

**Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний педагогічний університет
імені Володимира Гнатюка**

**Фізико-математичний факультет
Кафедра математики та методики її навчання**

**Кваліфікаційна робота
ВИКОРИСТАННЯ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ ТА ШТУЧНОГО
ІНТЕЛЕКТУ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ГЕОМЕТРІЇ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ**

Спеціальність 014 Середня освіта (Математика)

Освітня програма «Математика, фізика»

Здобувача вищої освіти освітньо-
кваліфікаційного рівня «магістр»
Будник Оксани-Адріани Андріївни

НАУКОВИЙ КЕРІВНИК:
доктор філософії зі спеціальності
«Математика»
Біланик Ірина Богданівна

РЕЦЕНЗЕНТ:
кандидат педагогічних наук, доцент
кафедри математики та методики її
навчання Рівненського державного
гуманітарного університету
Сяська Наталія Андріївна

Тернопіль – 2025

АНОТАЦІЯ

Будник О.-А.А. Використання цифрових технологій та штучного інтелекту у процесі вивчення геометрії основної школи. Кваліфікаційна робота на здобуття освітнього ступеня «магістр» зі спеціальності 014 Середня освіта. ТНПУ ім. В. Гнатюка. Тернопіль, 2025. 61 с.

У роботі досліджено застосування цифрових технологій і засобів штучного інтелекту у вивченні геометрії в закладах загальної середньої освіти. Проаналізовано педагогічні передумови цифровізації математичної освіти та можливості таких інструментів, як GeoGebra, Desmos, Photomath, Chat Gpt, AR/VR-застосунки та адаптивні системи навчання. На основі цих ресурсів розроблено методику викладання окремих тем шкільного курсу геометрії, яку апробовано. Результати дослідження засвідчили зростання рівня засвоєння навчального матеріалу, мотивації учнів та ефективності формувального оцінювання. Сформульовано практичні рекомендації для вчителів щодо інтеграції цифрових інструментів і ШІ у викладання геометрії.

Ключові слова: цифрові технології, штучний інтелект, геометрія, адаптивне навчання, AR/VR, GeoGebra.

ABSTRACT

Budnyk O.-A. The Use of Digital Technologies and Artificial Intelligence in the Process of Learning Geometry in Basic Secondary School. Master's thesis for the MA degree in the specialty 014 Secondary education. Ternopil Volodymyr Hnatiuk National Pedagogical University. Ternopil, 2025. 61 p.

The thesis examines the use of digital technologies and artificial intelligence tools in school geometry teaching. It outlines the pedagogical background of digitalization in mathematics education and analyzes the capabilities of GeoGebra, Desmos, Photomath, Chat Gpt, AR/VR applications, and adaptive learning systems. A methodology for teaching selected geometry topics with these tools was developed and tested in a pedagogical experiment. The results demonstrated improved learning outcomes, higher student motivation, and more effective formative assessment. Practical recommendations for teachers on integrating digital tools and AI into geometry instruction are provided.

Key words: digital technologies, artificial intelligence, geometry, adaptive learning, AR/VR, GeoGebra.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ВИКОРИСТАННЯ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ ТА ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ У НАВЧАННІ ГЕОМЕТРІЇ.....	7
1.1. ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ ЗАСТОСУВАННЯ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ	7
1.2. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ В ОСВІТНЬОМУ ПРОЦЕСІ	9
1.3. ОГЛЯД ЦИФРОВИХ ПЛАТФОРМ, СЕРВІСІВ ТА ШІ-ІНСТРУМЕНТІВ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ГЕОМЕТРІЇ.....	13
1.4. ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ГЕОМЕТРІЇ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ	17
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ І ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ ПРИ ВИВЧЕННІ ГЕОМЕТРІЇ	22
2.1. РОЗРОБКА МЕТОДИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ЦИФРОВИХ РЕСУРСІВ.....	22
2.2. ІНТЕГРАЦІЯ ШІ-СЕРВІСІВ У ПРОЦЕС ВИКЛАДАННЯ	31
2.3. ФОРМУВАЛЬНЕ ОЦІНЮВАННЯ І АДАПТИВНЕ НАВЧАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ШІ	41
2.4. ЕФЕКТИВНІСТЬ ВИКОРИСТАННЯ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОЛОГІЙ І ШІ У ВИВЧЕННІ ГЕОМЕТРІЇ	46
ВИСНОВКИ	53
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	56

ВСТУП

Сучасний етап розвитку освіти характеризується активною цифровізацією та інтеграцією інноваційних технологій у навчальний процес. Школа вже давно перестала бути єдиним джерелом знань, адже учні мають можливість взаємодіяти з великою кількістю електронних ресурсів, мобільних додатків, освітніх платформ та інтелектуальних сервісів. Особливо актуальною така трансформація є у вивченні математики, а зокрема геометрії, яка вимагає від учнів розвиненого просторового мислення, абстрактного уявлення та здатності оперувати складними візуальними образами. Саме цифрові технології та штучний інтелект створюють нові умови для того, щоб навчання геометрії стало більш інтерактивним, наочним і персоналізованим.

Актуальність дослідження зумовлена кількома чинниками. По-перше, геометрія традиційно вважається складним розділом математики, який викликає труднощі у значної частини учнів. Дистанційне та змішане навчання, викликане пандемією та воєнними обставинами, лише загостило цю проблему, адже потреба в якісних цифрових засобах навчання зросла в рази. По-друге, стрімкий розвиток технологій штучного інтелекту відкрив можливості для адаптивного навчання, коли освітня траєкторія підлаштовується під індивідуальні потреби та темп кожного учня. По-третє, державні освітні стандарти й модельні навчальні програми з математики орієнтують педагогів на використання ІКТ, що вимагає методичних напрацювань і наукових обґрунтувань.

Проблемі застосування цифрових технологій та інноваційних підходів у викладанні математики присвячено праці багатьох учених і практиків. Значний внесок у розвиток методики зробили О. Семеніхіна, М. Жалдак, Л. Гриб'юк, які розглядали питання використання комп'ютерно-орієнтованих систем і програмного забезпечення для навчання предметів математичного циклу. Дослідження можливостей середовища GeoGebra представлено у працях О. Заїки, О. Семеніхіної, І. Зіновєєва та ін., які акцентують на інтерактивності та візуалізації геометричного матеріалу. Технології доповненої та віртуальної реальності у викладанні геометрії вивчали В. Волошена, Т. Герасименко,

В. Тимчина, підкреслюючи їхній вплив на формування просторового мислення. Використання штучного інтелекту в освіті аналізували Л. Гриб'юк, О. Гриценчук, І. Ленчук, які акцентували на можливостях ШІ у дослідницькому навчанні, адаптивному оцінюванні та розвитку критичного мислення учнів. Серед закордонних авторів варто відзначити R. Nkambo, J. Vassileva, B. Penprase, J. Van Brummelen, які у своїх роботах розкривали потенціал інтелектуальних навчальних систем і освітніх чат-ботів. Попри велику кількість досліджень, питання поєднання цифрових технологій та інструментів штучного інтелекту саме у викладанні шкільного курсу геометрії ще недостатньо розроблене й потребує нових підходів.

Метою дослідження є теоретичне обґрунтування та практична розробка методики використання цифрових технологій і штучного інтелекту при вивченні геометрії у закладах загальної середньої освіти.

Для досягнення мети поставлено такі **завдання**:

- проаналізувати педагогічні та теоретичні основи застосування цифрових технологій у навчанні математики;
- дослідити можливості використання інструментів штучного інтелекту в освітньому процесі; здійснити огляд сучасних платформ і сервісів, придатних для викладання геометрії;
- розробити й апробувати методичні матеріали із використанням цифрових ресурсів і ШІ-сервісів;
- організувати педагогічний експеримент та оцінити ефективність запропонованої методики.

Об'єктом дослідження виступає процес навчання геометрії в закладах загальної середньої освіти.

Предметом дослідження є цифрові технології та інструменти штучного інтелекту як засоби підвищення ефективності викладання геометрії.

Методологічну основу роботи становлять принципи системного та діяльнісного підходів, ідеї компетентнісного навчання та STEM-освіти. Для досягнення поставлених завдань застосовувалися такі методи дослідження:

аналіз наукової та методичної літератури, вивчення й узагальнення педагогічного досвіду, педагогічне моделювання, спостереження, тестування, опитування, проведення педагогічного експерименту та статистична обробка результатів.

Наукова новизна роботи полягає в обґрунтуванні можливостей інтеграції технологій штучного інтелекту у процес вивчення геометрії, розробці методики використання цифрових інструментів у поєднанні з інтелектуальними сервісами для формування просторового мислення та підвищення навчальної мотивації учнів.

Практична цінність дослідження полягає у створенні комплексу методичних матеріалів для вчителів математики, які можуть бути використані під час вивчення окремих тем курсу геометрії, а також у розробці рекомендацій щодо впровадження ІІІ-сервісів для організації адаптивного та персоналізованого навчання. Отримані результати можуть бути корисними для педагогів, методистів, а також для студентів педагогічних університетів у процесі професійної підготовки.

Структура роботи зумовлена логікою дослідження і складається зі вступу, двох розділів, висновків та списку використаних джерел. У першому розділі подано теоретичні засади використання цифрових технологій та ІІІ у навчанні геометрії. Другий розділ присвячено методиці застосування цих технологій та опису розроблених матеріалів, також наведено результати педагогічного експерименту, здійснено їх кількісний та якісний аналіз і запропоновано практичні рекомендації для вчителів.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ВИКОРИСТАННЯ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ ТА ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ У НАВЧАННІ ГЕОМЕТРІЇ

1.1. Педагогічні основи застосування цифрових технологій у навчанні математики

Математика посідає провідне місце у шкільній освіті, оскільки забезпечує формування логічного мислення, аналітичних умінь та здатності працювати з абстракціями. Особливо важливою є роль геометрії, яка розвиває просторову уяву та вміння взаємопов'язувати візуальні образи з формальною математичною мовою. Саме тому педагоги наголошують, що вивчення геометрії нерозривно пов'язане з розвитком просторового мислення та здатністю застосовувати знання у практичних ситуаціях [4, с.180].

Сучасні освітні умови висувають нові вимоги до викладання математики. Стрімка цифровізація суспільства, поширення дистанційного та змішаного навчання, а також зростання впливу цифрових ресурсів на навчальну діяльність зумовлюють потребу в оновленні педагогічних підходів. Учні, які зростають у цифровому середовищі, очікують інтерактивності, наочності та швидкого зворотного зв'язку, тому використання лише традиційних форм навчання дедалі менше відповідає їхнім запитам [19].

Цифрові інструменти створюють нові можливості для реалізації принципу наочності, що є ключовим у вивченні геометрії. Програми на кшталт GeoGebra дають змогу в реальному часі виконувати побудови, трансформувати фігури, змінювати параметри та досліджувати властивості об'єктів, перетворюючи урок на дослідницький процес [1, с.241]. Такий підхід відповідає діяльнісній парадигмі навчання, де знання формуються через активну взаємодію учнів із навчальним середовищем.

Важливою перевагою цифрових засобів є їх здатність забезпечувати персоналізацію навчання. У класах, де учні мають різний рівень математичної підготовки та різні темпи роботи, використання інтерактивних платформ допомагає вчителю адаптувати завдання до можливостей кожного школяра та забезпечити оперативний зворотний зв'язок [13].

Суттєвий мотиваційний потенціал мають технології доповненої та віртуальної реальності. Вони дозволяють учням працювати з об'ємними моделями, спостерігати за рухом об'єктів і відтворювати складні просторові конструкції, що значно підвищує інтерес до навчання й активізує пізнавальну діяльність [2, с.86]. Такі інструменти допомагають долати абстрактність геометрії та роблять її зміст ближчим до учнівського досвіду.

У педагогічній теорії цифрові технології виконують низку важливих функцій:

- наочність – забезпечення динамічних візуалізацій;
- інтерактивність – залучення учнів до активних дій з моделями;
- персоналізація – адаптація завдань під індивідуальний рівень;
- мотивація – залучення гейміфікації, AR/VR;
- дослідницький підхід – можливість аналізувати, перевіряти, моделювати.

Поряд із перевагами цифровізації існують і труднощі. Найпоширенішою є недостатній рівень цифрової компетентності вчителів, що призводить до поверхневого використання технологій та зниження їхньої педагогічної ефективності. Як зазначає І. Закидальська, цифрові інструменти справді сприяють розвитку критичного мислення лише за умови правильного методичного застосування [13, с.74]. Крім того, технічні обмеження (наявність комп'ютерів, інтернету, сучасного ПЗ) також впливають на можливості школи у впровадженні цифрових засобів.

Важливим викликом залишається ризик формального використання технологій, коли цифрові засоби слугують лише видовищним доповненням, але не підсилюють навчальний результат. Як зауважує Л. Герасименко, без методичного обґрунтування навіть найсучасніші цифрові моделі залишаються лише демонстраційним матеріалом [5, с.48].

Отже, цифрові технології створюють широкі можливості для підвищення ефективності навчання геометрії, однак результат залежить від професійної готовності вчителя, технічного забезпечення школи та продуманої педагогічної інтеграції. У поєднанні з класичними методами цифрові засоби стають дієвим

інструментом розвитку просторового мислення й формування математичної компетентності.

1.2. Теоретичні основи використання штучного інтелекту в освітньому процесі

Штучний інтелект у сучасній освіті розглядається як технологія, що розширює можливості вчителя й підтримує індивідуальний розвиток учня. Сучасні системи ШІ здатні аналізувати навчальні дії, прогнозувати прогалини у знаннях та пропонувати персоналізовані стратегії навчання. На відміну від перших експертних систем ХХ століття, які працювали за фіксованими правилами, сьогодні в освіті активно застосовують генеративні моделі, чат-боти та інтелектуальні сервіси, що можуть вести діалог, створювати навчальні матеріали та візуалізувати математичний зміст [7, с.119].

Історично використання ШІ в освіті розвивалося від інтелектуальних навчальних систем (ITS), покликаних моделювати роботу персонального наставника, до сучасних адаптивних платформ. ITS ще на початку ХХІ століття вміли відстежувати прогрес учня й пропонувати індивідуальні завдання [47]. Моделі, запропоновані R. Nkambou, P. Azevedo та J. Vassileva, поєднували когнітивні стратегії учня з алгоритмами навчальної програми, створюючи «діалог навчання» між користувачем та системою [37, с.6].

Сучасні дослідження підтверджують, що застосування інтелектуальних сервісів підвищує мотивацію школярів до вивчення математики та полегшує індивідуалізацію навчання. О. Гриб'юк наголошує, що «цифровий наставник» забезпечує оперативний зворотний зв'язок і допомагає учням працювати у власному темпі, знижуючи рівень фрустрації [7, с.122]. Такі системи не лише фіксують рівень знань, а й формують прогностичні моделі подальшого розвитку учня, що є важливим для тем геометрії, які засвоюються нерівномірно.

Теоретичні засади впровадження ШІ поєднують технологічні аспекти (алгоритми машинного навчання, моделі генерації контенту) та психолого-педагогічні підходи (персоналізація, адаптивність, розвивальне навчання). Як зазначають дослідники, ефективність таких систем залежить від балансу між

технологічною підтримкою та педагогічним керуванням, адже системи ІІІ не замінюють учителя, а доповнюють його діяльність [10, с.157].

Одним із найперспективніших напрямів є інтелектуальні репетитори. Такі системи аналізують відповіді учня, пропонують завдання відповідного рівня складності та формують персональні траєкторії навчання. У процесі вивчення геометрії це особливо важливо, адже окремі теми – побудови, перетини фігур, властивості многогранників – потребують поступового ускладнення й постійного зворотного зв'язку [7, с.118].

Значний потенціал мають адаптивні системи навчання, здатні змінювати темп і спосіб подачі матеріалу залежно від результатів учня. Алгоритми аналізують проміжні відповіді, коригують кількість тренувальних завдань, добирають типи пояснень та формати візуалізацій. Це дає можливість враховувати когнітивні особливості школярів, що є важливим у навчанні стереометрії та інших просторових тем, де учні нерідко демонструють різний рівень розвитку просторової уяви [6, с.2].

Системи автоматизованого оцінювання знань, побудовані на базі ІІІ, дозволяють не лише перевіряти правильність розв'язання, а й визначати типові помилки та причини їх виникнення. Це робить оцінювання формувальним: учень отримує поетапний аналіз роботи, що сприяє розвитку самоконтролю та корекції власних дій. Як зазначають дослідники, такий підхід підвищує об'єктивність оцінювання та зменшує навантаження на вчителя [38, с.34].

Важливим напрямом є використання чат-ботів і цифрових асистентів, що виконують роль консультантів і навігаторів. Вони можуть відповідати на запитання, пояснювати окремі кроки розв'язання, нагадувати про дедлайни чи пропонувати тренувальні вправи. Учні сприймають таку взаємодію як елемент сучасного цифрового середовища, що підвищує їхню активність [10, с.156].

Зростає популярність аналітики освітніх даних, що основана на обробці великих масивів результатів. Такі системи дозволяють учителю прогнозувати складні теми та вчасно виявляти учнів, яким необхідна додаткова підтримка [46, с.1127].

Особливу цінність ІІІ має саме у вивченні геометрії. Алгоритми можуть аналізувати типові помилки учнів – наприклад, помилкові побудови, неправильне визначення взаємного розміщення фігур, хибне використання теорем – і пропонувати персоналізовані підказки. Як показує Т.Года, застосування інтелектуальних систем дозволяє вчителю наперед передбачити проблемні моменти й підготувати відповідні дидактичні матеріали [6, с.15].

Крім того, ІІІ здатний формувати рекомендації щодо подальшого навчання: пропонувати додаткові вправи з теми «Властивості паралельних прямих», візуалізації для теми «Січні площини у многогранниках», або 3D-моделі для опрацювання об'ємних фігур. Як зазначає О. Гриценчук, такі системи забезпечують індивідуальні навчальні траєкторії, що компенсують прогалини та стимулюють самостійність учня [10, с.158].

Важливо також відзначити потенціал генеративних моделей, які здатні створювати динамічні візуалізації та пояснення, недоступні традиційним підручникам. Якщо раніше учень працював зі статичними рисунками, то сучасні алгоритми генерують інтерактивні тривимірні об'єкти, що легко обертаються, масштабуються й досліджуються у різних ракурсах. Це суттєво полегшує опанування складних тем шкільної геометрії, зокрема стереометрії та аналітичної геометрії. Як зазначають М. Андрощук і А. Жук, поєднання динамічних середовищ на зразок GeoGebra з інтелектуальними інструментами значно підвищує рівень просторової уяви та сприяє глибшому засвоєнню теоретичних понять [1, с.241].

Таким чином, штучний інтелект не лише доповнює традиційні засоби навчання, а й створює новий тип освітнього середовища, де учень взаємодіє з матеріалом активно, а процес навчання стає більш творчим і дослідницьким. Дидактичні можливості ІІІ у геометрії полягають у персоналізованому підборі завдань, аналізі типових помилок, формуванні індивідуальних рекомендацій і використанні генеративних моделей для наочної демонстрації абстрактних понять.

Однак розвиток штучного інтелекту ставить перед педагогами й низку важливих етичних і методичних питань. З одного боку, такі технології розширюють можливості освітнього процесу: підтримують індивідуальні траєкторії навчання, забезпечують формувальне оцінювання, допомагають учням опрацьовувати помилки. З іншого боку, існує ризик надмірного покладання на алгоритми, що може послабити значення безпосередньої педагогічної взаємодії. Саме вчитель залишається носієм педагогічного такту, емоційної чутливості та моральних орієнтирів, тож важливим є дотримання балансу між технологічними і традиційними методами.

Необхідно також враховувати, що алгоритми базуються на даних, які можуть містити упередження. Це створює загрозу неправильної інтерпретації відповідей учнів та формування нерівних умов навчання. Як підкреслює О. Гриб'юк, учитель має не лише користуватися інтелектуальними сервісами, але й критично оцінювати їхні результати, аби уникнути підміни педагогічного аналізу машинним висновком [7, с.119]. ШІ повинен виконувати допоміжну функцію, посилюючи професійну компетентність педагога.

Окрему увагу привертає проблема академічної доброчесності. Генеративні моделі та сервіси автоматичного розв'язування задач можуть спонукати учнів до пасивного отримання готових відповідей. Це формує хибне уявлення про навчальну діяльність і послаблює навички самостійного мислення. Т. Года наголошує, що важливо створювати завдання, які вимагають рефлексії, пошуку різних способів розв'язання та аналізу, а не простого копіювання [6, с.3].

Методичні аспекти використання ШІ передбачають відповідність віковим та психолого-педагогічним особливостям учнів. І. Ленчук і О. Мосіюк підкреслюють, що інтелектуальні сервіси здатні сприяти розвитку критичного мислення старшокласників лише за умови продуманої організації освітнього середовища та педагогічного супроводу [21, с.23]. Інструменти ШІ повинні допомагати учням аналізувати, порівнювати та робити висновки, а не замінювати процес осмислення.

Отже, етичні та методичні аспекти використання штучного інтелекту взаємопов'язані. Вони охоплюють ризики упередженості алгоритмів, можливість зниження ролі вчителя, загрози порушення академічної доброчесності та потребу у формуванні відповідальної цифрової культури. Лише за умови критичного, педагогічно виваженого використання технологій штучний інтелект стане партнером у навчальному процесі, забезпечуючи гармонійне поєднання гуманістичних цінностей і технологічного прогресу.

1.3. Огляд цифрових платформ, сервісів та ШІ-інструментів для вивчення геометрії

У сучасній шкільній практиці викладання геометрії важливе місце посідають цифрові інструменти, що поєднують наочність, інтерактивність і доступність навчального матеріалу. Одним із найбільш поширених програмних засобів є середовище GeoGebra, яке містить модулі для планіметрії, стереометрії, алгебри та аналізу. Його універсальність дозволяє вчителю демонструвати побудову геометричних фігур, моделювати рух точок, працювати з перетинами площин і будувати тривимірні об'єкти. GeoGebra також підтримує створення авторських інтерактивних симуляцій, які учні можуть використовувати під час самостійної роботи вдома або на уроці. Дослідницька складова, притаманна цьому середовищу, сприяє розвитку просторового мислення та формуванню вміння перевіряти гіпотези. У працях М. Андрощука та А. Жука доведено ефективність GeoGebra під час опанування стереометрії у старших класах, де динамічні моделі полегшують засвоєння теорем і покращують успішність під час розв'язання практичних задач [1, с.241]. Аналогічні висновки наводять І. Зіновєєв та Н. Манько, підкреслюючи значення інтерактивних візуалізацій у підготовці учнів до ЗНО/НМТ [14, с.56].

Поряд із GeoGebra у шкільній практиці широко використовують платформу Desmos, ефективну для роботи з графіками та функціональними залежностями. Хоча вона менше орієнтована на геометричні конструкції, її інтуїтивний інтерфейс, можливість створення уроків у Desmos Classroom та робота в режимі «живої дошки» роблять її чудовим інструментом на уроках

геометрії у темах, пов'язаних із координатними перетвореннями чи аналітичною геометрією. Менш поширені у вітчизняній школі програми Cabri Geometry та Cinderella, однак вони надають потужний інструментарій для моделювання складних побудов. Через обмежену україномовну підтримку вони поки що не стали масовими, проте їх методичний потенціал залишається високим.

Окремий напрям цифрових технологій становлять ресурси доповненої реальності (AR). Такі інструменти допомагають учням «побачити» геометричні моделі в реальному просторі, що надзвичайно актуально для тем «Многогранники», «Перерізи куба і призми», «Правильні піраміди». Мобільні додатки Augment, AR Geometry та аналоги дозволяють проєктувати тривимірні фігури на екран смартфона чи планшета та взаємодіяти з ними, змінюючи положення, кут огляду та масштаб. За висновками Б. Беседіна та Є. Одінцової, AR сприяє підвищенню мотивації школярів і робить навчальні заняття більш інтерактивними та захопливими [2, с.85]. В. Волошена також відзначає ефективність AR у розвитку просторового мислення учнів середньої та старшої школи [4, с.180].

Ще ширші можливості відкриває віртуальна реальність (VR). На відміну від AR, VR створює повністю цифрове середовище, у якому учень може «зайти всередину» геометричної фігури чи взаємодіяти з моделями у форматі тривимірної симуляції. Такі інструменти особливо корисні при вивченні властивостей многогранників, елементів просторових побудов, перетинів поверхонь та геометричних тіл обертання. Як наголошує В. Кузнєцов, VR стимулює розвиток уяви та дозволяє учням експериментувати з моделями в режимі повного занурення [18, с.70]. Для прикладу, під час вивчення теми «Перетини призми» учень може змінювати положення площини, бачити, як утворюється фігура перерізу, і аналізувати її властивості у форматі візуального дослідження.

Цифрові середовища AR та VR у поєднанні з інтерактивними платформами створюють нову модель викладання геометрії, де учні не лише сприймають інформацію, а й моделюють, перевіряють, порівнюють і самостійно роблять

висновки. У перспективі це може суттєво підвищити рівень сформованості просторового мислення та математичної компетентності.

Цифрові платформи відіграють важливу роль і в організації навчання. Хоча Google Classroom чи Microsoft Teams не є спеціалізованими інструментами для геометрії, вони забезпечують цілісне освітнє середовище для роботи з матеріалами, онлайн-уроками, тестами та зворотним зв'язком. Натомість платформи, орієнтовані на інтерактивність, такі як ClassFlow чи Mozaik Education, дозволяють учням працювати з віртуальними об'єктами, будувати моделі, створювати власні схеми та розв'язувати задачі у візуалізованому середовищі. Як зазначають дослідники, подібні інструменти підсилюють розуміння складних понять просторової геометрії та підвищують якість навчального процесу [2, с.85].

В останні роки важливе місце у шкільній математиці займають інструменти, побудовані на базі штучного інтелекту. Генеративні системи ChatGPT, Copilot, а також дослідницькі інструменти типу Elicit здатні адаптувати пояснення до рівня підготовки учня, створювати задачі різних рівнів складності, переформульовувати запитання чи демонструвати логіку розв'язання. Спеціалізовані сервіси Photomath та Wolfram Alpha дають можливість покроково аналізувати задачі та отримувати пояснення не лише алгебраїчних, а й геометричних рішень. За даними О. Гриб'юка, такі сервіси сприяють самоконтролю учнів і можуть виконувати функцію «цифрового наставника» [7, с.120]. Значний потенціал мають адаптивні освітні системи ALEKS і Knewton, які аналізують прогрес учня та добирають завдання відповідної складності. В. Гриб'юк наголошує, що саме індивідуалізація, яку забезпечують інтелектуальні платформи, підвищує мотивацію школярів і сприяє їхнім навчальним досягненням [8, с.95].

У практиці навчання важливо враховувати можливість інтеграції різних ресурсів у єдину освітню екосистему. Наприклад, учитель може організувати урок у Google Classroom, додати туди інтерактивні моделі з GeoGebra, застосувати Mozaik Education для демонстрації тривимірного тіла, а для

самоперевірки запропонувати учням Photomath. Такий комплексний підхід ілюструє сучасну модель навчання, де кожен інструмент виконує власну функцію й підсилює інші засоби. Як зазначає М. Андрощук, інтерактивні середовища сприяють формуванню просторового мислення та розвитку дослідницького стилю навчальної діяльності [1, с.240].

Однак використання цифрових платформ і ІІІ-інструментів має супроводжуватися критичним і методично зваженим підходом. Серед переваг варто відзначити наочність, швидку перевірку результатів, можливість індивідуалізації та доступність різних способів розв'язання задач. Водночас існують і ризики: зниження самостійності учнів, некритичне використання автоматичних розв'язувачів, а також потенційні технічні обмеження. Як підкреслює В. Волошена, ефективність нових інструментів у геометрії залежить не лише від їх функціональності, а й від здатності вчителя інтегрувати їх у методику викладання [4, с.180].

Отже, цифрові платформи, інтерактивні середовища та ІІІ-інструменти формують багаторівневу екосистему для вивчення геометрії. Вони не замінюють традиційні методи, а доповнюють їх, роблячи навчання дослідницьким, динамічним і персоналізованим. Саме така модель дозволяє забезпечити глибоке розуміння геометричного матеріалу й розвиток просторового мислення – ключової компетентності сучасного школяра.

1.4. Особливості вивчення геометрії в шкільному курсі математики

Геометрія посідає особливе місце в системі математичної освіти, адже вона формує знання про просторові відношення, властивості фігур та закономірності їхніх перетворень, а також розвиває логічне мислення, вміння робити висновки й доводити твердження. На відміну від арифметики чи алгебри, де акцент робиться на обчисленнях і символічних перетвореннях, геометрія ґрунтується на візуально-образному мисленні, що потребує від учня високого рівня абстракції. Тому її роль виходить далеко за межі навчальної – вона виконує важливу виховну функцію, формуючи уважність, послідовність, здатність мислити доказово та працювати з логічними структурами.

Водночас вивчення геометрії нерідко ускладнюється цілою низкою факторів. Учні стикаються з труднощами вже на початковому етапі, коли знайомляться з абстрактними поняттями: точка, пряма, промінь, площина не мають реальних аналогів, що ускладнює побудову внутрішніх образів. Значним бар'єром стає і перехід від наочного уявлення до строгої логічної побудови: аксіом, теорем, доведень. Для більшості школярів саме усвідомлення того, що будь-яке твердження має бути логічно обґрунтованим, а не спиратися на малюнок чи інтуїцію, є складним. Як зазначає В. Волошена, важливим завданням учителя є поєднання уявних образів із математичною мовою, що допомагає зменшити розрив між візуальним і логічним рівнями мислення [4, с.180].

Особливо відчутними стають труднощі під час вивчення стереометрії у 10–11 класах. Учнім необхідно одночасно працювати з тривимірними уявленнями та відображати їх у двовимірних зображеннях у зошиті чи підручнику. Як зазначають М. Андрощук та А. Жук, значні труднощі виникають навіть у школярів, які мають високі результати з алгебри, але недостатньо розвинене просторове мислення [1, с.241]. Це свідчить про потребу у додаткових методичних засобах, які дозволяють досліджувати просторові об'єкти у динаміці.

Психологічний аспект також відіграє помітну роль. Геометрія поєднує інтуїтивне та аналітичне мислення, що часто викликає у школярів внутрішній

конфлікт. Уявне «бачення» фігури не завжди збігається з її строгим математичним описом, що спричиняє хибні висновки. Л. Герасименко наголошує на необхідності застосування візуалізацій та комп'ютерних моделей, які дозволяють будувати зв'язок між образним мисленням і формально-логічним міркуванням [5, с.47].

Важливим викликом у вивченні геометрії є засвоєння доведень. Багатьом учням складно не лише виконувати окремі логічні кроки, але й бачити загальну структуру доведення: визначення ключових елементів, обґрунтування вибору методу, аналіз проміжних тверджень. І. Закидальська зауважує, що вміння будувати ланцюг міркувань формується поступово та потребує спеціальної методичної підтримки [13, с.45].

Такі труднощі відчутно впливають на вивчення ключових тем шкільного курсу геометрії. Серед найскладніших для учнів традиційно є:

- «Трикутники та їхні властивості» – проблеми з побудовами та доведенням рівності трикутників;
- «Чотирикутники» – труднощі при роботі з паралелограмами, трапеціями, властивостями діагоналей;
- «Коло і круг» – складність у розумінні вписаних і центральних кутів;
- «Перетворення фігур» – уявлення трансляцій, поворотів, симетрії в динаміці;
- «Стереометрія» – побудови перерізів, взаємне розміщення площин і прямих, робота з об'ємними моделями.

Особливості вивчення геометрії зумовлені одночасною потребою у візуалізації, абстракції та доказовості, що створює комплексний когнітивний виклик. Проте саме завдяки цим викликам геометрія стає унікальним предметом, який формує інтелектуальну культуру учня, просторове мислення та універсальні навички аналізу.

Традиційні методи, що склалися десятиліттями, сьогодні вже не повністю відповідають потребам учнів. Фронтальні пояснення, робота з підручником та статичними малюнками забезпечують відтворення знань, але не завжди

сприяють глибокому розумінню процесів та взаємозв'язків. Учні часто сприймають теореми абстрактно, не бачачи їхнього практичного значення, що знижує інтерес до предмета. Статичні зображення не дозволяють учням прослідкувати, як фігура змінюється під час трансформацій або побудов, що особливо важливо при вивченні тем «Геометричні перетворення», «Січні площини у многогранниках», «Перерізи тіл».

В умовах цифровізації виникає потреба модернізації методики навчання геометрії. Цифрові інструменти роблять процес навчання більш наочним і інтерактивним. Наприклад, середовище GeoGebra дозволяє учням самостійно досліджувати властивості об'єктів, бачити рухомі моделі та експериментувати з параметрами фігур, що сприяє розвитку дослідницької діяльності [1, с.241]. Такі інструменти дозволяють перейти від репродуктивних завдань до активного конструювання математичних об'єктів.

Не менш важливим напрямом є використання технологій штучного інтелекту. Інтелектуальні системи аналізують прогрес учня та добирають завдання відповідно до його рівня підготовки, що забезпечує персоналізацію навчання [7, с.119]. ШІ може виступати навчальним асистентом: пояснювати складні теми, пропонувати додаткові приклади, генерувати візуалізації, автоматично перевіряти відповіді. Це значно підсилює навчальний потенціал уроку без перевантаження вчителя.

Отже, поєднання традиційних методів навчання з цифровими технологіями та засобами штучного інтелекту створює умови для подолання ключових труднощів у вивченні геометрії. Модернізоване навчальне середовище підтримує інтерес учнів, розвиває їхні аналітичні здібності та забезпечує глибше розуміння просторових структур, що підвищує якість математичної підготовки загалом.

Висновки до розділу 1

Узагальнюючи результати аналізу теоретичних засад дослідження, можна ствердити, що сучасна педагогіка однозначно визнає цифрові технології та

штучний інтелект ключовими чинниками розвитку освіти й невід'ємною складовою ефективного навчання математики. Освітній процес більше не обмежується традиційними формами викладання, а поступово інтегрує інноваційні засоби, які забезпечують не лише передачу знань, а й створення умов для їх активного осмислення, практичного застосування та розвитку критичного мислення учнів. У цьому контексті математика постає як галузь, яка найбільш відчутно реагує на технологічні зміни, оскільки її структура, логіка та методи викладання органічно поєднуються з потенціалом цифрових рішень.

Особливе місце серед математичних дисциплін належить геометрії, адже вона спирається на візуально-просторове мислення та логічне доведення, що відкриває надзвичайно широкі можливості для використання інформаційно-комунікаційних технологій і штучного інтелекту. Створення динамічних моделей геометричних об'єктів, інтерактивних середовищ для побудови й трансформації фігур, візуалізація складних теорем та алгоритмів доведення сприяють значно глибшому розумінню навчального матеріалу. Завдяки адаптивним освітнім траєкторіям, які формуються на основі алгоритмів штучного інтелекту, учні отримують індивідуалізований досвід навчання, що відповідає їхнім пізнавальним можливостям, стилю мислення та темпу засвоєння знань.

Розвиток цифрових та інтелектуальних інструментів не лише змінює методику викладання, а й підсилює мотиваційну складову навчального процесу. Інтерактивність, елемент новизни та можливість практичного застосування створюють умови для більшого залучення учнів до роботи з матеріалом. Формування просторового мислення, яке є надзвичайно важливим у подальшій професійній діяльності, особливо у сферах інженерії, архітектури чи дизайну, стає більш ефективним завдяки віртуальним симуляціям, системам розпізнавання й аналізу задач, інтелектуальним підказкам. Таким чином, освітній процес у геометрії виходить за межі статичних схем та підручникових ілюстрацій, набуваючи інтерактивного й динамічного характеру.

Водночас необхідно враховувати виклики, які постають перед освітньою практикою у зв'язку з інтеграцією новітніх технологій. Йдеться як про етичні аспекти використання штучного інтелекту, пов'язані з академічною доброчесністю, збереженням авторства й відповідальності учнів за результати роботи, так і про технічні обмеження, пов'язані з доступністю сучасних інструментів у різних навчальних закладах. Не менш важливими залишаються й методичні труднощі, адже навіть найсучасніший цифровий ресурс втрачає свою ефективність без чітко продуманої педагогічної стратегії, інтеграції в навчальні програми та належної підготовки вчителів до його застосування.

Отже, маємо підстави стверджувати, що цифрові технології та штучний інтелект відкривають принципово нові перспективи для викладання геометрії, сприяючи формуванню сучасного, адаптивного, інноваційного навчального середовища. Проте їх ефективне впровадження потребує системного підходу, що поєднує наукові напрацювання, методичні рекомендації, педагогічну майстерність і технічні ресурси, забезпечуючи гармонійний баланс між інноваційністю та традиціями математичної освіти.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ І ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ ПРИ ВИВЧЕННІ ГЕОМЕТРІЇ

2.1. Розробка методичних матеріалів із використанням цифрових ресурсів

Сучасний урок геометрії дедалі більше орієнтується не на репродуктивне відтворення готових формул, а на активну пізнавальну діяльність учнів, що передбачає дослідження, спостереження, аналіз і формулювання власних висновків. У цьому контексті цифрові ресурси, зокрема динамічні математичні середовища, виступають не лише технічним доповненням до традиційного навчання, а повноцінним дидактичним інструментом, здатним змінити характер засвоєння геометричного матеріалу. Особливе місце серед таких ресурсів посідає середовище GeoGebra, яке поєднує можливості графічної візуалізації, інтерактивної взаємодії та варіативності навчальних завдань.

Методичні матеріали, створені з використанням цифрових ресурсів, сприяють переходу від пасивного засвоєння знань до активної, дослідницької взаємодії учня з навчальним середовищем. Їх можна застосовувати як на очних уроках, так і в умовах змішаного та дистанційного навчання – учні опрацьовують інтерактивні вправи вдома, а на урок приходять із готовими спостереженнями та запитаннями. У результаті робота з геометрією стає більш доступною та мотивуючою: цифрові технології перетворюють урок із традиційної лекції на динамічний простір експериментів, аналізу та творчих рішень.

Онлайн-платформи та освітні ресурси, такі як Khan Academy, Classtime, LearningApps, GeoGebra також активно входять у практику викладання геометрії. Їхня цінність полягає у поєднанні тренувальних завдань, елементів самоперевірки і миттєвого зворотного зв'язку. Учень може розв'язувати задачі різної складності, бачити результати та одразу аналізувати свої помилки. Особливо ефективними такі ресурси є під час опрацювання тем: «Паралельні прямі і кути», «Трикутники та їх класифікація», «Площа многокутників», «Об'єм і площа поверхні тіл». Платформи пропонують адаптивні механізми, які автоматично добирають завдання відповідно до рівня учня [5, с.47].

Під час вивчення теми «Рівняння кола» у 9 класі доцільно застосувати Geogebra, оскільки обрана тема поєднує елементи геометрії та алгебри, часто викликає труднощі в учнів через абстрактність алгебраїчного запису та недостатню візуальну підтримку. Саме тому застосування цифрових ресурсів у цьому випадку спрямоване на забезпечення наочності, формування просторових уявлень і глибшого розуміння зв'язку між аналітичним записом і геометричним образом.

Одним із базових методичних матеріалів, розроблених у межах цього дослідження, є навчальне завдання, спрямоване на формування в учнів умінь співвідносити рівняння кола з його графічним зображенням на координатній площині. Завдання передбачає активну роботу учнів у середовищі GeoGebra та має дослідницький характер.

Формулювання завдання для учнів: Побудуйте коло, задане рівнянням

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

визначте координати центра кола та його радіус. Дослідіть, як змінюється положення кола на координатній площині залежно від значень параметрів a , b і r .

Для виконання завдання учням пропонується поетапна робота в GeoGebra. Спочатку на координатній площині створюються повзунки для параметрів a , b та r , що дозволяє змінювати їх значення у заданому діапазоні. Далі в полі введення задається рівняння кола з використанням цих параметрів. У результаті учні спостерігають, як автоматично змінюється положення та розміри кола залежно від вибраних значень.

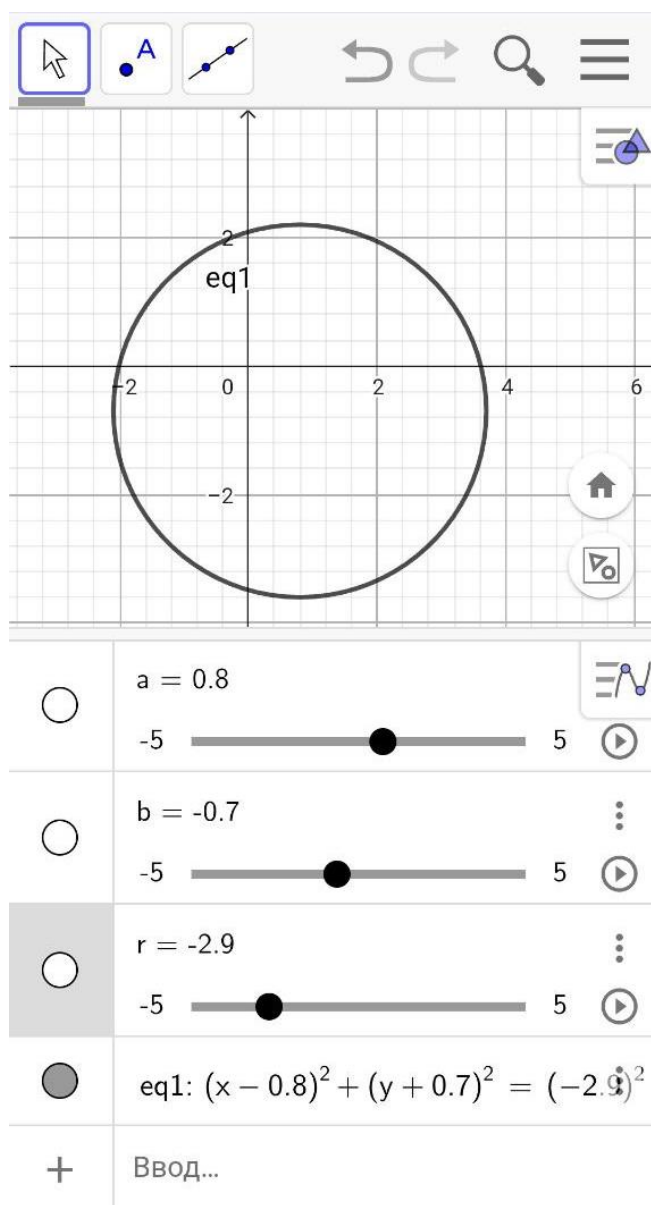


Рис. 2.1. Побудова кола за заданим рівнянням

Методична цінність такого завдання полягає в тому, що учні не просто заучують формулу рівняння кола, а встановлюють функціональний зв'язок між алгебраїчним записом і геометричним образом. Переміщуючи повзунки, школярі наочно переконуються, що параметри a і b визначають координати центра кола, а параметр r – його радіус. Такий підхід сприяє усвідомленню змісту формули, а не її механічному застосуванню, що відповідає діяльнісному підходу до навчання математики [1, с. 241].

Наступним етапом роботи з розробленим методичним матеріалом є дослідження особливих випадків рівняння кола. Учні пропонуються змінювати значення параметрів таким чином, щоб центр кола збігався з початком координат

або щоб радіус набував різних значень. Це дозволяє розширити уявлення школярів про можливі конфігурації кола на координатній площині та уникнути стереотипного сприйняття лише «стандартних» прикладів.

У процесі виконання таких завдань учні самостійно формулюють висновки про те, що зміна параметрів у рівнянні безпосередньо впливає на геометричні характеристики фігури. Це створює умови для формування елементів дослідницької діяльності, коли знання не подаються в готовому вигляді, а «відкриваються» у процесі взаємодії з цифровим середовищем. Подібний підхід, за спостереженнями дослідників, сприяє глибшому засвоєнню геометричних понять і розвитку просторового мислення [14, с. 56].

Подальше ускладнення навчального завдання передбачає організацію дослідницької діяльності учнів шляхом варіювання параметрів рівняння кола в ширшому діапазоні значень. Особливу увагу доцільно приділити випадкам, коли параметри a , b та g набувають дробових або від'ємних значень, оскільки саме такі ситуації найчастіше викликають труднощі під час традиційного пояснення матеріалу на дошці чи за підручником.

Учням пропонується змінювати значення параметрів за допомогою повзунків і спостерігати за відповідними змінами положення кола. У процесі роботи вони звертають увагу на те, що знак параметрів a і b визначає напрям зміщення центра кола відносно осей координат, а модуль параметра g відповідає величині радіуса незалежно від знака, оскільки в рівнянні використовується квадрат цього параметра.

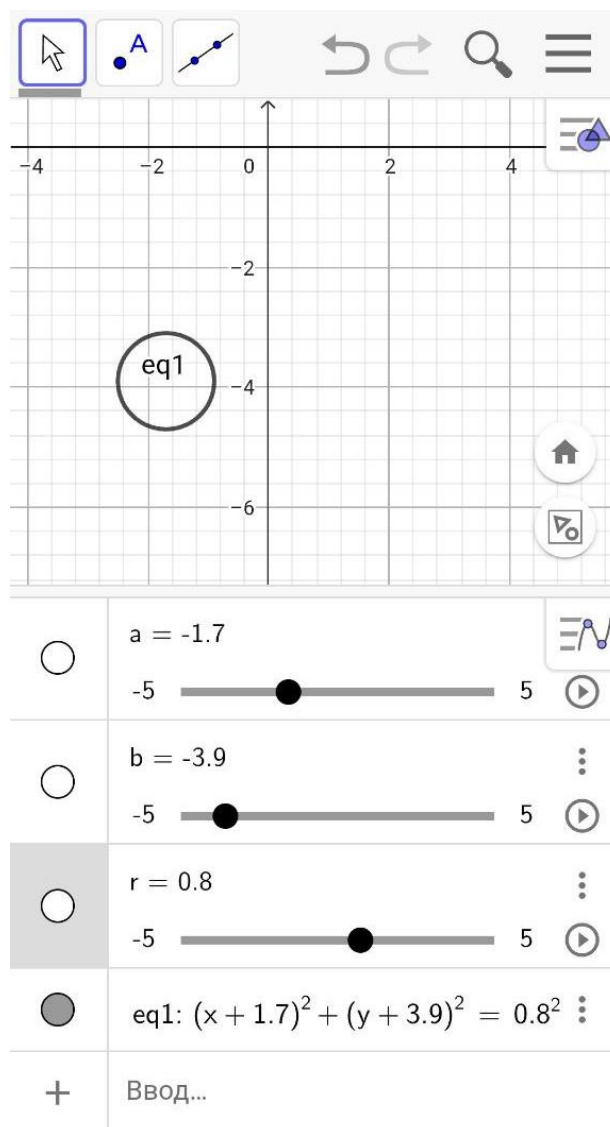


Рис. 2.2. Побудова кола з дробовими значеннями параметрів a , b та r у середовищі GeoGebra.

Практична цінність такого завдання полягає в тому, що учні візуально переконуються у коректності алгебраїчного запису та усвідомлюють, чому в рівнянні кола використовується саме квадрат радіуса. Це дозволяє уникнути типових помилок, пов'язаних із хибним тлумаченням знаків параметрів, і сприяє більш усвідомленому засвоєнню навчального матеріалу. Як зазначається в методичних дослідженнях, використання динамічних моделей є особливо ефективним саме під час аналізу нестандартних або «прикордонних» випадків [1, с. 242].

Ще одним видом практичних методичних матеріалів є завдання, спрямоване на порівняльний аналіз кількох рівнянь кола. Учням пропонується

послідовно вводити в GeoGebra різні рівняння та спостерігати, як змінюється положення кола на координатній площині. Такі завдання можуть виконуватися як індивідуально, так і в парній або груповій формі роботи.

Приклад завдання: Порівняйте кола, задані рівняннями

$$(x + 1,7)^2 + (y + 3,9)^2 = 0,8^2$$

$$(x - 0,8)^2 + (y + 0,7)^2 = (-2,9)^2.$$

Визначте координати центрів і радіуси кіл. Поясніть, чому від'ємне значення параметра r не змінює геометричної фігури.

Виконуючи таке завдання, учні не лише закріплюють навички читання рівнянь кола, а й розвивають уміння аналізувати та інтерпретувати математичну інформацію. Візуальне порівняння дозволяє швидко встановити відмінності між фігурами та сформулювати аргументовані висновки, що є важливою складовою математичної компетентності. Дослідники наголошують, що саме порівняльні завдання у поєднанні з цифровими моделями сприяють розвитку аналітичного мислення учнів [14, с. 57].

Розроблені методичні матеріали з використанням GeoGebra можуть бути інтегровані в урок геометрії на різних етапах. На етапі вивчення нового матеріалу вони виконують функцію наочної демонстрації та засобу первинного осмислення поняття рівняння кола. Під час закріплення матеріалу такі завдання сприяють формуванню стійких умінь співвідносити алгебраїчний запис із геометричним образом. У межах самостійної роботи або домашнього завдання цифрові моделі дозволяють учням повторно звертатися до матеріалу у власному темпі.

З методичної точки зору важливо, щоб учитель не обмежувався лише демонстрацією готової побудови, а організовував активну взаємодію учнів із середовищем GeoGebra. Саме самостійне керування параметрами, формулювання висновків і обговорення результатів забезпечують навчальний ефект. Такий підхід відповідає рекомендаціям щодо використання комп'ютерно-

орієнтованих систем навчання математики, де цифрові інструменти розглядаються як засіб активізації пізнавальної діяльності, а не як ілюстративний матеріал [3, с. 409].

Також практичне застосування штучного інтелекту в освітньому процесі можна проілюструвати на прикладі підготовки контрольної роботи з геометрії для учнів 9 класу з теми «Чотирикутники та їх властивості». На етапі підготовки оцінювальних матеріалів учитель використовує ІІІ-сервіс для генерації варіантів контрольної роботи з урахуванням різних рівнів складності завдань і типових помилок учнів, виявлених під час попереднього навчання.

За допомогою штучного інтелекту формується контрольна робота, що містить завдання репродуктивного, аналітичного та творчого характеру. До її структури входять тестові завдання на визначення властивостей паралелограма, ромба та трапеції, задачі на обчислення кутів і довжин сторін, а також відкрите завдання на доведення властивостей чотирикутника за заданими умовами. Генерація завдань здійснюється таким чином, щоб у кожному варіанті змінювалися числові дані, конфігурації фігур і формулювання умов, що унеможливорює механічне списування та підвищує об'єктивність оцінювання.

Особливістю такої контрольної роботи є наявність методично продуманих коментарів для вчителя, згенерованих ІІІ, які містять орієнтовні розв'язання, критерії оцінювання та перелік типових помилок. Це дозволяє педагогу не лише швидше перевірити роботи, а й здійснити формувальний аналіз результатів, звернувши увагу на проблемні аспекти засвоєння теми. Учні, у свою чергу, після перевірки отримують узагальнений зворотний зв'язок із поясненням помилок, що сприяє усвідомленню власних навчальних труднощів і корекції знань.

Використання ІІІ для створення контрольної роботи не замінює педагогічного контролю, а виконує допоміжну функцію, оптимізуючи підготовчий етап і забезпечуючи варіативність завдань. Такий підхід дозволяє поєднати традиційні форми підсумкового оцінювання з можливостями адаптивного навчання, підвищує прозорість оцінювання та сприяє дотриманню принципів академічної доброчесності

Контрольна робота з геометрії

9 клас

Тема: Чотирикутники та їх властивості

**Варіант А (згенеровано з використанням ШІ-сервісу)*

Час виконання: 45 хвилин

Максимальна кількість балів: 12

Завдання 1 (2 бали)

Виберіть одну правильну відповідь.

1. Яка з наведених властивостей є характерною лише для ромба?

А) Протилежні сторони паралельні

Б) Діагоналі перетинаються під прямим кутом

В) Усі кути прямі

Г) Сума внутрішніх кутів дорівнює 360°

Завдання 2 (2 бали)

У паралелограмі одна зі сторін дорівнює 8 см, а відповідна їй висота – 5 см.

Знайдіть площу паралелограма.

Завдання 3 (3 бали)

У рівнобічній трапеції основи дорівнюють 10 см і 18 см, а бічна сторона – 5 см.

1. Побудуйте висоту трапеції.

2. Знайдіть її площу.

Завдання 4 (3 бали)

У чотирикутнику ABCDABCDABCD діагоналі перетинаються і ділять одна одну навпіл. Доведіть, що чотирикутник ABCD є паралелограмом.

Завдання 5 (2 бали)

Периметр ромба дорівнює 48 см, а одна з його діагоналей – 10 см.

Знайдіть площу ромба.

Критерії оцінювання (для вчителя)

- Завдання 1 – 2 бали (1 бал за правильну відповідь, 1 – за обґрунтування).
- Завдання 2 – 2 бали (правильна формула і обчислення).

- Завдання 3 – 3 бали (1 бал – побудова, 2 бали – правильне розв’язання).
- Завдання 4 – 3 бали (логічність доведення, використання ознак паралелограма).
- Завдання 5 – 2 бали (застосування властивостей діагоналей ромба).

Методичний коментар (згенерований ШІ)

Контрольна робота побудована за принципом поєднання репродуктивних, аналітичних і доказових завдань. Зміна числових параметрів і конфігурацій дозволяє створювати декілька варіантів роботи без повторення умов. Завдання 4 і 5 спрямовані на перевірку сформованості логічного мислення та вміння застосовувати властивості чотирикутників у нестандартних ситуаціях.

Суттєвий потенціал мають спеціалізовані онлайн-платформи, які використовують алгоритми штучного інтелекту для розв’язування задач. На відміну від традиційних калькуляторів, вони демонструють повний хід розв’язання, що є надзвичайно корисним під час вивчення тем із доведенням. Наприклад, у темах «Кут між площинами», «Розміщення прямих у просторі» або «Перпендикуляр у просторі» такі сервіси дають послідовні кроки, пояснення та попереджають про типові помилки. Це значно полегшує роботу вчителя при підготовці до уроків, адже дозволяє передбачати, які труднощі можуть виникнути в учнів [6].

Аналіз розроблених методичних матеріалів дозволяє виокремити низку їхніх переваг. По-перше, використання GeoGebra та ChatGpt забезпечує високий рівень наочності та дозволяє подолати абстрактність алгебраїчного запису рівняння кола. По-друге, динамічні моделі сприяють формуванню дослідницьких умінь і розвитку просторового мислення, що є однією з ключових цілей навчання геометрії. По-третє, варіативність завдань дозволяє адаптувати навчальний матеріал до рівня підготовки учнів і реалізувати диференційований підхід.

Водночас цифрові інструменти не можуть повністю замінити традиційний підручник і робочий зошит. Саме класичні форми роботи забезпечують розвиток письмового математичного мовлення, логічної побудови доведень і чіткого

оформлення розв'язання задач. Тому важливо дотримуватися балансу. Наприклад, на початковому етапі можна використати цифрові моделі для візуалізації поняття (центр кола, осьова симетрія, медіани трикутника), після чого запропонувати учням письмові вправи у зошиті. Це підтримує інтерес школярів і водночас формує стійкі навички роботи з математичним текстом [3, с.409].

Крім того, широко застосовуються міні-проекти: учні створюють інтерактивні презентації або короткі відео з поясненням геометричних понять, використовуючи хмарні сервіси й додатки для візуалізації. Це розвиває не лише предметні компетентності, а й цифрову грамотність, вміння аналізувати інформацію та представляти результати роботи.

Отже, поєднання інтерактивних платформ, мультимедійних ресурсів і традиційних навчальних засобів створює гнучку та ефективну методичну систему, що відповідає потребам сучасних учнів і зберігає вимоги математичної освіти. Цифрові технології підсилюють навчальний процес, роблячи його більш наочним, динамічним і доступним, але водночас вони потребують продуманого методичного супроводу з боку педагога.

2.2. Інтеграція ІІІ-сервісів у процес викладання

Сучасні сервіси штучного інтелекту поступово стають невід'ємною частиною освітнього середовища, пропонуючи вчителям і учням нові інструменти для навчання, самоконтролю та дослідницької діяльності. У викладанні геометрії такі інструменти мають особливе значення, адже саме геометрія часто викликає труднощі через абстрактність понять, складність візуалізації просторових фігур і потребу в логічних доведеннях. Інтеграція ІІІ дозволяє зробити навчання більш наочним, персоналізованим і керованим з точки зору когнітивних потреб учнів.

Одним із перспективних напрямів є застосування чат-ботів і інтелектуальних асистентів. Ці системи здатні пояснювати складні теми доступною мовою, надавати покрокові підказки під час розв'язування задач, пропонувати аналогічні приклади та допомагати учням виявляти власні

помилки. Так, під час опрацювання теми «Доведення рівності трикутників» або «Побудова перерізів многогранників» учні можуть звертатися до цифрових асистентів для отримання натяків, але не готових відповідей. Це сприяє формуванню вміння мислити у логіці математичного доведення, що є ключовим чинником успішного вивчення геометрії. Дослідники відзначають, що використання подібних інструментів у шкільній практиці підвищує навчальну мотивацію та зменшує страх перед складними темами [8, с.118].

Важливою можливістю ІІІ є генерація задач різних рівнів складності – від базових прикладів на обчислення кута до комплексних задач з параметрами або нестандартними конструкціями. Учитель може отримати десятки варіантів однієї задачі з різними числовими значеннями, а учні – працювати з матеріалом, адаптованим під їхній рівень підготовки. Такий підхід реалізує принцип диференціації: сильні учні отримують ускладнені задачі, а ті, хто потребує додаткової підтримки, – адаптовані вправи з докладнішими підказками. Науковці підкреслюють, що ІІІ створює умови для дослідницької діяльності, адже змінюваність умов задач стимулює учнів до формулювання власних гіпотез та їх перевірки [8, с.96].

Практичне застосування штучного інтелекту в освітньому процесі можна проілюструвати на прикладі, як дидактично вмотивований текстовий запит, у якому вчитель чітко окреслює навчальну мету, тему уроку, клас, тип діяльності та очікуваний результат. Якість отриманого результату безпосередньо залежить від чіткості та повноти сформульованого промπτу, що зумовлює необхідність його осмисленого методичного використання.

В межах дослідження було використано ІІІ-сервіс для створення конспекту уроку з теми «Рівняння кола» для 9 класу. Метою застосування ІІІ у цьому випадку було не автоматичне копіювання готового матеріалу, а отримання базової структури уроку, яку вчитель може адаптувати до власного стилю викладання та конкретних умов навчання.

Приклад промπτу для створення конспекту уроку з геометрії: *«Створи конспект уроку з геометрії для 9 класу на тему “Рівняння кола”. Тип уроку –*

вивчення нового матеріалу з елементами закріплення. Передбач перевірку знань учнів, стимулювання навчальної діяльності, дослідження рівняння кола за допомогою GeoGebra, закріплення матеріалу, підбиття підсумків та домашнє завдання.»

Поданий промпт містить усі ключові дидактичні параметри: тему, клас, тип уроку, структуру діяльності та орієнтацію на використання цифрового інструменту GeoGebra. Саме така деталізація дозволяє отримати результат, який відповідає вимогам шкільної програми й може бути використаний у реальному освітньому процесі [10, с. 156].

У результаті обробки поданого промпту ШІ-сервіс згенерував структурований конспект уроку, який включає визначення теми, класу, типу уроку, мети (навчальної, розвивальної, виховної), перелік обладнання та поетапний хід уроку. Така структура загалом відповідає вимогам до планування уроків геометрії у закладах загальної середньої освіти та може слугувати основою для подальшої методичної роботи вчителя.

Згенерований штучним інтелектом конспект уроку з геометрії (9 клас)

Тема уроку: Рівняння кола.

Клас: 9.

Тип уроку: урок вивчення нового матеріалу з елементами закріплення.

Мета уроку:

- сформувати в учнів уявлення про рівняння кола та його загальний вигляд;
- навчити визначати координати центра та радіус кола за його рівнянням;
- розвивати вміння застосовувати цифрові ресурси (GeoGebra) для дослідження геометричних об'єктів;
- сприяти розвитку логічного та просторового мислення, уміння аналізувати отримані результати.

Обладнання та ресурси: мультимедійна дошка або комп'ютер, доступ до мережі Інтернет, середовище GeoGebra, зошити, підручник.

Хід уроку

1. Організаційний етап

Привітання учнів, перевірка готовності класу до роботи, налаштування на навчальну діяльність.

2. Актуалізація опорних знань і перевірка попередніх умінь
Фронтальне опитування з елементами бесіди:

- що таке коло і круг;
- які елементи має коло (центр, радіус, діаметр);
- як задається точка на координатній площині.

Мета етапу – активізувати попередні знання, необхідні для засвоєння нового матеріалу.

2. Мотивація навчальної діяльності

Учитель ставить проблемне запитання:
як можна описати коло не лише графічно, а й за допомогою рівняння?
Наголошується на практичному значенні рівнянь кола в математиці, фізиці, інформатиці та технічних дисциплінах.

4. Вивчення нового матеріалу. Дослідження рівняння кола за допомогою GeoGebra

Учитель вводить загальний вигляд рівняння кола

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ та пояснює, що параметри a , b визначають координати центра кола, а r – його радіус.

Далі організовується практична робота в середовищі GeoGebra:

- учні створюють повзунки для параметрів a , b , r ;
- вводять рівняння кола з використанням цих параметрів;
- спостерігають за зміною положення кола на координатній площині;
- формулюють висновки щодо впливу кожного параметра.

5. Закріплення нового матеріалу

Учням пропонується виконати кілька завдань:

- визначити координати центра та радіус кола за поданим рівнянням;
- побудувати відповідне коло в GeoGebra;
- порівняти кілька різних рівнянь кола та пояснити відмінності між ними.

Робота може виконуватися індивідуально або в парах.

6. Підбиття підсумків уроку

Узагальнення основних результатів:

- що називається рівнянням кола;
- як за рівнянням визначити центр і радіус;
- які переваги дає використання GeoGebra для дослідження геометричних об'єктів.

Коротка рефлексія: що було зрозуміло, що викликало труднощі.

7. Домашнє завдання

1. Опрацювати відповідний параграф підручника.
2. Розв'язати кілька вправ на визначення параметрів кола за його рівнянням.
3. За бажанням: побудувати в GeoGebra власний приклад кола та підготувати короткий опис його властивостей.

Особливо цінним є те, що в конспекті передбачено етап дослідження рівняння кола за допомогою GeoGebra. Це свідчить про можливість гармонійного поєднання результатів роботи ІІІ з цифровими середовищами навчання. Учитель отримує не лише текстовий опис етапів уроку, а й готову логіку організації діяльності учнів, яку можна наповнити конкретними завданнями з GeoGebra.

З методичної точки зору важливо, що згенерований конспект не є завершеним педагогічним продуктом, а потребує критичного осмислення та адаптації. Учитель уточнює формулювання завдань, добирає оптимальний час на виконання кожного етапу та визначає форму роботи (фронтальну, парну або індивідуальну). Такий підхід відповідає рекомендаціям щодо використання ІІІ в освіті як інструменту підтримки професійної діяльності педагога, а не її заміни [7, с. 120].

Одним із ключових моментів інтеграції ІІІ-сервісів у викладання геометрії є можливість поєднання згенерованого конспекту уроку з практичними цифровими матеріалами, створеними в середовищі GeoGebra. Згенерований ІІІ конспект задає структурну рамку уроку, тоді як GeoGebra наповнює цю рамку

конкретним змістом і діяльнісними завданнями. Такий підхід дозволяє уникнути формального використання технологій і забезпечує цілісність методики.

У межах теми «Рівняння кола» особливу методичну цінність має етап, який у згенерованому конспекті позначено як дослідження нового матеріалу з використанням GeoGebra. Саме на цьому етапі учні переходять від сприйняття формули до активного аналізу її геометричного змісту. III пропонує загальну логіку дій, а вчитель конкретизує її за допомогою підготовлених цифрових моделей і завдань, описаних у попередньому параграфі.

Етап уроку: Вивчення нового матеріалу.

Форма роботи: фронтальна з елементами індивідуальної практичної діяльності.

Учитель пропонує учням відкрити середовище GeoGebra та перейти до координатної площини. На початковому етапі створюються повзунки для параметрів a , b та r , які відповідають координатам центра кола та його радіусу. Далі учням пропонується ввести рівняння $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ у полі введення програми та спостерігати за графічним зображенням кола.

У процесі роботи учні змінюють значення параметрів за допомогою повзунків і аналізують, як це впливає на положення кола на координатній площині. Особлива увага звертається на те, що параметри a і b визначають координати центра кола, тоді як параметр r відповідає за його радіус. Учні формулюють висновки про зв'язок між алгебраїчним записом рівняння та геометричними характеристиками фігури.

На завершальному етапі дослідження учням пропонується побудувати кілька різних кіл із різними значеннями параметрів та порівняти отримані результати. Отримані спостереження обговорюються фронтально, після чого вчитель узагальнює результати дослідження й підводить учнів до формулювання означення рівняння кола та способу визначення його центра і радіуса.

На практиці це реалізується таким чином: учитель, спираючись на конспект, пропонує учням відкрити підготовлений файл GeoGebra або створити власну модель за інструкцією. Учні виконують побудову кола, змінюють

параметри та фіксують спостереження. Таким чином, ШІ не диктує хід уроку, а виконує функцію структурного помічника, тоді як зміст наповнюється за рахунок професійних рішень учителя. Подібну модель використання інтелектуальних сервісів у навчанні математики дослідники вважають найбільш педагогічно виправданою [10, с. 158].

Ще одним напрямом інтеграції ШІ-сервісів у викладання геометрії є створення варіативних формулювань завдань для різних рівнів підготовки учнів. На основі одного й того самого навчального змісту ШІ може запропонувати кілька варіантів завдань, що відрізняються рівнем складності, обсягом підказок або характером запитань. Це дозволяє реалізувати принцип диференціації без значного додаткового навантаження на вчителя.

Наприклад, після виконання базового завдання з побудови кола учитель може звернутися до ШІ з уточнюючим промптом для отримання додаткових вправ:

«Запропонуй три варіанти завдань з теми “Рівняння кола”: базовий, середній і підвищений рівень для учнів 9 класу. Завдання мають передбачати роботу з координатами центра та радіусом.»

Завдання з теми «Рівняння кола» (згенеровано за допомогою сервісу штучного інтелекту).

Базовий рівень

Завдання 1. Дано рівняння кола $(x-2)^2+(y+3)^2=16$.

1. Визначте координати центра кола.
2. Знайдіть радіус кола.
3. Побудуйте це коло на координатній площині.

Навчальна спрямованість: завдання спрямоване на перевірку базового розуміння структури рівняння кола та вміння безпосередньо зчитувати координати центра і радіус із формули.

Середній рівень

Завдання 2. Дано рівняння кола $(x+1,5)^2+(y-2)^2=6,25$

1. Визначте координати центра та радіус кола.

2. Поясніть, як знак чисел у рівнянні впливає на положення центра кола відносно осей координат.
3. Побудуйте коло та порівняйте його розташування з колом, центр якого знаходиться в початку координат і має такий самий радіус.

Навчальна спрямованість: завдання передбачає не лише визначення параметрів кола, а й аналітичне осмислення впливу коефіцієнтів на його положення.

Високий рівень

Завдання 3. Записано рівняння кола $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$, де $a=-2$, $b=1$, $r=3$.

1. Запишіть рівняння кола з підставленими значеннями параметрів.
2. Визначте координати центра та радіус кола.
3. Побудуйте коло та дослідіть, як зміниться його положення, якщо параметр a збільшити на 2 одиниці, а параметр b зменшити на 1 одиницю.
4. Зробіть висновок про роль параметрів a і b у рівнянні кола.

Навчальна спрямованість: завдання орієнтоване на дослідницьку діяльність, аналіз змін параметрів та формування узагальнених висновків.

Методичний коментар. Запропонований набір завдань ілюструє можливість використання штучного інтелекту для реалізації диференційованого та адаптивного навчання. Завдання базового рівня забезпечують опанування мінімально необхідних умінь, середнього – поглиблюють розуміння просторових залежностей, а підвищеного – стимулюють аналітичне та дослідницьке мислення учнів. Такий підхід дозволяє вчителю гнучко добирати навчальні матеріали відповідно до рівня підготовки класу та індивідуальних освітніх потреб учнів.

Отримані завдання вчитель використовує як додаткові або резервні, обираючи ті, що відповідають рівню конкретного класу. Такий підхід дозволяє уникнути одноманітності вправ і створює умови для індивідуального темпу навчання. Дослідження свідчать, що варіативність завдань, створених за допомогою ІІІ, позитивно впливає на мотивацію учнів і сприяє активнішому залученню до навчального процесу [7, с. 122].

Аналіз практики використання ІІІ-сервісів у процесі підготовки та проведення уроків геометрії дозволяє виокремити низку суттєвих переваг. По-перше, ІІІ значно скорочує час на підготовку початкових варіантів конспектів і завдань, що особливо актуально в умовах високого навантаження на вчителя. По-друге, згенеровані матеріали часто мають чітку структуру, яка відповідає класичній логіці побудови уроку, що полегшує їх подальше методичне опрацювання.

По-третє, ІІІ-сервіси дозволяють швидко адаптувати матеріал під різні дидактичні цілі: вивчення нового матеріалу, закріплення, повторення або підготовку до контролю. У поєднанні з цифровими ресурсами на зразок GeoGebra це створює умови для формування гнучкої та сучасної моделі уроку геометрії, орієнтованої на активну діяльність учнів [7, с. 120].

Водночас важливо наголосити, що ефективність використання ІІІ безпосередньо залежить від рівня педагогічної компетентності вчителя. Автоматично згенерований конспект не враховує специфіки конкретного класу, рівня підготовки учнів чи наявних технічних умов. Тому вчитель виступає не споживачем готового продукту, а редактором і модератором змісту, який коригує матеріал відповідно до навчальної ситуації. Така позиція узгоджується з сучасними підходами до впровадження штучного інтелекту в освіті, де ключовою залишається роль людини-педагога [10, с. 157].

Окремого значення набуває етичний і педагогічний аспект інтеграції ІІІ. Існує ризик, що учні можуть почати покладатися на готові відповіді, оминаючи процес осмислення і творчого пошуку. Це актуально під час вивчення тем, де правильне міркування важливіше за сам результат, наприклад, у доведеннях трикутників або задачах на побудову. Водночас досвід показує: якщо правильно організувати роботу з ІІІ, він стає не «джерелом підказування», а інструментом розвитку критичного мислення. Учні вчаться аналізувати, чи є запропоноване розв'язання коректним, знаходити неточності, порівнювати способи доведення та аргументувати вибір оптимального шляху [21, с.25].

Інструкції для учнів щодо правильного використання

Під час роботи з ІІІ учням необхідно пояснити:

1. ІІІ – не замінює мислення, а використовується лише як додаткове джерело ідей.
2. Не можна видавати отримані відповіді за власні – це порушення академічної доброчесності.
3. ІІІ використовують для:
 - перевірки власного розв’язання;
 - отримання підказки, з чого почати;
 - пошуку альтернативних способів;
 - візуалізації складних фігур.
4. Заборонено використовувати ІІІ для автоматичного списування під час контрольних робіт, самостійних та ЗНО-підготовки.
5. Учень завжди має пояснити свій результат усно або письмово, навіть якщо користувався ІІІ.

Ці правила формують відповідальне ставлення до цифрових інструментів, знижують ризики академічної нечесності та допомагають учням виробити навичку критичного аналізу отриманої інформації.

Інтеграція ІІІ у процес викладання відкриває значні можливості для проектування сучасного уроку геометрії: зменшення рутинного навантаження на вчителя, створення адаптивних завдань, моделювання складних просторових ситуацій та організації самостійної практики учнів. Ефективність цього процесу залежить від педагогічної майстерності вчителя, його здатності поєднувати традиційні та цифрові методи й формувати в учнів культуру усвідомленого використання технологій.

Інтерактивні підказки під час доведення теорем є одним із найбільш ефективних рішень. Учні можуть отримувати натяки, що логічно підводять їх до наступного кроку – наприклад, визначити, які кути рівні, які трикутники подібні, або яку властивість варто застосувати. Такі тренажери мислення дозволяють учневі побачити кілька можливих стратегій, оцінити їхню валідність і вибрати

оптимальну. Це особливо цінно в геометрії, де важливими є структурність міркування та вміння бачити логічний зв'язок між фігурами [7, с.119].

Віртуальні асистенти значною мірою допомагають і під час самостійної підготовки школярів до іспитів та контрольних робіт. На відміну від друкованих збірників, вони пропонують варіативні вправи, пояснюють помилки, адаптують складність і створюють ефект індивідуальної «репетиції» іспиту. Це знижує рівень тривожності, підвищує впевненість і дозволяє учням об'єктивніше оцінити власну готовність [21, с.27].

Водночас некритичне використання ІІІ створює небезпеку формування залежності від цифрових підказок. У деяких випадках учень перестає вчитися розв'язувати задачі самотужки. Етичним викликом стає також проблема академічної доброчесності, оскільки ІІІ здатний генерувати якісні тексти та розв'язки, не пов'язані з реальним рівнем знань школяра. Дослідники наголошують: необхідно створювати такі методичні умови, за яких технології підсилюють навчання, а не замінюють його [9, с.61].

Отже, інтеграція ІІІ-сервісів у викладання геометрії має значний потенціал для оновлення шкільної математичної освіти. Успішне впровадження можливе лише за умови педагогічної грамотності вчителя, дотримання етичних норм та формування в учнів культури відповідального використання цифрових інструментів. Це дозволяє створити сучасну, наочну та гнучку модель навчання геометрії, яка поєднує потреби цифрового покоління з класичними вимогами математичної освіти.

2.3. Формувальне оцінювання і адаптивне навчання за допомогою ІІІ

Формувальне оцінювання у процесі вивчення геометрії набуває якісно нового змісту завдяки впровадженню цифрових інструментів і технологій штучного інтелекту. Якщо раніше воно здійснювалося переважно через усні запитання або перевірку робіт у зошитах, то сьогодні з'являється можливість створити безперервний механізм зворотного зв'язку, який супроводжує учня на кожному етапі опрацювання теми. Таке оцінювання не лише фіксує рівень поточних успіхів, а й підказує учневі подальші кроки, формує відчуття

поступового прогресу та підтримки. Саме ці принципи покладено в основу сучасних платформ з елементами ІІІ, які аналізують діяльність школяра й допомагають йому точніше усвідомити власні помилки [7, с.118].

Використання онлайн-тестів із модулями штучного інтелекту дає змогу не тільки визначити правильність відповіді, а й інтерпретувати характер допущених помилок. Такі системи формують варіативні завдання, відстежують динаміку навчальних досягнень та створюють деталізовані звіти для учнів і педагогів. Завдяки цьому формувальне оцінювання стає інструментом адресного пояснення теми та індивідуалізації роботи. Дослідження свідчать, що використання подібних засобів у шкільній практиці стимулює активність учнів і посилює їхню зацікавленість у власному прогресі, оскільки кожна відповідь сприймається як етап навчального шляху, а не як остаточний результат [3, с.409].

Особливої уваги заслуговує функція адаптивного навчання, реалізація якої безпосередньо пов'язана з можливостями ІІІ. Алгоритми можуть відстежувати індивідуальну траєкторію учня, виділяючи найбільш проблемні теми. Наприклад, у геометрії системи можуть виявити, що школяр упевнено працює з темою «Вписані та описані кола», але відчуває труднощі в «Січних площинах у многогранниках» або в побудові просторових перетинів. У цьому разі програма добирає додаткові вправи, спрощені або, навпаки, поглиблені пояснення, демонстрації у вигляді динамічних моделей. Таким чином забезпечується рівномірний розвиток умінь і можливість кожного учня працювати у власному темпі [24].

Практичну реалізацію формувального оцінювання та адаптивного навчання з використанням технологій штучного інтелекту можна продемонструвати на прикладі опрацювання теми «Рівняння кола». Формувальне оцінювання доцільно організовувати безпосередньо під час виконання практичних завдань у GeoGebra. Наприклад, після побудови кола за заданим рівнянням учням пропонується відповісти на запитання уточнювального характеру:

– де розташований центр кола;

- як зміниться положення кола при зміні параметра a або b ;
- що відбудеться з колом при збільшенні або зменшенні радіуса.

Такі запитання не оцінюються балами, але дозволяють учителю швидко визначити, чи усвідомлюють учні зміст виконуваних дій. За необхідності вчитель може запропонувати додаткове пояснення або змінити темп роботи. Дослідники зазначають, що поєднання візуалізації та формувальних запитань значно підвищує ефективність засвоєння геометричного матеріалу [14, с. 58].

Сервіси штучного інтелекту можуть ефективно використовуватися для створення коротких завдань самоперевірки, які учні виконують після опрацювання нового матеріалу. У межах дослідження ШІ застосовується для генерації таких завдань за чітко сформульованими педагогічними запитаннями.

Приклад промπτу для формувального оцінювання: *«Створи 5 коротких завдань для самоперевірки з теми “Рівняння кола” для 9 класу. Завдання мають перевіряти вміння визначати координати центра та радіус кола за рівнянням і не передбачати складних обчислень.»*

Отримані завдання можуть використовуватися наприкінці уроку або як елемент домашньої самоперевірки. Учні виконують їх індивідуально, після чого отримують можливість порівняти свої відповіді з еталонними або обговорити результати з учителем. Такий формат сприяє розвитку навичок самоконтролю та відповідальності за власне навчання [10, с. 159].

Однією з важливих можливостей ШІ є підтримка адаптивного навчання, коли завдання та пояснення добираються відповідно до рівня підготовки учня. У межах теми «Рівняння кола» це реалізується шляхом пропозиції завдань різної складності після виконання базового рівня.

Учні, які швидко й правильно виконують основні завдання, можуть отримати ускладнені вправи, наприклад:

- порівняння кількох рівнянь кола;
- аналіз впливу дробових і від’ємних параметрів;
- побудову кола за заданими умовами.

Для учнів, які відчувають труднощі, ІІІ може згенерувати спрощені завдання з детальнішими підказками або покроковими інструкціями. Учитель, спираючись на результати формувального оцінювання, обирає відповідні завдання й таким чином підтримує індивідуальний темп навчання кожного учня. Подібний підхід відповідає сучасним уявленням про персоналізоване навчання в умовах цифрового середовища [7, с. 123].

Практичними прикладами адаптивного навчання є Coursera adaptive learning, система ALEKS та модулі Khan Academy. У цих ресурсах реалізована гнучка індивідуалізація: учневі пропонуються завдання з тем, які виявилися проблемними, або – складніші завдання для тих, хто легко засвоїв базовий рівень. Зокрема, у ALEKS використовується діагностичний блок, який визначає «зону найближчого розвитку» учня та пропонує матеріали, що заповнюють прогалини у знаннях, створюючи ефект «навчального компаньйона» [24, с.5].

У контексті геометрії адаптивні системи мають особливе значення, оскільки предмет вимагає не лише відтворення теоретичного матеріалу, а й уміння будувати логічні міркування, працювати з просторовими моделями та формулювати доведення. Алгоритми можуть виконувати функцію консультанта: пропонувати проміжні підказки, деталізувати кроки міркування та надавати рекомендації до кожного етапу. Це сприяє розвитку критичного мислення та усвідомленості в процесі виконання завдань. І. Ленчук та О. Мосіюк підкреслюють, що такі технології є ефективними у розвитку навичок самостійного аналізу в старшокласників [21, с.25].

Важливою перевагою інтеграції ІІІ в оцінювання є підвищення об'єктивності. Автоматизована система знижує ризик суб'єктивних оцінок та дозволяє зберігати повну історію виконання завдань. Це робить можливим глибокий аналіз учнівського прогресу, що є цінним як для педагогів і батьків, так і для самих школярів. У перспективі подібний підхід сприятиме створенню цифрових журналів нового типу, де оцінювання перетворюється на динамічний інструмент розвитку, а не лише фіксації результатів. Таким чином, упровадження технологій штучного інтелекту у сферу оцінювання знань з

геометрії сприяє формуванню нової культури навчання, орієнтованої на розвиток компетентностей, самостійності та індивідуального темпу навчання [10, с.157].

Незважаючи на широкі можливості інтелектуальних сервісів, ключова роль у формувальному оцінюванні залишається за вчителем. Саме він аналізує відповіді учнів, інтерпретує типові помилки та приймає рішення щодо подальших навчальних дій. ІІІ у цьому випадку виконує допоміжну функцію, полегшуючи підготовку завдань і забезпечуючи варіативність, але не підміняє педагогічного аналізу [21, с. 26].

Отже, використання штучного інтелекту у формувальному оцінюванні та адаптивному навчанні дозволяє зробити процес вивчення геометрії більш гнучким і зорієнтованим на потреби учнів. Завдяки поєднанню ІІІ та цифрових середовищ, зокрема GeoGebra, вчитель отримує ефективні інструменти для оперативної перевірки розуміння матеріалу, індивідуалізації завдань і підтримки навчальної мотивації. Водночас успішність такого підходу визначається педагогічною доцільністю його застосування та активною роллю вчителя як організатора й модератора навчального процесу.

2.4. Ефективність використання цифрових технологій і ШІ у вивченні геометрії

Ефективність використання цифрових технологій та сервісів штучного інтелекту у вивченні геометрії доцільно оцінювати не через формалізовані експериментальні показники, а через якісні зміни в організації навчального процесу, характері навчальної діяльності учнів і професійній діяльності вчителя. Практичні матеріали, розроблені та описані в попередніх параграфах, дають змогу простежити, яким чином цифрові інструменти та ШІ впливають на розуміння навчального матеріалу, рівень навчальної активності та гнучкість методики викладання геометрії.

Одним із ключових показників ефективності є підвищення наочності та осмисленості навчального матеріалу. Використання середовища GeoGebra під час вивчення теми «Рівняння кола» дозволяє учням безпосередньо спостерігати зв'язок між алгебраїчним записом рівняння та його геометричним образом. Така візуалізація сприяє переходу від формального запам'ятовування формули до розуміння її змісту, що особливо важливо для тем, пов'язаних із координатною геометрією. Дослідники відзначають, що динамічні моделі суттєво зменшують рівень абстрактності геометричного матеріалу та полегшують його засвоєння учнями з різним рівнем математичної підготовки [1, с. 240; 14, с. 58].

Практична робота з цифровими моделями змінює роль учня з пасивного слухача на активного дослідника. Маніпулюючи параметрами, формулюючи припущення та перевіряючи їх у GeoGebra, учні залучаються до навчального процесу на діяльнісному рівні. Така форма роботи сприяє розвитку просторового мислення, логічного аналізу та вміння робити аргументовані висновки, що відповідає сучасним вимогам до математичної компетентності школярів [3, с. 409].

Використання сервісів штучного інтелекту додатково підсилює ефективність навчання за рахунок оптимізації підготовки навчальних матеріалів і розширення їх варіативності. ШІ дозволяє вчителю швидко створювати конспекти уроків, завдання різного рівня складності та матеріали для

формувального оцінювання. Це зменшує рутинне навантаження на педагога й водночас відкриває можливості для диференціації навчання. Як зазначають дослідники, саме гнучкість і адаптивність навчальних матеріалів є одним із ключових чинників підвищення ефективності викладання математики в умовах цифрового середовища [7, с. 120; 10, с. 158].

Водночас, баланс між цифровими та традиційними методами – одне з ключових завдань педагога. Жодний цифровий інструмент не здатен замінити логічне доведення теореми, пояснення структури задачі чи міркування, що виникають у діалозі між учителем і класом. Тому рекомендовано поєднувати класичні прийоми з новітніми. Наприклад, доведення теореми Піфагора можна виконувати традиційно у зошиті, але підкріпити його інтерактивною моделлю в GeoGebra. Задачі на побудову, такі як «Побудувати кут, рівний даному» чи «Побудувати перетин піраміди площиною», повинні виконуватися від руки, тоді як інструменти динамічної геометрії можуть слугувати тренажерами для розвитку просторової уяви.

Особливої уваги заслуговує використання штучного інтелекту у викладанні геометрії. Один із найбільш перспективних напрямів – формувальне оцінювання. Системи аналізу відповіді (Classtime AI, Khan Academy AI tutor, Google Practice Sets) можуть не лише перевіряти правильність виконаних завдань, а й виявляти типові помилки, пропонувати підказки, пояснювати логіку міркування. Це дає учневі змогу побачити, де саме було допущено неточність: у застосуванні ознак рівності трикутників, у визначенні взаємного розміщення прямих, у побудові перетину многогранника – або ж у логічній послідовності доведення. Вчитель, у свою чергу, отримує інструмент для оперативного коригування методики подання матеріалу.

III також сприяє індивідуалізації навчання. Платформи з адаптивним навчанням (ALEKS, Knewton, Smart Sparrow, Coursera adaptive learning) здатні формувати персоналізовані траєкторії: автоматично пропонувати вправи відповідного рівня складності, повторювати вміст з тем, що викликали труднощі («Площі подібних трикутників», «Побудова перпендикуляра у просторі», «Кути

між площинами»). Учень отримує стільки прикладів, скільки потрібно для засвоєння, а алгоритм підлаштовує складність відповідно до динаміки результатів. Особливо ефективним є використання адаптивних платформ під час вивчення стереометрії – розділу, де навіть високомотивовані учні часто потребують додаткових ілюстрацій і підтримки.

У роботі з інструментами ІІІ важливо враховувати етичний аспект і вимоги академічної доброчесності. Учитель має прямо пояснювати дітям, які дії є допустимими, а які – категорично ні. Наприклад, інструкція для учнів:

- можна: використовувати ІІІ для пояснення теми, пошуку аналогічних прикладів, перевірки міркувань, створення схеми доведення;
- не можна: копіювати готові розв’язання задач, здавати роботи, створені АІ без власної участі, замінювати процес міркування автоматичною відповіддю;
- потрібно: зазначати, якщо в роботі використано цифрову модель чи пояснення, отримані за допомогою ІІІ.

Це дає учням зрозумілий орієнтир і попереджає зловживання цифровими інструментами.

Серед найефективніших цифрових ресурсів у шкільній геометрії чільне місце належить GeoGebra – універсальному середовищу для створення динамічних моделей. Учні можуть змінювати параметри фігур, перевіряти гіпотези, досліджувати співвідношення, а вчитель – демонструвати логіку просторових побудов. Classtime надає можливість створювати різнорівневі завдання та отримувати статистику результатів у режимі реального часу. LearningApps дозволяє готувати завдання у форматі інтерактивних ігор та відповідностей, що підвищує інтерес учнів. Адаптивні системи Knewton, ALEKS та Smart Sparrow формують індивідуальні освітні маршрути, що особливо важливо у класах з різнорівневою підготовкою.

Ефективність цих інструментів залежить від методики використання. Цифрові сервіси не повинні перетворюватися на «модне доповнення» без реального змісту. Кожен ресурс має застосовуватися відповідно до конкретної мети уроку: пояснення, тренування, перевірки чи розвитку навичок доведення.

Геометрія як предмет вимагає вміння будувати креслення від руки, формулювати думки своїми словами й демонструвати логічну побудову розв'язання. Тому цифрові інструменти мають доповнювати, а не витіснити традиційну роботу з підручником (наприклад: Істер О.С. «Геометрія 7», Мерзляк А.Г. «Геометрія 10», Бевз Г.П. «Геометрія 11»).

Не менш важливим є розвиток цифрової компетентності самого вчителя. Педагог має не тільки знати функціональні можливості сервісів, а й чітко усвідомлювати їхні дидактичні призначення. Це передбачає участь у вебінарах, проходження курсів підвищення кваліфікації, обмін досвідом у професійних спільнотах, регулярне тестування нових платформ. Чим упевненіше володіє інструментами вчитель, тим змістовнішими та методично виваженішими стають уроки.

3D-модельовання та VR/AR-технології відкривають нові можливості для роботи з просторовими поняттями. Уроки зі stereometric VR-модулями дозволяють учням «занурюватися» у моделі багатогранників, аналізувати перетини або обертання фігур у віртуальному просторі. Доповнена реальність дає змогу розташувати геометричні фігури у реальному середовищі класу та досліджувати їх властивості. Щоб робота була результативною, учитель повинен завчасно підготувати чіткий сценарій: визначити мету, об'єкти візуалізації, очікувані результати та завдання для рефлексії.

Практика показує, що найкращий ефект досягається тоді, коли після роботи у VR/AR-середовищі учні виконують аналітичні завдання – обчислення, доведення, побудову від руки, порівняння моделей, обговорення висновків. Це допомагає уникнути ситуації, коли технологія стає лише видовищним елементом. Робота в тренажерах 3D-модельовання (Tinkercad, GeoGebra 3D, SketchUp) особливо корисна у старшій школі, коли учні вивчають складні теми: «Об'єми тіл обертання», «Площини симетрії многогранника», «Координати точок у просторі».

Таким чином, рекомендації для вчителів зводяться до усвідомленого, методично виваженого впровадження цифрових інструментів у всі етапи уроку,

дотримання балансу між класичними та інноваційними методами, педагогічного контролю за етичним використанням ІІІ та послідовного розвитку власної цифрової компетентності. Саме такий підхід забезпечує якісне засвоєння геометричного матеріалу, формування сучасних математичних компетентностей і розвиток відповідального, самостійного здобувача освіти, здатного ефективно працювати в цифровому середовищі.

Висновки до розділу 2

Другий розділ кваліфікаційної роботи був присвячений практичним аспектам використання цифрових технологій і сервісів штучного інтелекту у процесі навчання геометрії, що дозволило перейти від теоретичного осмислення проблеми до її методичного й прикладного розв'язання. У центрі уваги перебувала організація навчальної діяльності учнів на засадах інтерактивності, дослідницького підходу та персоналізації навчання з опорою на сучасні цифрові інструменти.

У ході аналізу особливостей вивчення геометрії в шкільному курсі було встановлено, що основні труднощі засвоєння цього розділу математики пов'язані з високим рівнем абстрактності навчального матеріалу, потребою у розвиненому просторовому мисленні та складністю переходу від наочного уявлення до логічно обґрунтованого доведення. Традиційні методи навчання не завжди забезпечують подолання цих труднощів, що зумовлює необхідність використання цифрових засобів, здатних поєднати візуалізацію, динаміку та аналітичне осмислення геометричних об'єктів.

Розробка методичних матеріалів із використанням цифрових ресурсів, зокрема середовища GeoGebra, продемонструвала значний дидактичний потенціал динамічних моделей у вивченні теми «Рівняння кола». Використання інтерактивних побудов, параметричних залежностей і можливості миттєвої зміни умов задачі сприяє глибшому розумінню взаємозв'язку між алгебраїчним записом і геометричним образом. Такий підхід дозволяє учням не лише відтворювати відомі алгоритми, а й самостійно досліджувати властивості

геометричних об'єктів, формулювати висновки та перевіряти гіпотези, що відповідає сучасним вимогам до компетентнісного навчання.

Інтеграція сервісів штучного інтелекту в освітній процес розглядалась як інструмент методичної підтримки вчителя та засіб підвищення гнучкості навчального процесу. Використання ШІ для генерації конспектів уроків, диференційованих завдань і навчальних матеріалів на основі чітко сформульованих педагогічних промптів засвідчило можливість оптимізації підготовки до уроку без втрати дидактичної якості. При цьому особливо важливою є роль учителя як модератора та критичного редактора згенерованого контенту, що забезпечує відповідність матеріалів навчальній програмі та віковим особливостям учнів.

Значну увагу в розділі приділено формувальному оцінюванню й адаптивному навчанню за допомогою ШІ. Запропоновані приклади завдань різного рівня складності підтверджують, що інтелектуальні сервіси можуть ефективно підтримувати диференційований підхід, забезпечуючи поступове ускладнення навчального матеріалу та врахування індивідуальних освітніх потреб учнів. Така організація навчання сприяє підвищенню мотивації, розвитку самоконтролю й відповідальності за результати власної навчальної діяльності.

Аналіз ефективності використання цифрових технологій і штучного інтелекту у вивченні геометрії засвідчив, що їх поєднання з традиційними методами навчання створює сприятливі умови для підвищення якості математичної підготовки учнів. Цифрові інструменти дозволяють зробити навчальний процес більш наочним, динамічним і дослідницьким, тоді як ШІ-сервіси забезпечують адаптивність і персоналізацію навчання. Водночас ефективність такого підходу безпосередньо залежить від методичної підготовки вчителя, продуманого добору завдань і дотримання принципів академічної доброчесності.

Отже, результати другого розділу підтверджують доцільність і педагогічну ефективність використання цифрових технологій і штучного інтелекту у процесі навчання геометрії. Запропонована методика не лише сприяє кращому

засвоєнню навчального матеріалу, а й формує в учнів уміння досліджувати, аналізувати та застосовувати математичні знання в нових ситуаціях, що відповідає сучасним освітнім викликам і вимогам до підготовки здобувачів загальної середньої освіти.

ВИСНОВКИ

У роботі нами здійснено комплексне дослідження проблеми використання цифрових технологій та інструментів штучного інтелекту у процесі вивчення геометрії в закладах загальної середньої освіти. Актуальність обраної теми зумовлена сучасними освітніми викликами, пов'язаними з цифровізацією навчального процесу, необхідністю індивідуалізації навчання та пошуком ефективних засобів подолання абстрактності геометричного матеріалу. Проведене дослідження підтвердило, що інтеграція цифрових і інтелектуальних технологій є перспективним напрямом модернізації методики навчання геометрії.

Проведене дослідження засвідчило, що використання цифрових технологій та інструментів штучного інтелекту у процесі навчання геометрії є не лише актуальним напрямом модернізації шкільної математичної освіти, а й дієвим засобом підвищення якості засвоєння навчального матеріалу, розвитку просторового мислення та формування навчальної мотивації учнів. Геометрія як розділ математики, що поєднує абстрактні поняття, логічні доведення та просторові уявлення, особливо потребує візуалізації, динаміки й індивідуалізованого підходу, що й забезпечується сучасними цифровими рішеннями.

У процесі дослідження було теоретично обґрунтовано педагогічні засади застосування цифрових технологій у навчанні геометрії та визначено, що інтерактивні середовища, динамічні моделі й інтелектуальні сервіси створюють умови для переходу від репродуктивного навчання до діяльнісного та дослідницького. Аналіз науково-методичних джерел показав, що цифровізація математичної освіти відповідає сучасним освітнім стандартам і спрямована на формування ключових компетентностей, зокрема логічного, критичного та просторового мислення, уміння аналізувати й інтерпретувати інформацію, працювати з моделями та робити обґрунтовані висновки.

Встановлено, що особливості вивчення геометрії у шкільному курсі зумовлюють потребу у поєднанні візуального та логічного компонентів

навчання. Традиційні методи, засновані переважно на статичних зображеннях і фронтальному поясненні, не завжди забезпечують глибоке розуміння геометричних понять, особливо в темах, пов'язаних з аналітичною геометрією та просторовими побудовами. Саме тому інтеграція цифрових технологій, зокрема динамічних середовищ типу GeoGebra, дозволяє подолати абстрактність навчального матеріалу й зробити процес пізнання більш наочним і осмисленим.

Практична частина дослідження довела, що використання цифрових ресурсів у процесі вивчення теми «Рівняння кола» сприяє формуванню цілісного уявлення про взаємозв'язок між алгебраїчним записом і геометричним образом. Робота з параметричними моделями, повзунками та інтерактивними побудовами дозволяє учням самотійно досліджувати вплив параметрів рівняння на положення і розміри кола, що активізує пізнавальну діяльність і зменшує кількість типових помилок. Такі методичні матеріали демонструють високий дидактичний потенціал, оскільки поєднують наочність, варіативність і можливість самотійного відкриття знань.

Інтеграція сервісів штучного інтелекту у викладання геометрії розглядалась у роботі як інструмент методичної підтримки вчителя та засіб персоналізації навчання. Використання ШІ для генерації конспектів уроків, диференційованих завдань і навчальних матеріалів на основі чітко сформульованих педагогічних промптів засвідчило можливість оптимізації підготовки до уроку без зниження його дидактичної якості. Водночас встановлено, що ефективність застосування ШІ безпосередньо залежить від педагогічної компетентності вчителя, який виконує роль редактора, аналітика та модератора згенерованого контенту.

Особливу увагу в роботі приділено формувальному оцінюванню та адаптивному навчанню з використанням інструментів штучного інтелекту. Запропоновані завдання різних рівнів складності продемонстрували можливість диференціації навчального матеріалу відповідно до рівня підготовки учнів, що сприяє підвищенню навчальної мотивації, розвитку самоконтролю та відповідальності за результати власної діяльності. Адаптивні підходи

дозволяють своєчасно виявляти прогалини у знаннях і коригувати навчальну траєкторію, що є особливо важливим у вивченні складних тем геометрії.

Узагальнення результатів дослідження дає підстави стверджувати, що поєднання цифрових технологій і засобів штучного інтелекту з традиційними методами навчання створює ефективну модель викладання геометрії, орієнтовану на активну участь учнів у навчальному процесі. Цифрові інструменти забезпечують наочність і динамічність, а ШІ-сервіси – адаптивність і персоналізацію, що в комплексі підвищує якість математичної підготовки школярів.

Водночас у роботі наголошено на необхідності виваженого та відповідального використання цифрових і інтелектуальних інструментів. Штучний інтелект не повинен підміняти процес мислення учнів або зменшувати роль учителя, а має виступати засобом підтримки навчальної діяльності. Дотримання принципів академічної доброчесності, критичне ставлення до автоматично згенерованих матеріалів і методично обґрунтований добір цифрових ресурсів є обов'язковими умовами ефективного впровадження інновацій у шкільну практику.

Отже, результати магістерської роботи підтверджують доцільність і педагогічну ефективність використання цифрових технологій та штучного інтелекту у вивченні геометрії. Запропоновані методичні підходи сприяють формуванню глибокого розуміння геометричних понять, розвитку просторового мислення та підвищенню навчальної мотивації учнів. Отримані висновки можуть бути використані у практичній діяльності вчителів математики, у методичній роботі закладів освіти, а також у процесі професійної підготовки майбутніх педагогів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Андрощук М. В., Жук А. В. Використання середовища GeoGebra для вивчення шкільного курсу стереометрії (учнями 10-11 класів). *Universum*. 2024. № 13. С. 239–249. URL: <https://doi.org/10.36074/universum.13.2024>.
2. Беседін Б., Одінцова Є. Використання технології доповненої реальності під час вивчення геометрії в закладах загальної середньої освіти: методика навчання математики в закладах загальної середньої та вищої освіти. *Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ*. 2024. Т. 14. С. 84–88.
3. Бочарова Е., Турка Т. Використання комп'ютерних технологій при розв'язуванні тригонометричних рівнянь. *Матеріали конференцій МЦНД*. Житомир, Україна, 2024. С. 407–411.
4. Волошена В. Формування просторового мислення на уроках геометрії за допомогою технології доповненої реальності. 2022. С. 179–182.
5. Герасименко Л. Інноваційні технології в навчанні геометрії: комп'ютерні моделі і 3D графіка. *Педагогічні науки*. 2022. № 1(29). С. 45–53.
6. Годя Т. Ю. Використання штучного інтелекту при підготовці вчителя до уроків, присвячених вивченню функцій у старшій профільній школі. 2024. С. 66-70.
7. Гриб'юк О. О. Використання технологій штучного інтелекту вчителями математики в процесі дослідницького навчання для мотивації навчально-пізнавальної діяльності учнів: виклики, загрози та перспективи. *Педагогічна інноватика: сучасність та перспективи*. 2024. № 4. С. 116–126.
8. Гриб'юк О. О. Педагогічне проектування варіативних моделей комп'ютерно орієнтованих методичних систем дослідницького навчання предметів природничо-математичного циклу з використанням технологій штучного інтелекту. *Педагогіка формування творчої особистості у вищій і загальноосвітній школах: зб. наук. пр.* / ред. А. В. (. п. т. і. Сущенко. 2024. Т. 92. С. 93–102. URL: <https://doi.org/10.32782/1992-5786.2024.92.15.3>.
9. Гриб'юк О. О. Форми і методи використання технологій штучного інтелекту для професійного розвитку педагогічних кадрів: дидактичні та психофізіологічні

- аспекти дослідницького навчання. *Габітус: науковий журнал*. 2024. Т. 60. С. 55–68. URL: <https://doi.org/10.32782/2663-5208.2024.60.9.2>.
10. Гриценчук О. Використання штучного інтелекту в освіті: тенденції та перспективи в Україні та за кордоном. *UNESCO Chair Journal Lifelong Professional Education in the XXI Century*. 2024. Т. 2, № 10. С. 152–161.
 11. Денисенко А. М. Про використання GEOGEBRA в навчанні аналітичної геометрії. *Студентський науковий пошук-2022*. 2022. С. 6-8.
 12. Заїка О. В., Кухарчук Р. П. Застосування хмарних технологій під час вивчення курсу «Проективна геометрія та методи зображень». 2020. С. 57-62.
 13. Закидальська І. М. Інтерактивні методи навчання математики в базовій середній школі із застосуванням комп'ютерних технологій : Master's thesis. 2024. 74 с.
 14. Зіновєєв І. В., Манько Н. І. В. Створення засобами GeoGebra інтерактивних візуалізацій до геометричних задач в ході підготовки до НМТ. *Педагогічна Академія: наукові записки*. 2025. № 21. URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.16807346> (дата звернення: 18.08.2025).
 15. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики / Т. Крамаренко та ін. ; ред. М. І. Жалдак. Криворіз. держ. пед. ун-т, 2019. 444 с.
 16. Істер О. С. Модельна навчальна програма «Геометрія. 7-9 класи» для закладів загальної середньої освіти. *МОН*. URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/2023/Model.navch.prohr.5-9.klas/Matem.osv.galuz-2023/Heometriya.7-9%20kl.Ister.26.07.2023.pdf> (дата звернення: 18.08.2025).
 17. Ковтун Б. С. Система обробки графічного зображення на базі штучного інтелекту. 2025. 75 с.
 18. Кузнецов В. Віртуальна реальність і 3D моделі у навчанні геометрії. *Інноваційні освітні технології*. 2023. № 2(34). С. 67–75.
 19. Левіна С. А. Сучасні цифрові інструменти для навчання математики: робимо абстракцію доступною. *Освітній проект «На Урок» для вчителів*. URL: <https://naurok.com.ua/suchasni-cifrovi-instrumenti-dlya-navchannya->

- matematiki-robimo-abstrakciyu-dostupnoyu-469044.html (дата звернення: 20.08.2025).
- 20.Ленчук І. Г., Мосіюк О. О. Використання сучасних онлайн CAD сервісів при вивченні геометрії у старшій школі. 2024. С.36-38.
 - 21.Ленчук І. Г., Мосіюк О. О. Технології штучного інтелекту для формування критичного мислення учнів старшої школи під час навчання геометрії. *Інформаційні технології і засоби навчання*. 2025. Т. 107, № 3. С. 20–38.
 - 22.МакФарланд А. 9 найкращих інструментів ШІ для математики. *Unite.AI*. URL: <https://www.unite.ai/uk/best-ai-for-math-tools/> (дата звернення: 20.08.2025).
 - 23.Матяш О., Михайленко Л., Воевода А. Актуальні аспекти міжнародних досліджень використання інформаційних технологій навчання в галузі математичної освіти. *Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems*. 2022. № 60. С. 81–90. URL: <https://doi.org/10.31652/2412-1142-2021-60-81-90>.
 - 24.Мисюк О. Ю., Постова С. А., Черняк Ю. Г. Персоналізація STEM-навчання за допомогою ШІ: адаптивні платформи. *Педагогічна Академія: наукові записки*. 2025. № 16. URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.15109471> (дата звернення: 20.08.2025).
 - 25.Міллер Г., Жерновникова О. Використання комп'ютерних 3D моделей на уроках геометрії в ЗЗСО. *Journal of Geometry Education*. 2024. С.353-355.
 - 26.Мороз К. І. Використання ІКТ при вивченні математики у ЗЗСО (на прикладі 5 класу та розділу «Тригонометричні функції»). 2024. 79 с.
 - 27.Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту. *Google Docs*. URL: <https://drive.google.com/file/d/1R7sSqARamFKGx5qDhFazIjqU8g6VPufm/view> (дата звернення: 20.08.2025).

28. Семеніхіна О. В., Друшляк М. Г., Хворостіна Ю. В. Використання хмарного сервісу GeoGebra у навчанні майбутніх учителів природничо-математичних дисциплін. 2019. С.48-62.
29. Семеніхіна О. В., Друшляк М. Г. Інструментарій програми GeoGebra 5.0 і його використання для розв'язування задач стереометрії. *Інформаційні технології і засоби навчання*. 2014. Т. 44, № 6. С. 124–133. URL: <https://doi.org/10.33407/itlt.v44i6.1138> (дата звернення: 20.08.2025).
30. Сидоренко М. Використання 3D моделей для розвитку просторового мислення учнів. *Науковий вісник освіти*. 2023. № 4(41). С. 55–62.
31. Сидорук Л. Використання онлайн-дошки CLEVERMATHS для вивчення геометрії. *Головний редактор*. 2023. С. 154.
32. Тимчина В., Тимчина Н. Нові перспективи освітнього процесу: віртуальна та доповнена реальність. *New pedagogical thought*. 2020. Т. 101, № 1. С. 42–46.
33. Тушев А., Чупордя В. Застосування програми GeoGebra до формування дослідницьких умінь під час створення динамічних розробок з геометрії. *Фізико-математична освіта*. 2022. Т. 34, № 2. С. 43–49. URL: <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2022-034-2-007> (дата звернення: 20.08.2025).
34. Фоміна К. Застосування технології доповненої реальності у вивченні геометрії. *Сучасні проблеми моделювання*. 2020. Т. 19. С. 163–178.
35. Формування поняття плоского розміщення точок засобами метричної геометрії при вивченні метричних просторів / К. Валько та ін. 2023. С. 7-11.
36. Шевченко Т. Технології 3D моделювання у сучасному навчальному процесі. *Журнал педагогічних досліджень*. 2022. № 5(30). С. 74–82.
37. Baierle I. L. F., Gluz J. C. Programming Intelligent Embodied Pedagogical Agents to Teach the Beginnings of Industrial Revolution. *Intelligent Tutoring Systems. ITS 2018. Lecture Notes in Computer Science* / ed. by R. Nkambou, R. Azevedo, J. Vassileva. Cham, 2018. Vol. 10858. P. 3–12. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-319-91464-0_1 (дата звернення: 20.08.2025).

38. Baryshevskiy S. O., Kysliuk O. V. Модернізація системи оцінювання результатів навчання за допомогою нових інформаційних технологій. *Ukrainian Journal of Educational Studies and Information Technology*. 2017. Т. 5, № 1. С. 32–35. URL: <https://doi.org/10.32919/10.32919/uesit.2017.01.32-35> (дата звернення: 20.08.2025).
39. Bebbington K., MacLeod C. The sky is falling: Evidence of negativity bias in the social transmission of information. *Evolution and Human Behavior*. 2017. Vol. 38, no. 1. P. 92–101. URL: <https://doi.org/10.1016/j.evolhumbehav.2016.07.004>.
40. Chakraborty B., Chakma K., Mukherjee A. A density-based clustering algorithm and experiments on student dataset with noises using rough set theory. *IEEE International Conference on Engineering and Technology*. 2016. P. 431–436. URL: <https://doi.org/10.1109/ICETECH.2016.7569290> (date of access: 09.08.2025).
41. Datasheets for datasets / T. Gebru et al. *arXiv.org*. 2018. URL: <https://arxiv.org/abs/1803.09010/> (date of access: 25.08.2025).
42. Familiare B. Caratteristiche personali e contestuali e problematiche cognitive ed emotive. *Rassegna Italiana di Psicologia*. 2018. Vol. 35, no. 1. P. 41–56. URL: <https://hdl.handle.net/11573/1116494> (date of access: 07.08.2025).
43. Hrybiuk O. Improvement of the Educational Process by the Creation of Centers for Intellectual Development and Scientific and Technical Creativity. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. 2019. P. 370–382. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-030-18789-7_31 (date of access: 27.08.2025).
44. Hrybiuk O., Kant G. S. CleverCOMSRL: Implementation of an AI Computer-Aided Design System in the Context of the Cognitive Science Paradigm for the Research Training Process. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. 2024. P. 351–362. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-031-61575-7_32 (date of access: 05.07.2025).
45. Levendowski A. How copyright law can fix artificial intelligence's implicit bias problem. *Washington Law Review*. 2018. Vol. 93, no. 2. P. 579–630. URL: <https://digitalcommons.law.uw.edu/wlr/vol93/iss2/2> (date of access: 13.08.2025).

46. Maseleno A. Demystifying Learning Analytics in Personalised Learning. *International Journal of Engineering & Technology*. 2018. Vol. 7, no. 3. P. 1124–1129. URL: <https://doi.org/10.14419/ijet.v7i3.9789> (date of access: 17.08.2025).
47. Nkambou R., Azevedo R., Vassileva J. Intelligent Tutoring Systems. 14th International Conference. *ITS* 2018. 2018. URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-91464-0> (date of access: 25.08.2025).
48. Penprase B. E. The Fourth Industrial Revolution and Higher Education. *Higher Education in the Era of the Fourth Industrial Revolution*. 2018. P. 207–229. URL: https://doi.org/10.1007/978-981-13-0194-0_9 (date of access: 14.08.2025).
49. Software for Exascale Computing - SPPEXA 2016-2019 / ed. by H.-J. e. a. Bungartz. Cham : Springer International Publishing, 2020. URL: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-47956-5> (date of access: 19.08.2025).
50. Van Brummelen J., Tabunshchyk V., Heng T. “Alexa, Can I Program You?”: Student Perceptions of Conversational Artificial Intelligence Before and After Programming Alexa. *IDC’21: Interaction Design and Children*. 2021. P. 305–313. URL: <https://doi.org/10.1145/3459990.3460730> (date of access: 17.08.2025).
51. Yang Z., Talha M. A Coordinated and Optimized Mechanism of Artificial Intelligence for Student Management by College Counselors Based on Big Data. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*. 2021. Vol. 2021. P. 1–11. URL: <https://doi.org/10.1155/2021/1725490> (date of access: 13.08.2025).
52. Zanetti M. Prejudice and labelling: the role of the teacher in the development of deviant behaviours. *Formazione & Insegnamento*. 2018. Vol. 16, no. 2. P. 193–204. URL: <https://ojs.pensamultimedia.it/index.php/siref/article/view/3044> (date of access: 17.08.2025).