчувати задоволення від самостійного творчого процесу[10].

Сьогодні проєктна технологія розглядається як комплекс дослідницьких, пошукових і проблемних методів, що дає можливість індивідуалізувати навчальний процес, розвивати здібності, самостійність і зацікавленість учнів у плануванні, організації та контролі своєї діяльності.

Основна цінність проєктної технології полягає не у простому вивченні теми, а в створенні конкретного освітнього продукту. Учні виконують практичну, дослідницьку діяльність індивідуально або у групах, що приводить до певного освітнього результату. Цей метод не лише покращує рівень знань, а й стимулює учнів до активної діяльності, підвищує рівень їхньої відповідальності.

Значущість проєктної технології полягає у її: особистісному значенні для учнів, оскільки розглядається ними як власне досягнення; практичному значенні; можливості її подальшого використання учнями та викладачами; суспільній значущості як результату освітнього процесу.

Таким чином, проєктна технологія як один із найбільш актуальних методів навчання в сучасній освіті дозволяє розширити можливості педагогів у використанні активних методів навчання, а також сприяє самореалізації учнів, розвиваючи їхню самостійність, ініціативність і креативне мислення.

Основою проєктної технології є самостійне виявлення учнями важливих проблем сучасного суспільства. Її кінцевий результат – це дослідницький проєкт, що є самостійним розгорнутим рішенням проблеми. Проєктна технологія спрямована на застосування нових знань для досягнення практичних цілей, формування навичок, необхідних у реальних життєвих

ситуаціях, розвиток вміння працювати в команді та адаптуватися до змінних умов.

Одним із напрямів майбутньої професійної діяльності учнів є науково-дослідна робота, що пов'язана з пошуком інформації, проведенням досліджень і експериментів, встановленням закономірностей у сфері математики.

Відповідно, підхід до науково-дослідної діяльності учнів під час вивчення математичних дисциплін має включати організацію проєктної технології, що сприятиме підвищенню інтересу до навчання, розвитку аналітичного та творчого мислення.

Математичні дисципліни відіграють важливу роль в освітній програмі. Їхнє викладання тісно пов'язане з дослідницькою діяльністю, пошуком інформації, аналізом актуальних проблем, формулюванням гіпотез і проведенням експериментів. Саме тому використання проєктної технології в школі допомагає не лише глибше зрозуміти математичні поняття, а й застосувати їх у реальному житті.

Таким чином, проєктна технологія є необхідним елементом модернізації математичної освіти. Вона забезпечує досягнення інноваційних освітніх цілей, формування особистості учня з високим рівнем наукової творчості, освіти, виховання та саморозвитку, що спрямоване на вирішення пізнавальних, світоглядних і професійних завдань.

1.2. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ ПРОЄКТНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Проєктна діяльність у навчанні учнів базується на глибоких психолого-педагогічних засадах, які враховують особливості розвитку дітей, їхню когнітивну активність, соціальну взаємодію та мотивацію до навчання. Основні принципи психолого-педагогічного підходу до проєктної діяльності включають такі складові[2].

1. **Індивідуалізацію навчання:** кожен учень має свій стиль навчання, рівень пізнавальної активності та інтереси. Проєктна діяльність

дозволяє адаптувати завдання до можливостей учня, сприяючи його самовираженню та розвитку.

2. **Активізацію пізнавальної діяльності:** виконання проєктів розвиває мислення, аналіз, синтез і критичне осмислення інформації. Учні не лише запам'ятовують матеріал, а й застосовують його на практиці.

3. **Формування мотивації до навчання:** проєктна діяльність передбачає самостійний вибір теми, постановку цілей та пошук шляхів їх реалізації, що підвищує інтерес до навчання, оскільки учні бачать практичну цінність своїх знань.

4. **Розвиток самостійності та відповідальності:** проєктні методи вимагають самостійного прийняття рішень, планування діяльності та розподілу обов'язків у груповій роботі. Це сприяє розвитку лідерських якостей та відповідального ставлення до роботи.

5. **Психологічний комфорт:** метод проєктів знижує рівень стресу, пов'язаного із традиційним оцінюванням. Учні працюють у більш вільній атмосфері, що позитивно впливає на їхню самооцінку та емоційний стан.

6. **Розвиток комунікативних навичок:** виконання проєктів у групах сприяє формуванню навичок спілкування, взаємодопомоги, уміння висловлювати та аргументувати власну думку, що є важливим аспектом соціалізації учнів.

7. **Реалізація компетентнісного підходу:** розвиває ті основні компетенції, якими повинна володіти сучасна людина: тобто компетентність у роботі з інформацією, здатність аналізувати дані, навички творчого мислення та здатність працювати в команді – компетентність знаходити ефективні рішення в різних ситуаціях.

На основі даних принципів можна стверджувати, що проєктна діяльність є ключовою психолого-педагогічною технологією, яка забезпечує систематизацію та структурування знань. Вона примушує учнів аналізувати, синтезувати матеріал та застосовувати його на практиці, перетворюючи різнорівневу інформацію на дієву, внутрішньо організовану систему

компетентностей. Це досягається через активізацію пізнавальної діяльності, самостійне планування та реалізацію компетентнісного підходу.

Метод проєктів є ефективним інструментом організації навчального процесу, спрямованим на розвиток самостійності, креативності та відповідальності учнів. Він дає змогу не лише засвоювати нові знання, а й застосовувати їх у практичних ситуаціях, що сприяє формуванню ключових компетентностей.

До основних принципів проєктної діяльності можна віднести [5]:

- практична спрямованість;
- самостійність;
- співпраця;
- дослідницький підхід;
- міжпредметність;
- рефлексія.

Практична спрямованість полягає в тому, що учні працюють над реальними, актуальними проблемами або завданнями. Це дозволяє їм застосовувати отримані знання в практичних ситуаціях, що значно підвищує їхню мотивацію. Важливим аспектом є те, що учні бачать практичну значущість своєї роботи, адже розуміють, чому важливо здобувати нові знання і як це може бути корисно в майбутньому.

Самостійність у проєктній діяльності дає можливість учням брати на себе відповідальність за виконання завдань, планування роботи та прийняття рішень. Це розвиває їхнє критичне мислення та здатність до самоконтролю. Школярі навчаються організовувати свої дії, визначати пріоритети та обирати стратегії для досягнення мети.

Проєкти часто виконуються в групах, що сприяє розвитку комунікативних навичок, вмінню працювати в команді та домовлятися. **Співпраця** вчить учнів взаємодії, розподілу обов'язків, пошуку спільних рішень та слухання думок інших. Це важливий аспект соціалізації, що формує вміння працювати в колективі.

Дослідницький підхід полягає в тому, що учні навчаються знаходити, аналізувати та використовувати інформацію для вирішення поставлених завдань. Вони вивчають джерела інформації, експериментують, роблять висновки та застосовують знання на практиці. Це розвиває їхнє критичне мислення та аналітичні здібності.

Міжпредметність дозволяє учням об'єднувати знання з різних дисциплін для вирішення конкретних завдань, що допомагає розглядати проблему комплексно. Вона дає можливість побачити, як різні предмети взаємопов'язані, і як їх можна застосувати для досягнення практичних результатів.

Рефлексія на етапі завершення проєкту дає учням змогу оцінити свою роботу, аналізувати досягнення та труднощі, які виникли під час виконання завдання. Це важливий процес самовдосконалення, який допомагає учням вчитися на помилках і вдосконалювати свої навички та знання для майбутніх завдань.

Метод проєктів ґрунтується на вікових та психологічних особливостях учнів, що потребують більшої підтримки від учителя, хоча є учні, які здатні до більшої самостійності. Важливо враховувати[6]:

- рівень розвитку мислення дитини;
- інтереси та схильності учнів;
- необхідність підтримки з боку педагога;
- індивідуальні особливості кожного учня, рівень його соціалізації;
- емоційний комфорт у процесі виконання завдань;
- розвиток навичок самоорганізації та самоконтролю.

Проєктна діяльність сприяє глибшому засвоєнню матеріалу через різноманітні види діяльності: пошук інформації, її аналіз, узагальнення, презентацію результатів. Така форма навчання забезпечує активне включення учня в освітній процес, що позитивно впливає на мотивацію та самовдосконалення.

Розглянемо етапи реалізації проєктного навчання. До них можна віднести:

- вибір теми та проблеми: учні разом з учителем визначають проблему для дослідження, що має бути актуальною та цікавою.
- планування діяльності: розподіл обов'язків, визначення методів роботи, створення плану виконання.
- збір і аналіз інформації: самостійна робота з джерелами, експерименти, опитування.
- створення кінцевого продукту: оформлення результатів у вигляді презентації, звіту, постера, відео тощо.
- оцінювання: рефлексія, аналіз виконаної роботи, корекція помилок, обговорення ефективності роботи команди.
- презентація результатів: представлення підсумків роботи перед класом, учителями або батьками.

Аналіз проєктної діяльності починається з вивчення її численних переваг, що безпосередньо впливають на якість освітнього процесу та формування активної особистості учня.

Переваги проєктної діяльності:

- формує відповідальність за власне навчання;
- розвиває вміння вирішувати проблеми самостійно;
- вчить ефективно працювати в команді;
- підвищує інтерес до навчального процесу;
- сприяє розвитку критичного мислення, аналізу, планування;
- забезпечує набуття навичок самостійного пошуку та осмислення інформації;
- стимулює активність, ініціативність та творчість учнів.

Водночас, для об'єктивного впровадження та мінімізації ризиків, необхідно враховувати недоліки та організаційні труднощі, які притаманні цій технології навчання.

Недоліки проєктної діяльності:

- часова затратність;
- складне оцінювання індивідуального внеску;
- нерівномірне навантаження в команді;
- висока залежність від ресурсів (техніка, матеріали);
- високі вимоги до керівних навичок вчителя;
- ризик відхилення від навчальних цілей;
- потреба в урегулюванні конфліктів.

Тому неважко зрозуміти, що ретельне врахування як позитивних, так і негативних аспектів дозволяє ефективно мінімізувати ризики та максимально використовувати проєктний підхід для всебічного розвитку учнів.

У сучасній освіті систематизація знань та вмінь не лише розширює знання учнів, а й вчить їх адаптуватися до змінних умов, розв'язувати життєві проблеми, знаходити нестандартні рішення. Проєктна діяльність може використовуватися не лише в межах окремих предметів, а й як міждисциплінарний метод. Це сприяє формуванню системного мислення, вміння працювати з інформацією та презентувати власні ідеї.

Метод проєктів є ефективним інструментом розвитку учнів, що відповідає вимогам освіти XXI століття. Він сприяє активному навчанню, розвитку самостійності, креативності та соціальних навичок, допомагаючи формувати відповідальних, ініціативних особистостей, готових до викликів сучасного світу.

1.3. КЛАСИФІКАЦІЯ ПРОЄКТІВ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ: ВИДИ ТА ФОРМИ РЕАЛІЗАЦІЇ

Сучасна освіта вимагає від учнів не лише засвоєння знань, а й умінь їх застосовувати на практиці та оперувати ними для досягнення конкретних цілей. У контексті викладання математики це означає відхід від традиційних підходів до викладання на користь методів, що стимулюють самостійний пошук інформації, продуктивну діяльність та розвиток творчого мислення в

учнів. Система освіти зазнала значних змін, переглянувши пріоритети та сформувавши нові цілі та педагогічні інструменти.

Сучасна школа спрямована на формування в учнів широкого наукового світогляду та усвідомлення пріоритетності загальнолюдських цінностей. Одним із ключових завдань є створення умов для всебічного розвитку особистості кожної дитини та стимулювання її ініціативності. Це вимагає підготовки учнів до діяльності, яка спонукатиме їх аналізувати, прогнозувати та планувати власні дії, розвиватиме пізнавальну та емоційно-вольову сфери, а також сприятиме автономній ініціативності, співпраці та адекватній оцінці своєї роботи. Вирішення цих освітніх завдань стало основою для впровадження проєктного методу навчання як інноваційної педагогічної технології. В основі цього методу лежить автономна навчальна діяльність учнів на уроках математики.

Метод проєкту або метод навчального проєкту – це система навчання, за якої знання та навички учні отримують шляхом виконання поступово складніших практичних завдань, тобто проєктів, які вони самостійно планують. Навчальний проєкт — це комплекс організаційних, дослідницьких, аналітичних, графічних та інших видів робіт, які учні виконують самостійно задля практичного чи теоретичного вирішення важливої проблеми. Сучасна педагогіка розглядає проєктний метод з двох перспектив: як дидактичний підхід до навчання (поряд з іншими, наприклад, проблемним навчанням) та як складну педагогічну технологію, що вміщує різноманітні методики (дослідницький підхід, аналіз матеріалів, збір та обробка інформації, практичні прийоми тощо).

Виклад матеріалу через наочність, практичність та частково-пошуковий підхід є важливою складовою сучасного освітнього процесу з математики. Метод проєкту включає комплекс прийомів та операцій, які сприяють набуттю теоретичних і практичних знань. Його гнучкість дозволяє легко адаптуватися до специфіки викладання математики, інтегруючи його в окремі уроки чи системи уроків з певної теми, що свідчить про універсальність цього підходу.

Організація діяльності учнів за методом проєкту базується на принципі активного засвоєння знань через власні дії, де ключовою складовою є розумові зусилля.

Метод проєкту сприяє отриманню нових знань у процесі навчання математики, інтеграції вже набутого досвіду та розвитку здатності вирішувати навчальні й професійні проблеми. Це вимагає різноманітності методичних інструментів і демонструє високий рівень кваліфікації педагога.

Метод проєктів дозволяє відійти від традиційного підходу, де учень пасивно отримує математичні знання, а педагог нав'язує готові рішення. Цей дидактичний інструмент формує умови для розвитку самостійності, цілеспрямованості, допитливості та відповідальності за результати навчання. Основою методу є креативність, здатність орієнтуватися в інформаційному просторі та самостійно конструювати систему знань з математики. Навчання за методом проєктів передбачає розвиток учня через постановку математичної проблеми та організацію її вирішення. Навчальний проєкт ставить перед учнями завдання, яке формулює педагог чи самі учні як проблему. Це діяльність проєктантів, взаємодія між педагогом та учнями (або членами команди), а також знайдений спосіб вирішення проблеми як кінцевий результат.

Основна мета застосування методу проєкту в навчанні математики — розвиток у учнів навичок проєктної діяльності, що включає планування, організацію мислення і вирішення теоретичних та практичних математичних задач. Проєктні вміння можна класифікувати за такими категоріями: комунікативні, пошукові, експериментальні, презентаційні. Рівень розвитку цих умінь поступово підвищується через виконання завдань різної складності. Навчальні проєкти дедалі активніше інтегруються в освітній процес з математики, що зумовлює потребу їх класифікації та систематизації для забезпечення ефективного використання в навчанні.

Проєкти з математики можна класифікувати за критеріями, що коротко виділяють види та форми реалізації.

1. За домінуючою діяльністю в проєкті:

- *дослідницькі проєкти*: наголошують на соціальній значущості математичної проблеми, чітко сформульованій меті, продуманій структурі діяльності та дотриманні принципів наукового дослідження. Особливістю таких проєктів є моделювання подій, аналіз фактів, порівняння різних явищ для глибокого вивчення математичних концепцій. У математиці вони сприяють формуванню навичок самостійної роботи, збагачують математичний досвід і можуть виконуватись як індивідуально, так і в групах, використовуючи традиційні або мультимедійні засоби.
- *творчі проєкти*: акцентують увагу на творчому процесі як основі діяльності, з орієнтацією на конкретний математичний результат (наприклад, створення математичної гри, моделі, казки).
- *рольові або ігрові проєкти*: передбачають моделювання соціально-ділових відносин через виконання учнями певних ролей, пов'язаних із застосуванням математичних знань. Досягнення результату часто залежить від їхньої імпровізації.
- *інформаційні проєкти*: спрямовані на збір інформації з математики (наприклад, про видатних математиків, історію чисел, застосування математики в житті) та її обробку. Результатом може стати стаття, реферат, презентація, організація конференції тощо.
- *практико-орієнтовані проєкти*: мають на меті отримання практичного результату, що має застосування в реальному житті (наприклад, розрахунок витрат на ремонт, проєктування ігрового майданчика з використанням геометричних фігур, оптимізація маршрутів доставки). Для їх успішної реалізації важливим є командна робота, коригування діяльності та зовнішнє оцінювання.

2. За предметно-змістовною галуззю:

- *монопроєкти*: реалізуються в рамках одного предмета — математики, із залученням знань з інших дисциплін.

- *міжпредметні проєкти*: вирішують проблему на стику кількох предметів (наприклад, математики та фізики, математики та інформатики, математики та економіки), потребуючи постійної координації викладачів. Вони об'ємні як за матеріалом, так і за часом виконання.

- *надпредметні проєкти*: орієнтовані на організацію групової роботи учнів, застосовуються здебільшого у виховній діяльності, але можуть включати елементи математики (наприклад, планування шкільних заходів з розрахунком бюджету, аналіз соціологічних даних).

3. За характером контактів:

- *внутрішні*: реалізуються в межах одного освітнього закладу.
- *регіональні (муніципальні)*: виконуються декількома навчальними установами міста або області.
- *міжнародні*: спрямовані на співпрацю учнів із різних країн через спеціальні платформи, часто включають обмін математичними ідеями та рішеннями.

4. За кількістю учасників:

- *особистісні проєкти*: показують знання й навички конкретного учня, часто використовуються як підсумкові роботи з математики.
- *парні й групові проєкти*: потребують комплексної системи оцінювання як індивідуального внеску учнів, так і їхньої спільної діяльності в команді.

5. За тривалістю виконання:

- *короткострокові*: тривають від одного до кількох уроків математики.
- *середньострокові*: виконання займає від тижня до місяця, часто позаурочно під консультаційним наглядом педагога.
- *довгострокові*: розраховані на місяці або навіть більше, включають кілька етапів з обов'язковими звітами після кожного з них.

Різноманітність типів проєктної діяльності дозволяє адаптувати метод проєктів до різних ситуацій у навчанні математики, роблячи його популярним

у шкільній практиці. Його ціль — формування в учнів інтегративного мислення. Водночас сучасний метод проєктів значно відрізняється від того, що застосовувався у педагогіці 30-х років, і нині є ключовим елементом новітніх освітніх технологій та наукової творчості учнів.

1.4. ПРОЄКТНІ ТЕХНОЛОГІЇ ЯК ЗАСІБ СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ

Залучаючи учнів до діяльності, ми спрямовуємо їх на пізнання світу і самих себе в цьому світі. Дитинство має свій унікальний світогляд, який не схожий на світ дорослих. Тому наше завдання — навчитися жити разом із дітьми в їхньому світі, а не намагатися насильно перенести їх у дорослу реальність. Пошук і впровадження інноваційних технологій для формування та розвитку життєвої компетентності учня в умовах сучасної школи стали стимулом для професійного і творчого зростання педагога. Очевидно, що настав час остаточно відмовитися від авторитарних та репродуктивних методів навчання й виховання, а також позбутися шаблонного мислення, яке застаріло. Школа має бути простором для життя дитини. Тут учень не повинен лише готуватися до життя, він має жити вже зараз. Школа повинна існувати для дитини, а не навпаки. В сучасній українській школі все активніше застосовується проєктна технологія як один із інноваційних підходів до організації навчально-виховного процесу. Її головна мета — стимулювати інтерес учнів до вирішення певних проблем, розвивати їхні знання, навички та життєву компетентність. Ключовим елементом цієї технології є процес навчального проєктування — від формування базових умінь до постановки навчальної проблеми, її дослідження, конструювання та пошуку оптимальних шляхів розв’язання у форматі проєкту.

Впровадження проєктної технології створює інноваційно-розвивальне середовище для навчального закладу, яке спрямоване на:

- мотивацію учнів до навчальної діяльності;
- акцент на проблемно-креативному підході;
- інтерактивну організацію освітнього процесу;

- розвиток вмінь як індивідуального, так і колективного пошуку, а також регулярну актуалізацію отриманих знань;
- формування нового практичного досвіду та необхідних психологічних якостей;
- орієнтацію на особистісний і командний успіх.

Проектна діяльність передбачає визначення проблеми, її аналіз та наступне розв'язання. Процес включає формування ідеї або гіпотези, чітке планування дій, розподіл ролей (важливо при груповій роботі), взаємодію між учасниками, відповідальність кожного за виконання своєї частини задачі, а також регулярне обговорення проміжних результатів. З латинської слово «проект» означає «кинутий уперед», а в словниках це визначається як план чи задум, що передує створенню чогось нового. Відмінність проекту від звичайного планування полягає в елементі непередбачуваності результату: ніхто точно не знає, що вийде наприкінці, що стимулює творчість і дослідницький дух як окремого учасника, так і всього колективу. У школі проект — це взаємодія в навчально-пізнавальній чи творчій діяльності, яка має спільну мету, узгоджені засоби реалізації і спрямована на досягнення загального результату.

Використання проектів у виховній та навчальній роботі школи має низку важливих переваг. По-перше, інноваційний підхід у вихованні дозволяє залучити значну частину учнів не лише до виховного процесу, але й до навчальної діяльності загалом. По-друге, проектна діяльність сприяє кращій організації цілеспрямованої співпраці у вихованні молодого покоління, стимулюючи активність і творчість школярів. По-третє, кожен проект дарує можливість поглянути на звичне з нових перспектив, досліджувати тему з різних точок зору. Цей метод розвиває в учнів навички, здібності та критичне мислення, розкриває прихований потенціал і дає змогу розвиватися як особистостям. Проекти підвищують впевненість у собі, формують віру у власні сили та унікальність.

Крім того, на відміну від традиційного підходу, де основна увага приділяється інтелектуальним аспектам виховання і лише потім — емоційним, у проектній діяльності головні моральні принципи (чуйність, відповідальність, обов'язковість) засвоюються через практичний досвід. Замість простого розуміння цінностей учні "проживають" їх у реальних діях. Загалом, проектний метод сприяє розвитку самостійності учнів, формуванню їхніх інтелектуально-творчих здібностей та збагаченню особистості, включаючи соціально значущі якості.

Інтеграція проектів у навчальний процес школи може здійснюватися трьома основними способами:

- як форма позакласної діяльності;
- як альтернатива традиційним формам організації навчальної роботи;
- як елемент, який інтегрується в загальну систему навчання.

Приклади використання проектів у позакласній роботі включають різноманітні конкурси, вікторини, участь у заходах, тематичних подіях у житті класу чи школи. Таким чином, проектна діяльність є цінним інструментом для розвитку особистості та покращення якості навчального процесу в сучасній школі.

Проектний метод як альтернативний спосіб організації навчальної діяльності об'єднує традиційні принципи планування та реалізації виховного процесу. Всі дії вчителів і учнів спрямовані на досягнення поставленої мети, що включає аналіз проблеми, пошук інформаційних джерел, відбір необхідного матеріалу, а також оформлення та презентацію результатів. Останні можуть бути представлені у різноманітних форматах: стенд, брошура, альбом, радіопрограма, відеофільм або презентація, залежно від завдань проекту. Інтегруючись у традиційну систему навчання, проекти передбачають виконання творчих та дослідницьких завдань. Через застосування проектної технології у навчально-виховний процес учнів можна навчити виявляти й аналізувати проблеми, знаходити шляхи їх розв'язання, працювати з інформацією, використовувати довідкову літературу чи засоби масової

інформації для пошуку даних та ефективно застосовувати отримані знання для вирішення завдань.

Проектна технологія особливо ефективна при виконанні дослідницьких і творчих завдань, які вимагають інтеграції знань з різних галузей та використання наукових методів. Наприклад, це може бути вивчення демографічних або економічних проблем регіонів світу, створення серії репортажів на спільну тему чи інше напрацювання з акцентом на дослідження. Проекти належать до числа нетрадиційних освітніх технологій, оскільки вони стимулюють активність навіть тих учнів, які зазвичай схильні до мовчазної позиції. Крім того, вони сприяють розкриттю учнівських здібностей і формуванню впевненості у власних силах.

Комфортність навчання для учнів досягається завдяки зниженню страху перед негативною оцінкою, що створює сприятливу атмосферу для самовираження і розвитку комунікативних навичок. Проектна діяльність допомагає учням опановувати такі важливі здібності, як вміння приймати рішення спільно, розвивати творче мислення та системний підхід. Вона також посилює мотивацію до навчання, оскільки вибір і реалізація проекту базуються на особистих інтересах, потребах і можливостях учнів. Проектна діяльність сприяє формуванню культури ділового спілкування, вчить аргументовано відстоювати свої позиції, розвиває уяву, що стимулює народження нових ідей, пошук альтернативних рішень, їх аналіз та синтез, закладаючи основу інноваційного мислення. Вона також формує внутрішній план дій і навички його практичного втілення. Однак проектна діяльність має певні відмінності від навчально-дослідницької роботи. По-перше, проектна технологія орієнтована на всебічне дослідження проблеми та отримання конкретного результату. По-друге, головним продуктом дослідницької роботи є нове знання, тоді як проект зосереджений на практичних досягненнях. По-третє, проект часто є наслідком колективної діяльності, передбачаючи рефлексію спільної роботи й аналіз творчого внеску кожного учасника.

Тому, якщо навчально-дослідницька діяльність є в більшості індивідуальною і базується на відкритті нових знань, то мета проектної діяльності буде формуватись з окремих досліджень. Вона розвиває відповідальність, самодисципліну, навички громадської активності, самоорганізації та здатність якісно реалізовувати поставлені завдання. При цьому учні вчаться ефективно керувати своїм часом, планувати роботу і презентувати результати своєї діяльності.

Важливим аспектом проектних технологій є формування мотивації досягнення успіху. Використовуючи проекти як платформу для розвитку позитивної атмосфери, педагог може заохочувати учнів завдяки можливості отримати цікаву інформацію, продемонструвати свої здібності, здобути повагу ровесників, усвідомити значущість своєї праці для суспільства або ж ознайомитися з новими людьми та ідеями.

У процесі навчання математики важливим завданням є не лише засвоєння окремих понять та формул, а й систематизація знань учнів, що забезпечує їхнє цілісне бачення предмета. Одним із ефективних засобів досягнення цього є використання проектних технологій, які дозволяють поєднувати теоретичний матеріал з практичним застосуванням.

Проектна діяльність у математиці сприяє:

- формуванню навичок самостійного пошуку та аналізу інформації;
- розвитку критичного та логічного мислення;
- інтеграції знань з алгебри та геометрії у практичні завдання;
- усвідомленню міжпредметних зв'язків та значення математики у реальному житті.

Запропоновані нижче приклади проектів демонструють, як після опрацювання певних тем учні можуть створювати навчальні продукти, що допомагають систематизувати та структурувати знання. Таблиця 1.1 відображає взаємозв'язок між темою, видом проекту та педагогічною метою його реалізації.

Таблиця 1.1

Система проєктів з алгебри та геометрії 9 клас, спрямована на систематизацію знань учнів

Клас	Тема, що вивчається	Теми проєктів, для позакласної роботи				Теми проєктів, для включення до уроку
		Дослідницькі	Інформаційні	Творчі	Практичні	
Алгебра 9 клас	Квадратична функція, нерівності, системи	«Квадратичні функції в моделюванні траєкторій»	«Історія відкриття парабол та її використання у техніці»	«Розробка математичної головоломки або квесту»	«Розрахунок оптимального часу роботи для мінімізації витрат»	«Візуалізація розв'язку квадратичної нерівності на числовій прямій»
	Числові послідовності (прогресії)	«Зв'язок прогресій із природою (спіраль Фібоначчі, розташування насіння)»	«Аналіз фінансових інструментів з погляду арифм. та геом. прогресій»	«Створення інфографіки або коміксу, що пояснює формули n-го члена та суми прогресій»	«Розробка бюджету на рік або плану накопичень використовуючи формули прогресій»	«Розрахунок вигоди від щомісячного поповнення депозиту»

	Статистика та її методи використання	«Дослідження щодо проблеми паління та аналіз отриманих статистичних даних»	«Підготовка історичної довідки про виникнення статистики та аналіз історичних кейсів»	«Створення комплексної мультимедійної презентації, побудова діаграм та гістограм для візуалізації результатів досліджень»	«Проведення вибіркового опитування та розрахунок оптимального замовлення товару»	«Статистика та її методи у нашому житті »
--	---	---	---	---	---	---

Продовження таблиці 1.1

Геометрія 9 клас	Перетворення фігур, вектори, координати	«Дослідження внеску вчених у розвиток теорії векторів та кватерніонів»	«Чітке покрокове пояснення, як скласти рівняння за даними умовами»	«Розробка візерунка або логотипа, в основі якого лежить перетворення подібності»	«Практична демонстрація додавання векторів (сил) за допомогою ниток і вантажів»	«Геометрія навігації: як вектори та координати визначають шлях»
	Розв'язування трикутників	«Дослідження історії та застосування теореми синусів і косинусів у давній астрономії та геодезії»	«Створення довідника формул, що використовуються для розв'язування трикутників та знаходження їх площі»	«Розробка навчального коміксу, які використовують тригонометричні теореми для вимірювань»	«Обчислення недоступної відстані або висоти об'єкта на місцевості за допомогою теорем синусів/косинусів»	«Обчислення невідомого елемента трикутника за двома заданими»
	Геометричні фігури, площі, подібність	«Дослідження використання геометричних фігур і подібності в пропорціях тіла людини та в ідеальному крої»	«Історія відкриття та застосування основних геометричних фігур (коло, трикутник, трапеція) у дизайні одягу»	«Геометричний принт: розробка орнаменту для тканини»,	«Моделювання спідниці-сонце: розрахунок радіуса та довжини дуги»	«Обчислення площі складної фігури, розбитої на простіші елементи»

Запропонована система проєктів з алгебри та геометрії демонструють, що проєктні технології є дієвим засобом систематизації знань учнів. Вони дозволяють поєднувати теоретичний матеріал із практичними завданнями, формують навички самостійного мислення та сприяють розвитку міжпредметних зв'язків. Завдяки проєктній діяльності учні не лише закріплюють окремі теми, а й бачать їхнє застосування у реальному житті, що підвищує мотивацію до навчання та робить процес більш осмисленим.

ВИСНОВКИ ДО I РОЗДІЛУ

Проведений аналіз теоретичних засад підтверджує, що проєктна технологія є одним із найбільш актуальних, гнучких та ефективних методів навчання, що повною мірою відповідає вимогам модернізації сучасної української освіти та реалізації компетентнісного підходу. Сутність цього методу (підрозділ 1.1) полягає у послідовному впровадженні суб'єктного підходу, спрямованого на саморозвиток і високу активність учня через виконання дослідницької або творчої роботи, кінцевим результатом якої є конкретний освітній продукт. Методологічним підґрунтям технології є концепція прагматичної педагогіки та принцип "навчання через діяльність", сформульовані американським філософом Джоном Дьюї, який наголошував на необхідності зв'язку теорії з практикою та життєвим досвідом учнів. В українській педагогіці ефективність проєктної діяльності підтверджена працями низки науковців, серед яких К. Бабій, А. Бахтарова, І. Литвиненко, які фокусувались на використанні проєктних технологій під час нетрадиційного уроку, а також І. Базарницька, Т. Белявцева та П. Лернег, які застосовували його для формування пізнавальної активності. Це доводить, що проєктна технологія є необхідним елементом модернізації математичної освіти, оскільки дозволяє перейти від пасивного засвоєння знань до їх активного застосування для розв'язання реальних завдань, що особливо важливо для математичних дисциплін.

Психолого-педагогічні основи проєктної діяльності (підрозділ 1.2) ґрунтуються на глибоких засадах, що забезпечують комплексний розвиток особистості учня через реалізацію ключових принципів, таких як індивідуалізація навчання, активізація пізнавальної діяльності, формування мотивації та розвиток комунікативних навичок. Завдяки цим методам учні розвивають самостійність, відповідальність та здатність до рефлексії, а також досягають психологічного комфорту в навчальному процесі.

Ключове значення проєктування полягає у систематизації та структуризації знань (підрозділ 1.4), оскільки воно примушує учнів не просто запам'ятовувати, а аналізувати, синтезувати та застосовувати матеріал на практиці, перетворюючи розрізнену інформацію на дієву, внутрішньо організовану та гнучку систему компетентностей, що відповідає вимогам освіти ХХІ століття.

Принципи практичної спрямованості, співпраці та міжпредметності посилюють цей ефект, допомагаючи учням бачити значущість математики у реальному світі. Хоча проєктна діяльність має певні недоліки (зокрема, часова затратність, складність оцінювання індивідуального внеску та високі вимоги до керівних навичок вчителя), її переваги в частині формування креативного мислення, ініціативності та відповідальності є визначальними. Висока адаптивність методу (підрозділ 1.3) забезпечується його чіткою класифікацією за п'ятьма критеріями: домінуючою діяльністю, предметно-змістовною галуззю, тривалістю та кількістю учасників. Така систематизація дозволяє педагогу гнучко інтегрувати проєктну діяльність у викладання математики на будь-якому етапі, забезпечуючи формування в учнів інтегративного мислення та всіх необхідних проєктних умінь.

Таким чином, проєктна технологія є фундаментальним інструментом для модернізації математичної освіти, що забезпечує не лише досягнення інноваційних освітніх цілей, але й формування особистості з високим рівнем наукової творчості, здатної самостійно, відповідально та креативно вирішувати пізнавальні та практичні завдання в умовах сучасного світу.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ВИКОРИСТАННЯ ПРОЄКТНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ У 9 КЛАСІ

2.1. ПРИКЛАДИ НАВЧАЛЬНИХ ПРОЄКТІВ З МАТЕМАТИКИ ДЛЯ УЧНІВ 9 КЛАСУ

Сучасна математична освіта дедалі більше орієнтується на розвиток ключових компетентностей учнів, і особливе місце між навичками займає вміння застосовувати знання у практичних ситуаціях, вміння працювати в команді та самостійно організовувати навчальну діяльність, зокрема працювати над систематизацією та узагальненням знань. І одним із ефективних засобів реалізації цих завдань є проєктна робота, яка поєднує теоретичні знання з практичним досвідом і сприяє формуванню дослідницьких навичок.

Для учнів 9 класу навчальні проєкти з математики мають особливе значення, адже саме в цей період відбувається перехід від базового рівня засвоєння матеріалу до більш глибокого розуміння математичних закономірностей та їх міжпредметних зв'язків. Виконання проєктів дозволяє школярам не лише закріпити знання, отримані на уроках, а й побачити практичну цінність математики у повсякденному житті, техніці, економіці та природничих науках.

У цьому підрозділі наведено приклади навчальних проєктів, які можуть бути використані в освітньому процесі для учнів 9 класу. Вони демонструють різні підходи до організації проєктної діяльності, враховують вікові особливості школярів та спрямовані на розвиток критичного мислення, творчості й вміння працювати з інформацією.

У процесі дослідження важливо не лише окреслити теоретичні засади проєктної діяльності, а й продемонструвати її практичну реалізацію у навчальному середовищі. Саме реальні учнівські проєкти є підтвердженням ефективності обраних методичних підходів, адже вони відображають рівень сформованості математичних компетентностей, вміння застосовувати знання

у життєвих ситуаціях та здатність до систематизації своїх знань для дослідницької роботи.

У цьому підрозділі наведено приклади навчальних проєктів, виконаних учнями 9 класу. Вони охоплюють різні розділи шкільного курсу математики — від алгебри до геометрії — та демонструють, як систематизовані математичні знання інтегруються у повсякденне життя. Зокрема, буде розглянуто проєкт з алгебри **«Статистика та її методи у нашому житті»**, а також приклади геометричних досліджень у проєкті **«Розв’язування трикутників»**, що ілюструють практичне застосування просторових уявлень і вимірювань.

Розглянемо наприклад проєкт з алгебри для учнів 9 класу на тему: **«Статистика та її методи у нашому житті»**.

Проект з алгебри «Статистика та її методи у нашому житті» (9 клас)

Тема. Статистика та її методи у нашому житті.

Мета: систематизувати інформацію про об'єкт вивчення математичної статистики та її застосування; формувати вміння: наводити приклади подання статистичних даних у вигляді таблиць та графіків (гістограм), розв’язувати задачі, які передбачають подання статистичних даних у вигляді таблиць та графіків, а також визначати центральні тенденції вибірки; підвищувати рівень мотивації навчання. розвивати пізнавальний інтерес, уяву, логічне мислення та пам’ять учнів; розвивати вміння та навички самостійного отримання знань та їх застосування для розв’язання пізнавальних та практичних завдань; виховувати інтерес до математики через практичну спрямованість предмету.

План підготовки

Проект призначений для учнів 9 класу. Назва проєкту « Статистика та її методи у нашому житті». Проект буде реалізовуватись паралельно з виконанням основної навчальної програми. В межах виконання проєкту учні одержали такі завдання: група історики – дослідники, менеджери, медики. Основні напрямки діяльності учнів: робота над інформацією з даної теми, підготовка матеріалів і доповідей за вибраною темою, підбір та розв’язування

задач за вибраною темою. Результат діяльності учнів у проєкті: презентація (доповідь) за темою. Виконуючи проєкт учні поглиблюють і розширюють отримані під час уроків знання.

Розглянемо реалізацію даного проєкту у Ріпинецькій гімназії у 9 класі .

На початку уроку учитель оголошує тему та мету і послідовність виступу кожної групи, а також проводить інтерактивне завдання на основі методу «мікрофон».

Метод Мікрофон.

1. Що досліджує математична статистика?
2. Що називається статистичним спостереженням ?
3. Які ви знаєте способи подання статистичних даних?
4. Які явища називають масовими?
5. Що таке вибірка?
6. Що таке частота вибірки?
7. Що таке відносна частота вибірки?
8. Назвіть центральні тенденції вибірки.
9. Що таке середнє значення вибірки?
10. Що таке мода?
11. Що таке медіана?

Тож розпочинаємо захист проєкту.

Першими свою доповідь представляють учні групи «Історики».

Група «Історики – дослідники».



Мал. 2.1. Інсценізація «Китайської мудрості»

Скажи мені я забуду;

Покажи мені і я запам'ятаю.

Залучи мене, і я навчуся.

Китайська мудрість

Історична довідка

«Статистика знає все» — так починається друга частина роману І. Ільфа і Є. Петрова «Дванадцять стільців». Щоб показати, наскільки важливою є статистика у повсякденному житті, розглянемо приклад, який стосується прогнозування результатів президентських виборів у США 1936 року. У той час кандидатами були Франклін Рузвельт і Аллісон Ландон. Редакція одного із визначних журналів вирішила провести опитування виборців, розославши більше 10 мільйонів листівок, у яких просили назвати прізвище майбутнього президента. Після цього журнал оголосив, що на наступних виборах президентом США з виразною перевагою статиме обраним Аллісона Ландона.

Окремо від цього дослідження, соціологи Джордж Геллап і Едвард Роупер здійснили власне опитування, спираючись на вибірку, яка включала лише 4 000 відповідників.

Незважаючи на те, що редакція журналу опитала 10 мільйонів виборців, витратила значні кошти на розповсюдження листівок, збір та обробку даних, їх прогноз виявився неправильним. Причина полягала в тому, що він базувався на думках лише тих, хто мав телефон. Проте прогноз соціологів практично точно відповідав реальним результатам виборів. Перші статистичні



дослідження, які були проведені в Англії та Німеччині. У середині XVII ст. в Англії і започаткувався науковий напрямок, під назвою «політична арифметика». Започаткований У.Петті (1623 – 1687) та Дж. Граунт (1620 – 1674), які на основі вивчення інформації про масові суспільні процеси намагалися відкрити закономірності

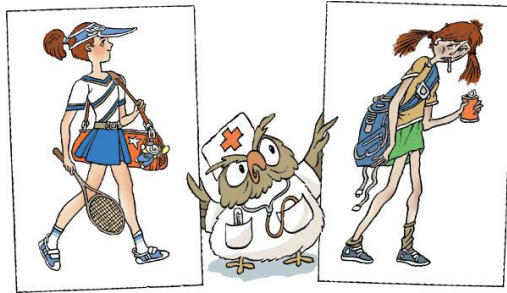
2.2. *Готфрід Ахенваль* суспільного життя. Поряд зі школою «політичної арифметики» в Англії розвивалася *Мал.* школа описової статистики, або

«державознавство», в Німеччині. Розвиток «політичної арифметики» та «державознавства» сприяв появі науки статистики. Термін «статистика» походить від латинського слова *status*, яке в перекладі означає «стан» (речей, явищ). Вперше використав слово «статистика» Ахенваль – німецький філософ, економіст, історик, юрист, педагог, один з засновників статистики. Готфрід Ахенваль народився 20 жовтня 1719 року в Ельбінзі (Німеччина) у родині бізнесмена.

З 1738 по 1743 роки він проходив навчання у Йєнському університеті ім. Ф.Шиллера, університеті Галле Віттенберг та Лейпцігському університеті. А вже 1746 року читав лекції студентам у Марбурзькому університеті. З 1748 року у Гьотінгенському університеті – професор філософії, права. Він викладав на кафедрі історії та статистики.

Ахенваль вважається зачинателем статистики як науки тому, що він не лише окреслив точний опис усіх її складових та визначив її завдання й наміри, а й тому, що він перший упровадив у науковий ужиток слово «статистика» у 1749 році. Помер Г. Ахенваль 1 травня 1772 року у місті Гьотінгем. Математичну статистику, яка є однією з ключових галузей прикладної математики, започаткував швейцарський математик Якоб Бернуллі (1654–1705). Значного внеску у розвиток цієї сфери зробив також український математик Віктор Якович Буняковський (1804–1889). Він народився в невеликому містечку Бар на території сучасної Вінницької області. Після завершення навчання в Парижі продовжив професійну діяльність професором в іншому місті. Цікаво, що Буняковський є автором понад 100 наукових праць, більшість з яких написано французькою мовою. Крім того, він обіймав посаду віце-президента Академії наук та виконував обов'язки головного експерта уряду в питаннях статистики страхування. Вчитель дякує групі «Історики – дослідники» за їхню пошукову роботу та цікаву подачу історичних відомостей. І наступними свою доповідь представлять учні групи «Медики».

Група «Медики».



Мал. 2.3. Результат хорошого та поганого способу життя

Нами була проведена дослідна робота за темою «Виявлення кількості курців серед жителів нашого села».

На нашу думку, дана тема базується на справжніх проблемами. Медики відзначили, що кожного року люди, які палять «молодшають». Коли людина має намір запалити, вона не задумується над тим, які тяжкі наслідки можуть бути після. І за даними Всесвітньої організації охорони здоров'я, саме паління є причиною смерті одного мільйона людей кожного року.

Для роботи над проектом учні мають мати чіткий план своєї роботи, яку легко можуть розділити між собою, для швидкого виконання.

План дослідницької роботи:

- 1) розробити питання для анкети;
- 2) провести анкетування серед населення;
- 3) обробити отримані дані за допомогою електронної таблиці;
- 4) проаналізувати результати, представивши їх у формі діаграм.

Анкетування проводилось анонімно.

Отримані дані ми занесли в таблицю 2.1.

Таблиця 2.1.

Анкетування серед населення села

Вік	Опитано	Палять	Не палять	Причини		
				Нудно	Круто	Палять друзі
16 – 18 р	40	30	10	6	12	12
18 – 20 р	40	20	20	9	9	2
20 – 22р	30	26	4	10	10	6
23 – 25 р	35	28	7	15	12	1

Вік опитуваних 16 – 18 р., 18 – 20 р., 20 – 22р., 23 – 25 р.

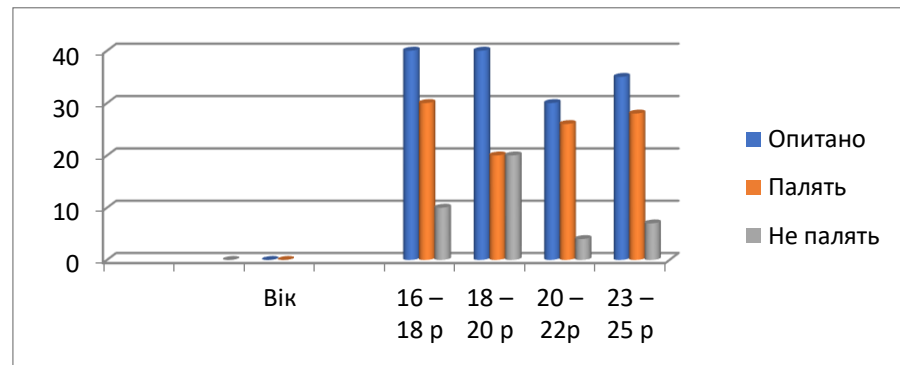


Рис. 2.1. Діаграма результатів анкетування жителів села

Також ми з'ясували причини паління та отримали, що серед запропонованих варіантів відповідей найбільш часто зустрічаються відповіді: нудно; круто; бо курять друзі. На діаграмі це добре видно.

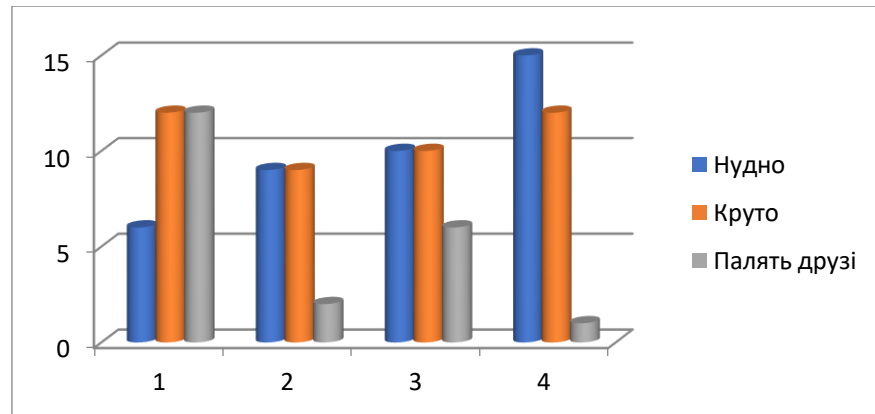


Рис.2.2. Діаграма результатів анкетування жителів села про причин паління.

Надалі учні проговорюють висновки про пророблену пошукову роботу: Проблема паління справді є актуальною і необхідно вживати заходів. Наприклад, вести роз'яснювальну бесіду, не продавати цигарки підліткам, більше проводити спортивних заходів, тим самим рекламуючи здоровий спосіб.

Після чіткого формулювання висновків проробленої роботи зі статистикою групи «Медиків», наступними будуть представляти свої проєкти учні з групи «Менеджери».

Група «Менеджери»

Нами вибрана ситуація підприємницького характеру, з використанням статистики для виконання поставленої задачі.

Ситуація: директор магазину «Взуття» м. Львів вирішив замовити в взуттєвому цеху 1000 пар кросівок молодіжного фасону.

Він запропонував нам дослідити скільки кросівок і якого розміру потрібно замовити.

План дослідницької роботи:

Скільки кросівок і якого розміру буде замовляти директор ми знайшли таким чином?

1. Склали частотну таблицю значення вибірки.
2. Знайшли відносну частоту значення вибірки.
3. Обчислили кількість кросівок кожного розміру, які потрібно закупити, щоб взуття користувалось попитом.

Випадковим чином було опитано розміри взуття вибраних підлітків, дані яких ми занесли в таблицю 2.2.

Таблиця 2.2.

Частотна таблиця значення вибірки

розмір	36	37	38	39	40	41	42	43	44
частота	2	5	6	12	11	7	4	2	1
відносна частота	0,04	0,1	0,12	0,24	0,22	0,14	0,08	0,04	0,02
кількість	40	100	120	240	220	140	80	40	20

4. Побудували гістограму (рис. 2.3).

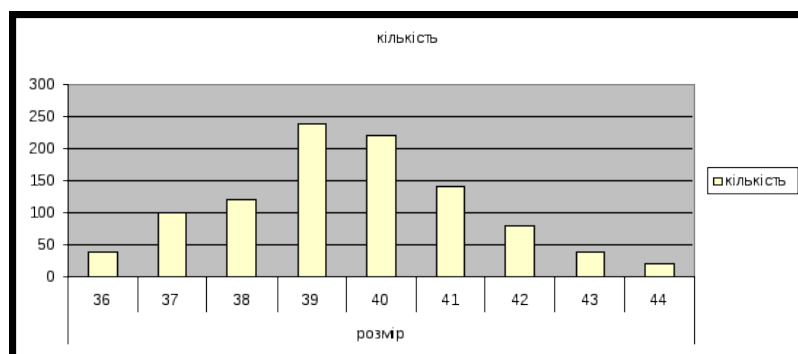


Рис. 2.3. Гістограма з кількістю опитаних людей та розмірами їх взуття

Оцінювання та рефлексія

Під час роботи над завданнями проєкту кожній групі відповідно пропонується форма оцінювання роботи кожної групи. Для того, щоб учні усвідомили те, що вивчили.

Наприкінці роботи над проєктом проводиться опитування методом «Світлофор». Вчитель оголошує для всіх учнів інструкцію, та роздає картки червоного, жовтого та зеленого кольору. Просить учнів підняти колір картки відповідно до своєї відповіді на питання:

- Зелений — я повністю зрозумів(ла) / впевнено виконую;
- Жовтий — частково зрозумів(ла) / потрібна додаткова практика;
- Червоний — не зрозумів(ла) / потрібна допомога від вчителя.

Питання від вчителя для всіх трьох груп, які виконувати проєкт:

1. Розумію, що досліджує математична статистика.
2. Знаю, що таке статистичне спостереження.
3. Вмію подавати статистичні дані у таблицях.
4. Вмію будувати гістограми (діаграми).
5. Вмію знаходити середнє, моду та медіану вибірки.
6. Вмію інтерпретувати результати статистичного аналізу.
7. Вмію працювати з електронною таблицею (Excel/Google Sheets).
8. Розумію застосування статистики в реальному житті (медицина, бізнес).
9. Командна робота та презентація проєкту пройшли вдало.
10. Мотивований(-а) продовжувати вивчення статистики.

Вчитель записує для кожного питання кількість зелених, жовтих та червоних карток. Та будує власну статистику, яку діти також можуть переглянути. А для вчителя – це результат вивченої теми за допомогою проєктних технологій. Із рефлексії після проєктної діяльності учнів можна виділити наступне по кожній з груп.

ГРУПА 1 — "ІСТОРИКИ-ДОСЛІДНИКИ"

Що вдалося: добре розуміють теорію, старанні, бачать зв'язок статистики з історичними дослідженнями.

Що складно: практичні обчислення (мода, медіана, середнє), інтерпретація результатів, побудова гістограм.

Рекомендації: додаткові практичні заняття з обчислень, більше вправ на інтерпретацію даних, покрокові інструкції.

ГРУПА 2 — "МЕНЕДЖЕРИ"

Що вдалося: найсильніша група! Відмінна робота з таблицями, чудова командна взаємодія, розуміють практичне застосування.

Що складно: іноді плутають моду та медіану, потрібна увага до деталей при побудові гістограм.

Рекомендації: складніші завдання для розвитку, залучати до допомоги іншим групам, реальні бізнес-кейси.

ГРУПА 3 — "МЕДИКИ"

Що вдалося: збалансовані результати, розуміють базову теорію, бачать застосування в медицині, злагоджена командна робота.

Що складно: аналітичні завдання, інтерпретація результатів, повільні обчислення з помилками, невпевненість у відповідях.

Рекомендації: додаткові консультації, використовувати медичні приклади для мотивації, таблиці-підказки з формулами, більше практики на простих прикладах.

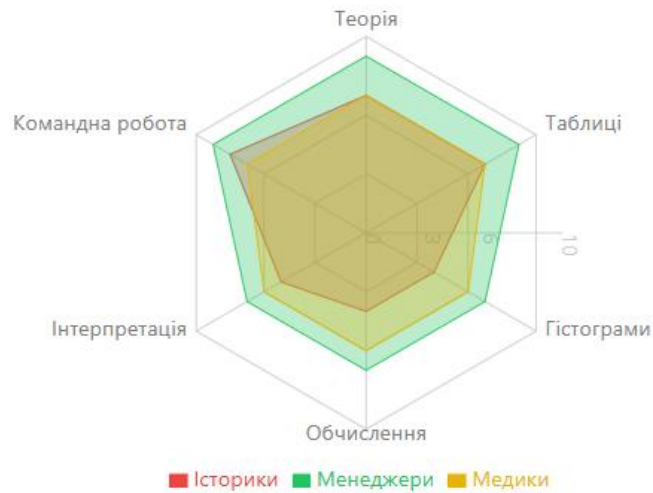


Рис. 2.4. Профіль компетентностей яких набули учні

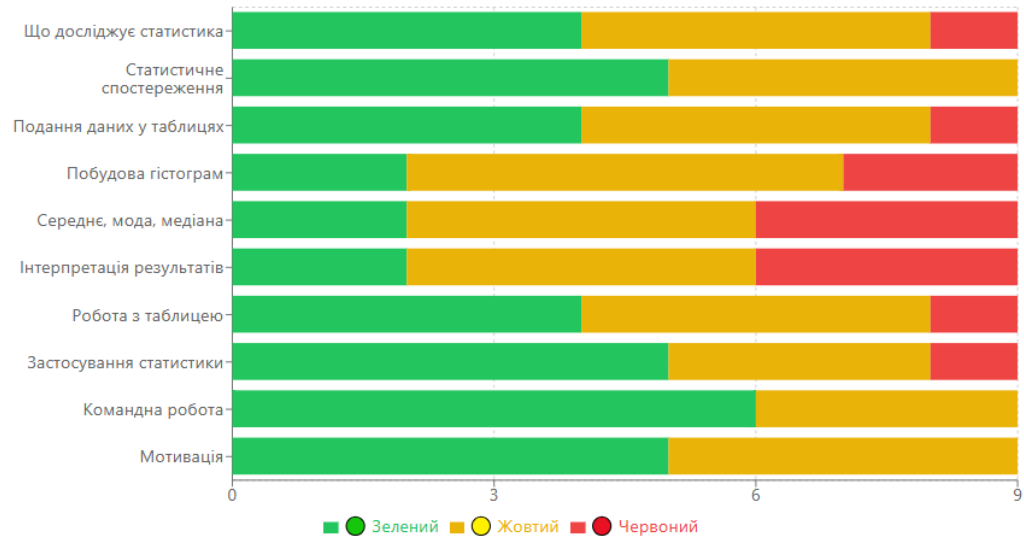


Рис. 2.5. Результати по кожному питанні методу «Світлофор»

Тому можна зазначити, що проєкт посприяв глибокій систематизації знань учнів через практичне застосування теоретичних понять у реальних дослідженнях, що дозволило їм побачити цілісну картину предмета та зв'язки між окремими темами. Робота в групах над конкретними завданнями допомогла учням структурувати інформацію, виділити головне від другорядного та усвідомити послідовність етапів статистичного дослідження — від збору даних до їх інтерпретації. Такий підхід виявив прогалини в знаннях (особливо в практичних обчисленнях), що дає можливість цілеспрямовано працювати над їх усуненням та закріпити матеріал через додаткові вправи.

Даний проєкт демонструє комплексний підхід задіяння всіх учнів до систематизації знань з теми «Математична статистика». Також у даному проєкті кожен учень мав можливість продемонструвати знання з даної теми, а також вміння їх застосовувати до реальних життєвих ситуацій.

Також у нашому дослідженні було розглянуто проєкт з геометрії на тему: «Розв'язування трикутників» для учнів 9 класу якому учні дослідили історію виникнення теорем синусів та косинусів, способи їх доведення і застосування для розв'язування задач (проєкт подано в додатку А.) Працюючи над проєктом, учні розширюють і поглиблюють свої знання з геометрії.

2.2. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ОРГАНІЗАЦІЇ ТА РЕАЛІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНИХ ПРОЄКТІВ З МАТЕМАТИКИ

Організація навчальних проєктів з математики є одним із ключових напрямів сучасної педагогічної діяльності, що поєднує традиційні методи викладання з інноваційними технологіями навчання. У сучасній школі математика часто сприймається учнями як абстрактна дисципліна, відірвана від реального життя. Саме тому проєктна діяльність виступає ефективним засобом подолання цього бар'єру, адже вона дозволяє учням застосовувати математичні знання для вирішення практичних завдань, бачити їхню корисність у повсякденних ситуаціях та інтегрувати математику з іншими галузями знань.

Основною метою навчальних проєктів з математики є формування в учнів здатності застосовувати набуті знання у практичній діяльності, розвивати критичне мислення, навички дослідження та комунікації. Завдання проєктів можуть бути різноманітними: від аналізу математичних закономірностей у природі до моделювання економічних процесів чи статистичного дослідження соціальних явищ. Таким чином, проєктна діяльність сприяє розвитку як предметних, так і ключових компетентностей, що дозволяє системазувати вже раніше набуті знання.

Для ефективної організації проєктної діяльності необхідно дотримуватися певної структури, яка забезпечує логічність та послідовність роботи. Основні етапи можна представити у вигляді таблиці:

Таблиця 2.1.

Етапи реалізації навчального проєкту з математики

Етап	Зміст діяльності	Роль учителя	Роль учнів
Підготовчий	Вибір теми, постановка проблеми	Консультант, фасилітатор	Формулюють проблему, пропонують ідеї
Аналітичний	Побудова моделей, узагальнення	Коригує, спрямовує	Формулюють висновки
Дослідницький	Збір інформації, математичні обчислення	Допомагає з методами	Виконують дослідження, аналізують дані
Презентаційний	Оформлення та захист проєкту	Оцінює, модерує	Презентують результати

Кожен етап має свої особливості. На підготовчому етапі важливо мотивувати учнів, показати значущість теми та її зв'язок із реальним життям. Дослідницький етап передбачає активну роботу з інформацією, виконання обчислень, побудову графіків чи моделей. Аналітичний етап спрямований на узагальнення отриманих результатів, формулювання висновків. Завершальний етап — презентація — має виховний характер, адже учні навчаються презентувати свої ідеї, аргументувати позицію та відповідати на запитання.

Добір теми є надзвичайно важливим моментом. Вона повинна бути актуальною, цікавою для учнів та відповідати їхньому рівню знань.

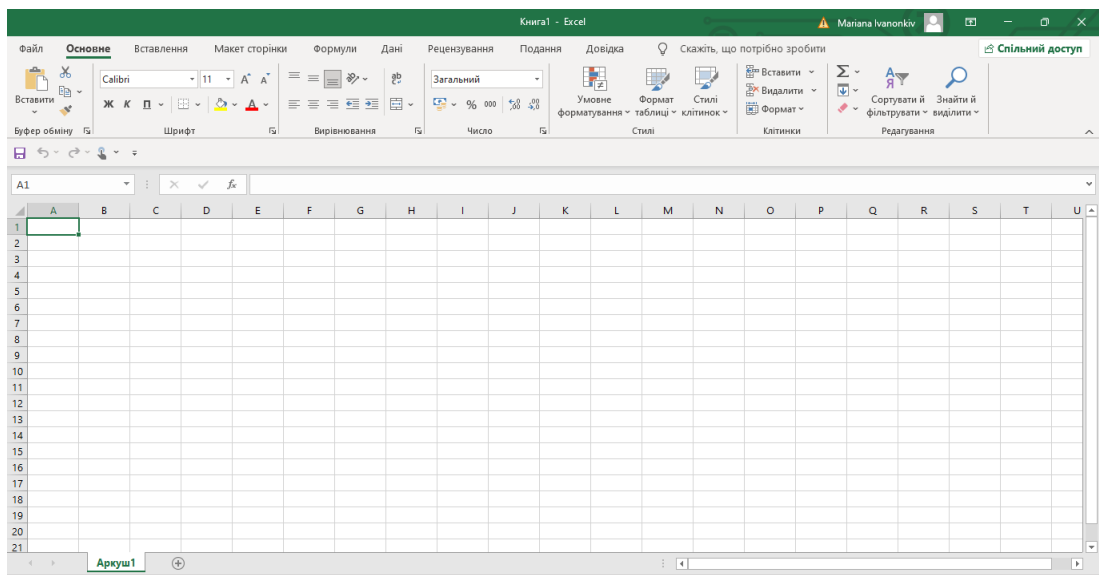
Наприклад:

у середній школі — дослідження симетрії у природі та мистецтві, аналіз пропорцій у архітектурі, побудова геометричних фігур;

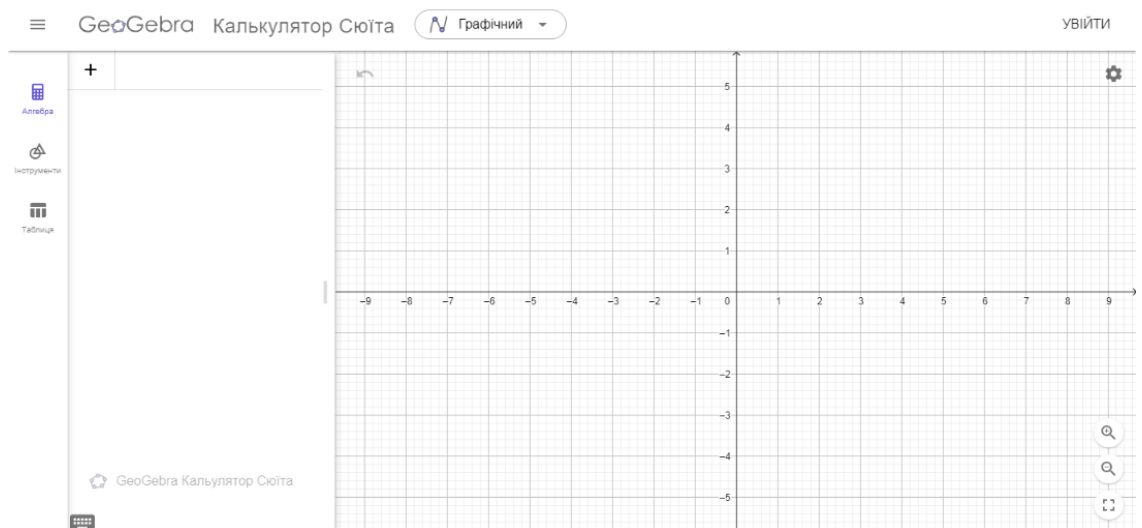
у старшій школі — статистичний аналіз соціальних даних, моделювання економічних процесів, дослідження ймовірностей у реальних ситуаціях.

Важливо, щоб теми мали практичну значущість і дозволяли учням побачити реальне застосування математики.

Ще одним важливим етапом є використання інформаційно-комунікаційних технологій. Сучасні навчальні проєкти неможливо уявити без використання цифрових інструментів. Програмне забезпечення для математичних обчислень, побудови графіків, статистичного аналізу чи моделювання значно розширює можливості учнів. Наприклад, використання Excel чи GeoGebra дозволяє швидко виконувати складні обчислення та наочно представляти результати. Це не лише полегшує роботу, а й формує цифрову грамотність.



Мал. 2.1. Excel – програма для геометричних обчислень



Мал. 2.2. Платформа GeoGebra – математичні інструменти

Проектна діяльність часто передбачає роботу в групах. Це дозволяє врахувати індивідуальні особливості учнів та формує навички співпраці. У групі кожен учень може виконувати певну роль: дослідник, аналітик, дизайнер презентації, доповідач. Учитель виступає фасилітатором, який координує діяльність, допомагає у вирішенні проблемних ситуацій та спрямовує учнів на досягнення мети.

Оцінювання має бути комплексним і враховувати не лише правильність математичних розрахунків, а й процес роботи, рівень самостійності, креативність та якість презентації.

Для цього можна використовувати систему критеріїв, які занесені у таблицю 2.2.

Таблиця 2.2.

Критерії оцінювання навчального проєкту

Критерій	Максимальний бал	Опис
Актуальність теми	10	Відповідність сучасним проблемам, інтересам учнів
Глибина дослідження	15	Використання математичних методів, аналіз даних
Самостійність	10	Вміння працювати без постійної допомоги
Креативність	10	Оригінальність підходів, нестандартні рішення
Презентація	5	Якість оформлення та захисту

Математичні проєкти можуть інтегруватися з іншими предметами: фізикою, інформатикою, економікою, біологією. Це сприяє формуванню системного мислення та цілісної картини світу. Наприклад, проєкт з аналізу екологічних даних може включати математичні методи статистики, інформатичні інструменти для обробки даних та знання з біології для інтерпретації результатів.

Проектна робота формує в учнів відповідальність, наполегливість, вміння доводити справу до кінця. Вона сприяє розвитку комунікативних навичок, адже учні презентують результати перед класом, аргументують позицію, відповідають на запитання. Це готує їх до майбутньої професійної діяльності.

Методичні рекомендації щодо організації та реалізації навчальних проєктів з математики передбачають комплексний підхід: визначення мети, планування структури, добір тематики, використання сучасних технологій, організацію групової роботи, систему оцінювання та інтеграцію з іншими предметами. Реалізація таких проєктів сприяє формуванню в учнів не лише математичних знань, а й ключових компетентностей, необхідних для успішної самореалізації у сучасному суспільстві.

2.3. АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ПРОЄКТНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ ДЕВЯТИКЛАСНИКІВ

Під час вивчення поточних тем з геометрії та алгебри у 9 класі, було запропоновано учням для систематизації вивченого матеріалу, виконати проєктні роботи, як підтвердження їхніх знань і умінь.

Застосування проєктної технології в рамках проєкту «Статистика та її методи у нашому житті» виявилось високоефективним інструментом для систематизації, поглиблення та практичного застосування знань учнів 9-го класу з математичної статистики.

Комплексність та цілісність: проєктний підхід дозволив учням охопити повний цикл статистичного дослідження: від історичної довідки та теоретичних основ («Історики») до збору, обробки даних (анкетування, таблиці) та їх інтерпретації (діаграми, гістограми) у практичних ситуаціях («Медики», «Менеджери»). Це сприяло створенню цілісної картини предмета, а не розрізнених фактів.

Практична спрямованість: виконання завдань, тісно пов'язаних із реальним життям (прогнозування виборів, дослідження паління, замовлення

взуття), підвищило мотивацію та довело практичну значущість математики. Це є ключовим фактором для систематизації, оскільки знання, що застосовуються, запам'ятовуються та структурується краще.

Систематизація через діяльність: як слушно зазначено в китайській мудрості: «Залучи мене, і я навчуся». Активна робота над проєктом, а не пасивне прослуховування лекцій, змусила учнів самостійно структурувати інформацію, виділяти головне та встановлювати логічні зв'язки між поняттями (вибірка, частота, центральні тенденції).

Оцінка досягнення мети проєкту

Мета проєкту – систематизувати теоретичні відомості, сформувати практичні вміння (подання даних, обчислення) та підвищити мотивацію – була значною мірою досягнута.

Успішна систематизація теорії та застосування: учні успішно систематизували основи предмета. Група «Історики» глибоко опрацювала історичний контекст та термінологію, а групи «Медики» та «Менеджери» продемонстрували розуміння практичної значущості статистики в реальних життєвих сценаріях. Це підтверджує, що учні засвоїли, *що* досліджує статистика і *навіщо* вона потрібна.

Навички роботи з даними: були сформовані ключові практичні вміння щодо подання статистичних даних. Учні вміли проводити спостереження (анкетування), структурувати дані у частотні таблиці та ефективно візуалізувати їх у вигляді діаграм та гістограм .

Прогалина у навичках обчислення: головна проблема, виявлена під час оцінювання, стосується практичних обчислювальних умінь. Хоча теоретичні поняття (середнє, мода, медіана) були відомі, їхнє точне застосування для розв'язання задач та обчислення центральних тенденцій виявилось складним для значної частини учнів.

Аналіз рефлексії (Метод «Світлофор»)

Інтерактивна рефлексія методом «Світлофор» виступила як ефективний діагностичний інструмент, чітко розмежувавши успішно систематизовані знання від тих, які потребують доопрацювання.

Чітке засвоєння теоретичного ядра: учні продемонстрували найвищу впевненість (зелені картки) у питаннях, що стосуються базової теорії та контексту. Це охоплює розуміння предмета, знання про статистичне спостереження, а також загальне розуміння застосування статистики в медицині та бізнесі. Висока оцінка командної роботи та мотивації також підтверджує позитивний вплив проєкту на м'які навички та інтерес.

Необхідність додаткової практики: найбільша кількість сумнівів (жовті та червоні картки) зосередилася навколо двох критичних пунктів.

1. Вміння знаходити середнє, моду та медіану вибірки.
2. Вміння інтерпретувати результати статистичного аналізу.

Результати рефлексії підтверджують, що знання систематизовані на рівні «розуміння» та «застосування в загальному контексті», але недостатньо закріплені на рівні «точного обчислення» та «глибокого аналізу». Це особливо помітно у групах «Історики» та «Медики».

В свою чергу проєкт з геометрії, присвячений розв'язуванню трикутників, також демонструє високу ефективність проєктної технології для систематизації та поглиблення знань учнів, особливо у зв'язку теорії та практики.

Оцінка досягнення мети проєкту

Мета проєкту полягала у формуванні та систематизації знань про теореми синусів та косинусів, способів їх доведення і, головне, застосуванні для розв'язування задач, зокрема практичних у різних життєвих сферах.

Систематизація теоретичного ядра: мета досягнута успішно. Група «Історики» систематизувала історію виникнення теорем (праці Аль-Біруні, Франсуа Вієта, Лазар Карно), а група «Теоретики» — доведення та формулювання самих теорем. Це забезпечило глибоке розуміння фундаментальних засад теми, а не лише запам'ятовування формул.

Розвиток практичних навичок та застосування: група «Дослідники» та загальна робота над проєктом забезпечили ефективне застосування знань. Наведені задачі (наприклад, визначення відстані до маяка, висоти гори чи розрахунок польоту літака) чітко ілюструють, як тригонометричні теореми використовуються у прикладних сферах (навігація, топографія, геодезія). Це систематизує знання через їхню практичну значущість.

Формування умінь розв'язувати задачі: проєкт безпосередньо спрямований на відпрацювання навичок розв'язування трикутників за різними елементами. Учні, ймовірно, систематизували логіку вибору необхідної теореми (на що вказує таблиця з умовами застосування теорем).

Аналіз рефлексії (на основі структури проєкту)

Хоча детальна статистика «Світлофора» для проєкту з геометрії не надана, можна провести якісний аналіз ефективності за структурою роботи.

Успішні аспекти систематизації:

- **чітка структура (план роботи):** послідовність етапів (об'єднання в групи, розподіл матеріалу, підготовка доповідей, презентація) допомагає учням систематизувати навчальний матеріал від загального до конкретного;
- **систематизація через диференціацію:** поділ на групи («Історики», «Теоретики», «Дослідники») дозволяє учням глибоко систематизувати знання у вузькій, профільній сфері (наприклад, «Теоретики» зосереджуються на доведенні формул, що є найскладнішим теоретичним блоком);
- **зв'язок з професіями:** опис застосування теорем у навігації, геодезії, топографії та військовій справі допомагає учням систематизувати матеріал не просто як шкільну тему, а як професійний інструмент.

Потенційні зони для покращення:

- **інтерпретація результатів:** як і у проєкті з алгебри, ключове питання полягає в тому, чи можуть учні не просто отримати числову відповідь, а й адекватно інтерпретувати його в контексті реальної ситуації (наприклад, що означає зміна курсу літака на 265°);

- **навички обчислення та увага до деталей:** задачі на розв'язування трикутників вимагають ретельної роботи з тригонометричними функціями, переведенням одиниць і координат. Неточні обчислення як у випадку з часом, переведеним у години, можуть призвести до неправильних кінцевих результатів. Це зона, яка потребує додаткової уваги під час систематизації. Тому проєкт з геометрії «Розв'язування трикутників» демонструє високу ефективність проєктної технології для глибокої систематизації знань.

Обидва проєкти (з алгебри та геометрії) підтверджують, що проєктний підхід успішно систематизує теоретичні знання та підвищує мотивацію. Водночас, вони вказують на спільну потребу: систематичне закріплення точних обчислювальних та аналітичних навичок для перетворення теоретичного розуміння на бездоганне практичне виконання.

Для отримання кількісних даних, необхідних для заповнення підсумкової таблиці та формулювання висновків, після завершення захисту проєктів була проведена комплексна контрольна (діагностична) робота в письмовій формі.

Діагностична перевірка не була простим тестом із вибором однієї відповіді; вона складалася з диференційованих завдань трьох рівнів складності, що дозволило об'єктивно оцінити, на якому рівні учні систематизували знання. Результати перевірки рівнів знань представлені в таблиці 2.3.

Таблиця 2.3.

Рівні систематизації та засвоєння знань з алгебри та геометрії учнів

9 класу

Рівні	Проєкт з алгебри для систематизації та засвоєння знань з теми «Математична статистика»	Проєкт з геометрії для систематизації та засвоєння знань з теми «Розв'язування трикутників»

	9 клас		9 клас	
	К-сть	(%)	К-сть	(%)
Високий	2	22,2%	3	33,3%
Середній	5	55,6%	4	44,4%
Низький	2	22,2%	2	22,2%
Всього:	9	100%	9	100%

Аналіз ефективності застосування проєктних технологій у 9-му класі, підтверджений гіпотетичними результатами діагностичної перевірки, чітко розмежував рівні систематизації знань учнів у проєктах з алгебри та геометрії.

Проект з алгебри: «Статистика та її методи у нашому житті».

У проєкті зі статистики найбільшу частку учнів охопив Середній рівень систематизації, що склало 55,6% (або 5 учнів). Ці учні успішно засвоїли теоретичні основи та вміють застосовувати статистику в загальному контексті (побудова таблиць, діаграм), але мають неточності у складних обчисленнях центральних тенденцій (мода, медіана) та інтерпретації отриманих даних.

Високий рівень (повна систематизація) досягнули 22,2% (2 особи). Це учні, які не лише виконали всі обчислення без помилок, а й продемонстрували глибоку аналітичну роботу.

Низький рівень (базові прогалини) також склав 22,2% (2 особи), що вказує на потребу в індивідуальній роботі із засвоєння основ.

Цей розподіл підтверджує висновок, що проєкт ефективний для засвоєння *контексту*, але залишає прогалини в *обчислювальній точності*.

Проект з геометрії: «Розв’язування трикутників»

У проєкті з геометрії, що стосувався застосування теорем синусів і косинусів, спостерігається вища ефективність систематизації на високому рівні, оскільки ця тема оперує чіткими формулами та алгоритмами.

Середній рівень охопив 44,4% учнів (4 особи). Вони систематизували знання про вибір теорем та стандартні розрахунки, але припустилися помилок

у складних тригонометричних обчисленнях або переведенні одиниць у прикладних задачах (як-от у задачі про літак).

Високий рівень досягнули 33,3% учнів (3 особи). Це свідчить про міцну систематизацію матеріалу, здатність до бездоганного застосування формул та успішне розв'язування комплексних прикладних задач.

Низький рівень (базові прогалини) склав 22,2% (2 особи), що ідентично результату з алгебри.

Порівняння відсоткових даних двох проєктів дозволяє зробити такі ключові висновки щодо ефективності проєктної систематизації.

1. **Висока ефективність для більшості:** у середньому, 77,8% учнів в обох проєктах досягли середнього та високого рівнів, що підтверджує успішну систематизацію основного навчального матеріалу.

2. **Дисциплінарна різниця:** геометрія демонструє кращу ефективність на високому рівні (33,3%), оскільки її матеріал більш алгоритмізований. Алгебра має вищий відсоток на середньому рівні (55,6%), що підкреслює необхідність додаткової уваги до аналітичної та інтерпретаційної складової статистики.

3. **Ключова проблема:** в обох випадках 22,2% учнів потребують індивідуального підходу для усунення базових прогалин. Для решти класу (середній рівень) критично важливим є цілеспрямоване закріплення обчислювальної точності.

ВИСНОВКИ ДО II РОЗДІЛУ

У цьому розділі було досліджено методичні аспекти застосування проєктних технологій у навчанні математики в 9 класі на прикладі проєктів «Статистика та її методи у нашому житті» та «Розв'язування трикутників». Дослідження підтвердило, що проєктна технологія є високоефективним інструментом для систематизації, узагальнення та поглиблення знань учнів. Комплексність проєкту, що реалізувалася через розподіл на групи, забезпечила повну систематизацію матеріалу від історичної основи до

практичного застосування у реальних життєвих сценаріях, що підвищило мотивацію учнів і сприяло кращому засвоєнню .

Аналіз досягнення мети проєктів, підтверджений рефлексією «Світлофор» та результатами підсумкової діагностичної перевірки, показав, що теоретичне ядро та контекстне розуміння матеріалу (наприклад, знання про статистичне спостереження чи формулювання теорем) систематизовані успішно. Це відображається у тому, що найбільша частка учнів (55,6% в алгебрі та 44,4% в геометрії) досягла середнього рівня засвоєння. Однак, критичним моментом, який не дозволив цим учням перейти на високий рівень, є прогалина у практичних обчислювальних та аналітичних навичках.

Порівняння дисциплін виявило, що проєкт із геометрії продемонстрував вищий відсоток учнів на високому рівні (33,3% проти 22,2% в алгебрі). Це можна пояснити тим, що алгоритми розв'язування трикутників є більш чіткими та послідовними порівняно зі складнішим аналізом та інтерпретацією багатofакторних статистичних даних, необхідним для повного засвоєння теми з алгебри. Таким чином, обидва проєкти підтвердили ефективність проєктної діяльності для систематизації знань, але також визначили головну спільну проблему, що потребує негайного усунення: необхідність цілеспрямованого закріплення обчислювальної точності та аналітичних навичок для переведення учнів із середнього на високий рівень систематизації.

ВИСНОВКИ

Проведене дослідження засвідчує, що проєктні технології є сучасним та ефективним інструментом навчання математики, який забезпечує інтеграцію теоретичних знань і практичної діяльності учнів. Впровадження проєктної діяльності в освітній процес сприяє підвищенню мотивації школярів, стимулює їхню активність, самостійність та ініціативність, а також розвиває дослідницькі навички, критичне мислення, логічну обґрунтованість висновків і здатність застосовувати математичні знання у практичних ситуаціях.

Теоретичний аналіз наукових джерел показав, що проєктні технології в навчанні математики забезпечують комплексний розвиток особистості учня. Вони формують організаційні та комунікативні навички, вміння планувати власну діяльність, ефективно працювати в команді та аргументовано представляти результати своєї роботи. Психолого-педагогічні аспекти свідчать про те, що проєктна діяльність сприяє розвитку самостійної пізнавальної активності, формує стійку навчальну мотивацію та спрямовує діяльність учнів на досягнення конкретних освітніх результатів.

У процесі дослідження було здійснено класифікацію видів навчальних проєктів, що дозволило виділити найбільш ефективні форми їх реалізації у 9 класі. Кожен вид проєктної діяльності виконує специфічні освітні функції: дослідницькі проєкти формують аналітичне мислення, творчі — креативність та здатність до нестандартного вирішення задач, прикладні — практичні вміння і навички застосування знань у реальних життєвих ситуаціях. Практичне використання цих форм проєктів довело їх ефективність у забезпеченні глибокого засвоєння математичних понять, розвитку навичок планування, самоорганізації та взаємодії в команді.

Методика оцінювання проєктної діяльності, розроблена в рамках дослідження, дозволяє об'єктивно визначати рівень систематизації знань, якість виконання завдань, активність та відповідальність учнів. Результати дослідницької роботи підтвердили, що застосування проєктних технологій позитивно впливає на рівень навчальних досягнень учнів, стимулює розвиток

самостійності, відповідальності та організаційних здібностей, а також формує вміння не тільки систематизувати, але й застосовувати знання у нових умовах.

Отже, проєктні технології у навчанні математики є доцільним і головне ефективним засобом систематизації набутих знань учнів, що забезпечує розвиток всіх концепцій математики в цілому, а також підвищує якість їх засвоєння і сприяє розвитку творчого та дослідницького потенціалу школярів.

Впровадження проєктної діяльності в освітній процес дев'ятикласників створює інтерактивне, практично орієнтоване та мотиваційно активне навчальне середовище, що відповідає сучасним вимогам шкільної освіти та спрямоване на підготовку всебічно розвиненої, компетентної і самостійної особистості, готової до подальшого навчання та активної життєвої діяльності.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бабій К., Бахтарова А. Нетрадиційний урок за проектною технологією. *Управління школою*. 2007. № 1. С. 22.
2. Булаш О. Формування психологічного клімату з використанням проектних технологій. О. Булаш, О. Фролова. *Управління школою*. 2007. № 34. С. 9–21.
3. Взаємодія учня і вчителя у площині проектної діяльності (Метод проектів у сучасній школі. Структура різних типів проектів: Матеріали роботи творчої групи педагогів Волинської області). *Школа*. 2006. № 5. С. 32–40.
4. Єрмаков І. Компетентністий потенціал проектної діяльності. *Школа*. 2006. № 5. С. 4–19.
5. Захарченко О. Метод проектів (теоретичні основи методу та практичні поради). *Завуч*. 2003. № 32. С. 15–18.
6. Іваноньків М. Б., Бойко А.Р. Методи проектів у процесі дистанційного навчання. *Сучасні цифрові технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи*: матеріали XIII Міжнародної наук.-практ. інтернет-конф., м. Тернопіль, 5 квітня, 2024 р. Тернопіль : ТНПУ ім. В. Гнатюка, 2024. С. 117–120.
7. Іваноньків М. Б., Гоменюк Г. В. Метод проектів як засіб підвищення мотивації вивчення математики. *Сучасні цифрові технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи*: матеріали XIV Міжнародної наук.-практ. інтернет-конф., м. Тернопіль, 7–8 листоп., 2024 р. Тернопіль : ТНПУ ім. В. Гнатюка, 2024. С. 111–114.
8. Іваноньків М. Б., Гоменюк Г. В. Проектна діяльність як інструмент поглибленого вивчення математики. *Сучасні цифрові технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи*: матеріали XV Міжнародної наук.-практ. інтернет-конф., м. Тернопіль, 10 квітня., 2025 р. Тернопіль : ТНПУ ім. В. Гнатюка, 2025. С. 51–54.

9. Ісаєва Г. М. Метод проектів – ефективна технологія навчання учнів сучасної школи. *Метод проектів: традиції, перспективи, життєві результати*. Київ : Департамент, 2003.
10. Кравцова Н. Г. Новаторська педагогічна діяльність Джона Дьюї у Чиказькому університеті (1894–1904 рр.). *Педагогічні науки*. 2017. Вип. 1 (76). С. 38–42.
11. Кримський С. Б. Проект і проектування в сучасній цивілізації. *Метод проектів: традиції, перспективи, життєві результати*: практико зорієнтований збірник, керівник авт. колективу С. М. Шевцова. Київ : Департамент, 2003. С. 6–15.
12. Лисенко С. Про проекти. *Відкритий урок*. 2003. № 17. С. 17–18.
13. Мартиновець С. Метод проектів як організаційна форма роботи. *Завуч*. 2008, №7. с.10-16.
14. Моторіна В. Г., Комір Н. В. Метод проектів як засіб активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів на уроках математики профільної школи: навч.-метод. посіб. Харків : ХНПУ, 2017. 97 с.
15. Проектні технології в освіті. м. Тростянець : Тростян. райдержадмін., Від. освіти, Район. метод. каб., 2010. Т. 8.
16. Сучасні цифрові технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи: матеріали XIII Міжнародної наук.-практ. інтернет-конф., м. Тернопіль, 5 квіт., 2024 р. Тернопіль : ТНПУ ім. В. Гнатюка, 2024. 260 с.
17. Теми проектних технологій. URL: <https://doslidnyky.com/node/629> (дата звернення: 10.11.2025).
18. Ящук С. М. Розвиток творчого потенціалу учнів у процесі проектно-технологічної діяльності. *Рідна школа*. 2004. № 4. С. 9–11.
19. Женжера Ю. Метод проектів як засіб розвитку дослідницької компетентності у процесі вивчення фізики. *Наукові записки Кіровоградського державного педагогічного університету ім. В. Винниченка. Проблеми*

методики фізико-математичної і технологічної освіти. 2015. Вип. 8, ч. 2. С. 99–103.

20. Claude AI. (Онлайн-інструмент для створення графічних матеріалів). URL: <https://claude.ai/new> (дата звернення: 1.11.2025).

21. Howell R. T. The Importance of the Project Method in Technology Education. *Journal of Industrial Teacher Education*. 2003. Vol. 40, no. 3.

22. Lyubchack N. Project technology: essence and the features of using projects in educational process. 2016. P. 5–34.

23. Markova T., Glazkova I., Zaborova E. Quality issues of online distance learning. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*. 2017. P. 685–691.

ДОДАТКИ

Додаток А

Проект з геометрії

на тему: «Розв'язування трикутників»

9 клас

Мета:

- формувати вміння і навички розв'язування трикутника за трьома його основними елементами ;
- повторити теореми синусів, косинусів та наслідки з них ;
- виробляти в учнів потребу в засвоєнні знань;
- розвивати пошукову, пізнавальну активність учнів , логічне мислення , вміння міркувати , аналізувати і робити висновки ;
- розвивати самостійність мислення, вчити об'єктивно оцінювати себе і коригувати свою діяльність та інших учнів в ході виконання проекту;
- формувати навички роботи в групі;
- формувати зацікавленість у результатах спільної роботи ;
- виховувати почуття взаємодопомоги , взаємо підтримки;
- виховувати наполегливість , впевненість у собі , любов та інтерес до математики.

Ключові питання:

1. Для чого ми вивчаємо тему “Розв'язування трикутників”?
2. Чи потрібні нам ці знання в повсякденному житті?

Проект готують учні 9 класу під час вивчення теми : «Розв'язування трикутників».

Даний проект складається з міні-дослідження:

- історичні відомості про теорему синусів і косинусів.
- типи задач на “розв'язування трикутників”.
- застосування “розв'язування трикутників” у геодезії.
- застосування “розв'язування трикутників” у навігації.
- застосування “розв'язування трикутників” в астрономії.

- застосування “розв'язування трикутників” у військовій справі.

У ході практичної діяльності учні повинні дослідити історію виникнення теорем синусів та косинусів, способи їх доведення і застосування для розв'язування задач. Працюючи над проектом, учні розширюють і поглиблюють свої знання з геометрії.

Робота над проектом займає 1 тиждень, без врахування попередньої підготовки вчителя, для самостійної роботи учнів над навчальним матеріалом.

Клас було поділено на групи, кожна з яких отримала завдання з міні-проектів.

1. **«Історики»** - історія виникнення теорем синусів та косинусів.
2. **«Теоретики»** - дослідити та узагальнити розв'язування трикутників. Результати представити у вигляді таблиці.
3. **«Дослідники»** - зібрати завдання у вирішенні яких застосовується теоретичний матеріал для розв'язання трикутників: у геодезії, навігації, астрономії, у військовій справі. Результат оформити у вигляді презентації.

План роботи над проектом:

- об'єднати учнів у групи за їхнім вибором;
- розподілити обов'язки;
- пошукова робота над інформацією, оформлення віднайдених матеріалів;
- пошук відповідей на очікувані питання, систематизація результатів, дослідження і його результати у вигляді презентації.



2.3. Вчений Аль-Берун

Першими представлять своє дослідження група «Історики».

Вчені з Індії, зводили розв'язування будь-яких трикутників саме до розв'язування прямокутних трикутників і при цьому не потребували теореми Мал. синусів і не знали її.

Вважають ,що теорему синусів вперше довів учитель Аль-Беруні, іранський математик Ібн-Ірак.

Доведення цієї теореми зустрічається і в працях Аль-Беруні . Теоремою синусів користувалися, починаючи з XVI століття і європейські математики.

Теорема косинусів відома ще стародавнім грекам. Вона була доведена, звичайно, геометрично ще в «Началах» Евкліда.



Без винятку для плоских трикутників теорему косинусів довів арабський астроном і математик Абу-л-Вафа (940-998). Незабаром доводить і використовує цю теорему знаменитий середньо-азійський учений-енциклопедист Аль-Беруні (973-1048).

В Європі теорему косинусів по-справжньому оцінив і словесно вона була вперше сформульована французьким математиком Франсуа Вієтом в XVI столітті.

Мал. 2.4. Франсуа Вієт

Сучасний вид теорема косинусів приймає в 1801 році у французького математика Лазар Карно: теорема косинусів і синусів взаємопов'язані . З кожної з них можна вивести іншу, використавши відповідні тригонометричні співвідношення.



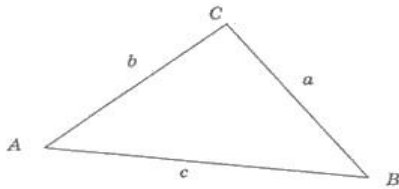
Мал. 2.5. Лазарно Карно

Ознайомившись з історичною даними ,дайте відповіді на такі запитання:

- у якому столітті видатним астрологом Аль-Беруні було доведенао теорему синусів?
- коли цією теоремою почали користуватися математики з Європи?
- в “Началах” Евкліда, яка теорема була доведена геометрично?
- ким саме та коли вона була сформульована словесно?
- Хто з вчених і в який час надав їй сучасного вигляду?

Після того як інші групи дадуть відповіді на запитання, до показу свого дослідження приступає група «Теоретики».

Теорема косинусів



Квадрат будь-якої сторони трикутника дорівнює сумі квадратів двох інших сторін мінус подвоєний добуток цих сторін і косинус кута між ними.

Рис. 2.6. Трикутник ABC

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

Знак «+» слід брати тоді, коли протилежний кут тупий, а знак «-», коли гострий.

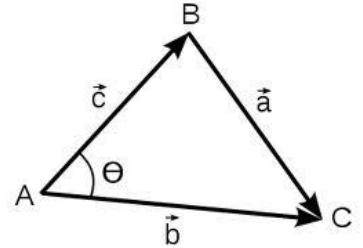


Рис. 2.7. Трикутник ABC
у векторній формі

Теорема синусів

Сторони трикутника пропорційні до синусів протилежних кутів.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C},$$

формула теореми синусів.

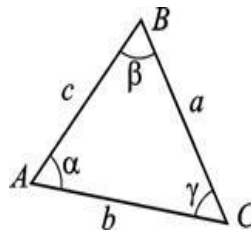


Рис. 2.8. Сторони трикутника та його протилежні кути

Розглянуті формули доцільно систематизувати, що реалізовано у вигляді таблиці класифікації задач на розв'язування трикутників за вихідними даними. У таблиці 2.4 наведено всі випадки розв'язування трикутників залежно від вихідних даних.

Таблиця 2.4.

Класифікація задач на розв'язування трикутників за вихідними даними та відповідні формульні залежності

	Тип задачі	Дано	Знайти	Алгоритм розв'язання
1	За стороною і прилеглими до неї кутами	$AB, \angle A, \angle B$	$AC, BC, \angle C$	$\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B$ $AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C}$ $BC = \frac{AB \cdot \sin A}{\sin C}$
2	За двома сторонами і кутом між ними	$AC, AB, \angle A$	$BC, \angle C, \angle B$	$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cos A}$ $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC}$ $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B$
3	За двома сторонами і кутом, протилежним одній з них	$AB, BC, \angle A$	$AC, \angle C, \angle B$	$\sin C = \frac{AB \cdot \sin A}{BC}$ $\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C$ $AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C}$
4	За трьома сторонами	AB, AC, BC	$\angle A, \angle B, \angle C$	$\cos A = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}$ $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC}$ $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B$

Ознайомившись з даною інформацією, дайте відповіді на запитання:

- що означає розв'язати трикутник?
- коли можна отримати два розв'язки?
- за якими трьома елементами не можна розв'язати трикутник?

Після того як інші учні дали відповіді, своє представлення проєкту розпочинає група «Дослідники».

Застосування в геодезії

Існують професії, тісно пов'язані з частим розв'язанням трикутників. У першу чергу це стосується геодезистів. Будь-яке велике будівництво починається саме з їхньої роботи — геодезисти першими прибувають на місце, щоб провести зйомку території, скласти план ділянки та оцінити рельєф. Після цього на основі їхніх даних у проєктних установах розробляють загальний план споруди. Далі геодезисти повертаються на місцевість, де знову виконують вимірювання кутів, розв'язують трикутники, закріплюють кілочки, «прив'язуючи» проєкт до реальних умов. А навіщо, власне, розв'язують трикутники? Це дозволяє визначати необхідні відстані без прямого їх вимірювання. Є й інші спеціалісти, які займаються подібними задачами, але в підземних умовах — у шахтах, тунелях, метро та інших гірничо-видобувних об'єктах. Це маркшейдери. Їм також доводиться часто розв'язувати трикутники для виконання своїх професійних завдань.



Мал. 2.6. Візуалізація застосування в геодезії

Приклади задач із застосуванням теми «Розв'язування трикутників» в геодезії.

Задача 1. Потрібно побудувати міст через річку із точки А в точку В. Інженер вияснив, що відстань від точки А до точки С довжиною від берега складає 100 м, а в трикутнику АВС кут А дорівнює $96,5^\circ$, а також кут В дорівнює $46,8^\circ$. Яким завдовжки буде міст?

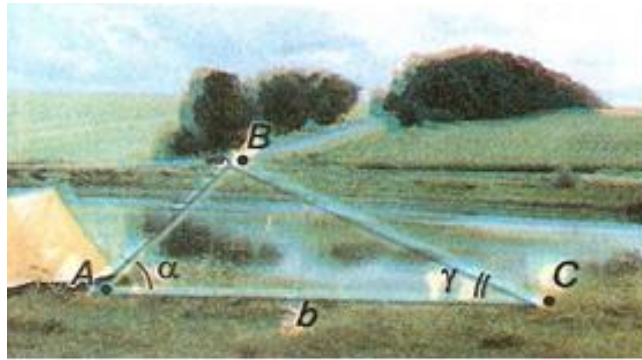


Рис.2.10. Трикутник ABC

Розв'язання:

$$\angle B = 180 - (\angle A + \angle C) = 180 - (96,5 + 46,8) = 36,7^\circ$$

За теоремою синусів,

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AB = \frac{AC \cdot \sin C}{\sin B} = \frac{100 \cdot 0.729}{0.5976} \approx 122 \text{ (м)}$$

Відповідь: ≈ 122 м

Задача 2. Із обох точок A і B, відстань між якими 50 м, вершина гори видніється під кутами 50° та 30° . Знайти висоту гори, тоді як зріст людини $h=1,64$ м.

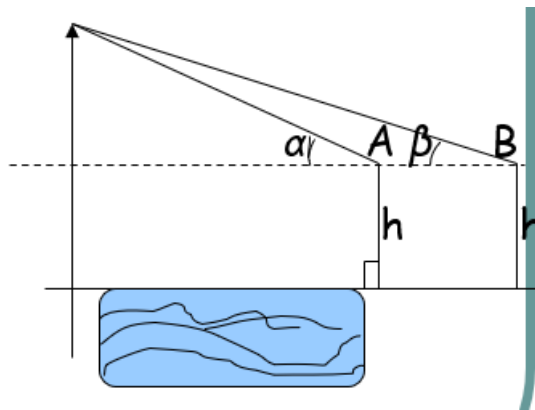


Рис. 2.11. Схема до задачі 2.

Розв'язання:Позначимо d — відстань від точки A до підніжжя гори.

Маємо рівняння:

$$\tan(50^\circ) = \frac{H - h}{d}$$

$$\tan(30^\circ) = \frac{H - h}{d + 50}$$

Прирівнюємо: $d \cdot \tan 50^\circ = (d + 50) \cdot \tan 30^\circ$.

Звідси

$$d = \frac{50 \cdot \tan 30^\circ}{\tan 50^\circ - \tan 30^\circ} \approx 46,98 \text{ м.}$$

Знайдемо висоту:

$$H = h + d \cdot \tan 50^\circ \approx 1,64 + 46,98 \cdot \tan 50^\circ \approx 57,63 \text{ м.}$$

Відповідь: висота гори $\approx 57,6$ м.

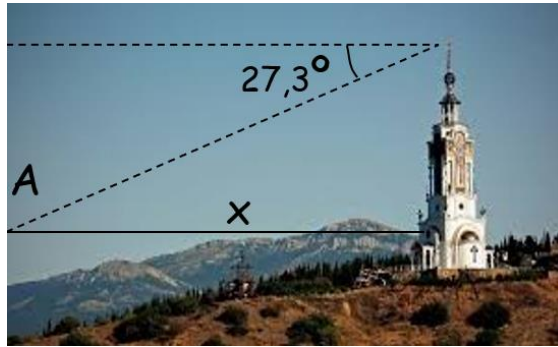
Застосування в навігації

Навігація вирішує питання визначення напрямку і пройденої відстані в морі; методи обчислення шляху і способи визначення місця судна в морі за береговими і плавучими орієнтирами за допомогою штурманських приладів ; питання керування і безаварійного проведення судна за особливих умов планування.

Морська астрономія допомагає визначити положення судна в океані за положенням небесних тіл. Картографія, яка використовує теорію проекцій, вирішує штурманські задачі аналітичними та графічними методами, враховуючи дію різних природних факторів, таких як вітер та течії. Усі ці науки ґрунтуються на чіткій математиці. Проте певні умови на морі, особливо складні, не завжди дають можливість штурману отримати потрібну інформацію з необхідною точною навіть за допомогою сучасних технічних засобів.

Уміння правильно планувати найефективніший шлях за даних умов, точно прибрати судно у порт призначення та визначити його положення в океані на будь-якій відстані залежить від кваліфікації штурмана.

Задача 3. Наглядач маяка , будучи на найвищому поверсі маяка, бачить човен , що потерпає лихо, а саме під кутом $27,3^\circ$. Висота самого маяка складає 100,2 км. На якій відстані від маяка знаходиться човен?



Мал. 2.7. Схема до задачі 3.

Розв'язання:

Нехай x — горизонтальна відстань від підніжжя маяка до човна. Тоді

$$\tan(27,3^\circ) = \frac{\text{висота}}{x} = \frac{100,2}{x}.$$

Звідси

$$x = \frac{100,2}{\tan(27,3^\circ)}.$$

Обчислення:

$$\tan(27,3^\circ) \approx 0.516138$$

$$x \approx 194.1339 \text{ (таких же одиниць, як висота).}$$

Відповідь: горизонтальна відстань ≈ 194.1339 .

Задача 4. Прибережні радіомаяки А і В розташовані з відстанню 10 км. Із судна С з допомогою радіолокаційної станції, яка знаходиться на ній, визначені відстані до цих маяків $CA=11$ км і $CB=9$ км. Знайдіть кути CAB і CBA пеленгів радіомаяків.

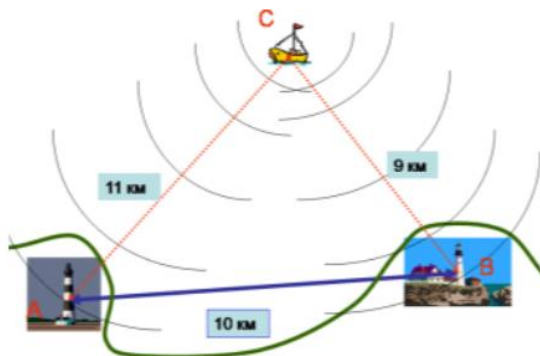


Рис. 2.12. Схема до задачі 4.

Розв'язання:

$$\cos A = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2 \cdot AC \cdot AB}; \cos A = \frac{11^2 + 10^2 - 9^2}{2 \cdot 11 \cdot 10}$$

$$\cos A \approx 0,6364; \angle A = 50^\circ 30'$$

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC}; \cos B = \frac{9^2 + 10^2 - 11^2}{2 \cdot 9 \cdot 10},$$

$$\cos B \approx 0,3333; \angle B \approx 70^\circ 30'.$$

Відповідь: $\angle CAB \approx 50^\circ 30'$; $\angle CBA \approx 70^\circ 30'$.

Застосування у військовій справі

Задача 5. Літак летів 20хв у напрямку 210° (а саме починаючи відлік за годинниковою стрілкою і від північної сторони) зі швидкістю 320 км/год. Потім він змінивши курс протягом 40 хв летів у напрямку 265° . На скільки він далеко від вихідної точки він опинився? Знехтувати швидкістю вітру – можна.

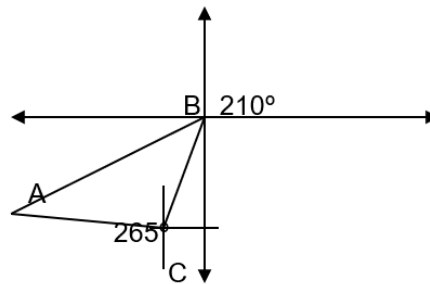


Рис. 2.13. Схема до задачі 5.

Розв'язання:

1. Переведемо час у години:

$$20 \text{ хв} = \frac{1}{3} \text{ год},$$

$$40 \text{ хв} = \frac{2}{3} \text{ год}.$$

Відстані:

$$d^1 = 320 \cdot \frac{1}{3} \approx 106.6667 \text{ км},$$

$$d_2 = 320 \cdot \frac{2}{3} \approx 213.3333 \text{ км}.$$

2. Розкладемо переміщення на координати (північ — вісь у, схід — вісь х):

$$x = d \cdot \sin(\beta), \quad y = d \cdot \cos(\beta), \text{ де } \beta — \text{ азимут.}$$

Перший етап (210°):

$$x^1 = d^1 \cdot \sin 210^\circ \approx -53.3333 \text{ км,}$$

$$y_1 = d_1 \cdot \cos 210^\circ \approx -92.3760 \text{ км.}$$

Другий етап (265°):

$$x_2 = d_2 \cdot \sin 265^\circ \approx -212.5215 \text{ км,}$$

$$y_2 = d_2 \cdot \cos 265^\circ \approx -18.5932 \text{ км.}$$

4. Загальне переміщення:

$$X = x^1 + x^2 \approx -265.8549 \text{ км,}$$

$$Y = y_1 + y_2 \approx -110.9693 \text{ км.}$$

4. Відстань від початкової точки:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} \approx 288.0850 \text{ км.}$$

Відповідь: літак віддалився від вихідної точки приблизно 288.1 км.

Після того, як група «Дослідники» показала приклади, проект наблизиться до завершення. У рамках проекту було виконано різноманітні практичні завдання. Під час роботи над ним ми помічали застосування отриманих знань для розв'язання реальних проблем. Сьогодні ми переконалися, що без математики неможлива ефективна діяльність людини.

Оцінювання роботи учнів та рефлексія.

(проводиться методом «Світлофор», про який детальні описано в проєкті з алгебри у пункті 2.1)