

**Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний педагогічний університет
імені Володимира Гнатюка**

**Факультет педагогіки і психології
Кафедра педагогіки і методики початкової та дошкільної освіти**

Кваліфікаційна робота
НЕСТАНДАРТНІ ЗАДАЧІ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ
МАТЕМАТИЧНИХ ЗДІБНОСТЕЙ МОЛОДШИХ ШКОЛЯРІВ

Спеціальність 013 Початкова освіта
Освітня програма «Початкова освіта»

Здобувача вищої освіти
освітнього ступеня «магістр»
факультету педагогіки і психології
Гардави Ірини-Маріам В'ячеславівни

НАУКОВИЙ КЕРІВНИК:
кандидат педагогічних наук,
доцент кафедри педагогіки і методики
початкової та дошкільної освіти
Жаркова Ірина Іванівна

РЕЦЕНЗЕНТ:
кандидат педагогічних наук, доцент,
доцент кафедри початкової та
дошкільної освіти Львівського національного
університету імені Івана Франка
Шаран Олександра Василівна

Тернопіль – 2025

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. Теоретичне дослідження особливостей розвитку математичних здібностей у молодших школярів.....	7
1.1. Здібності, їх класифікація. Характеристика здібностей дітей молодшого шкільного віку.....	7
1.2. Характеристика структури математичних здібностей.....	12
1.3. Розвиток математичних здібностей в учнів початкової школи.....	20
1.4. Класифікація нестандартних задач та особливості їх використання в початковій школі.....	25
РОЗДІЛ 2. Експериментальне дослідження розвитку математичних здібностей у молодших школярів.....	33
2.1. Вивчення вихідного рівня сформованості математичних здібностей в учнів початкової школи.....	33
2.2. Практика використання нестандартних задач для розвитку математичних здібностей у молодших школярів.....	44
2.3. Аналіз ефективності розвитку математичних здібностей у молодших школярів.....	57
ВИСНОВКИ.....	63
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	66
ДОДАТКИ.....	73

ВСТУП

Світ математики — це світ кількісних, функціональних, просторових та інших відношень, виражених за допомогою числової та іншої знакової символіки — дуже специфічний та своєрідний. Математик має справу з умовними символічними позначеннями математичних відношень, мислить ними, оперує, комбінує. В цьому, дуже своєрідному світі, в процесі доволі специфічної математичної діяльності загальна здатність так перетворюється, так трансформується, що залишаючись загальною за своєю природою, виступає вже як специфічна здатність.

На сучасному етапі стає актуальною проблема розвитку математичних здібностей учнів уже в початковій школі. Це впливає з того факту, що здібності передбачають нову діяльність, виходять за рамки тієї, що вже склалася. Між здібностями і діяльністю існує взаємозалежність.

Проблема розвитку математичних здібностей дітей в сучасному житті набуває великого значення. Це пояснюється, перш за все, бурхливим розвитком інформаційно-комунікаційних технологій та проникненням їх у різні галузі знань. В математиці закладені величезні можливості для розвитку мислення дітей, в процесі їхнього навчання із самого раннього віку. Формування початкових математичних знань та умінь у дітей молодшого шкільного віку має здійснюватися так, щоб навчання давало не тільки безпосередній практичний результат, але й широкий розвивальний ефект.

У вирішенні цього завдання особливо велика роль психологічної науки. Особливий інтерес мають дослідження таких авторів як І. Загурська, В. Климчук, Г. Колінець, С. Максименко, О. Музика, Н. Никончук, О. Скрипченко, Б. Якимчук та інших, які досліджували психологічну складову формування та розвитку здібностей.

Загалом проблему розвитку здібностей особистості вивчали Ж. Адамар, А. Біне, А. Давиденко, Т. Зорочкіна, В. Моляко, А. Пуанкаре, Т. Равлюк, В. Рогозіна, Д. Уабер, М. Фергюсон та інші.

Аналіз літератури виявив ряд авторів, які займалися проблемою розвитку в учнів саме математичних здібностей у процесі навчання. Це: І. Акуленко, О. Боряк, О. Буковська, Ю. Клименюк, Т. Корольський, Н. Маланюк, О. Масюк, О. Остапчук, В. Панченко, Л. Семенець та інші.

Крім системи типових задач, розв'язувати які має вміти кожен учень, в освітньому процесі все частіше стали використовувати і такі задачі, які не вкладаються в цю систему. Їх у методичній літературі називають нестандартними (нетиповими).

Аналіз досвіду роботи в початковій школі показує, що нестандартні задачі знаходять все частіше і ширше використання в навчанні математики. Разом з тим, вивчення досвіду роботи вчителів початкової школи свідчить, що в реальному освітньому процесі розв'язування нестандартних задач використовується епізодично, безсистемно, із недостатнім урахуванням вікових особливостей молодших школярів та дидактичної ситуації на уроці. Багато вчителів початкових класів недостатньо володіють методикою розв'язування нестандартних задач. Причиною цього, на наш погляд, є відсутність науково обґрунтованої системи завдань підвищеної складності, методики використання такої системи та методичного аналізу розв'язання задач підвищеної складності.

Аналіз літератури з методики навчання математичної освітньої галузі та вивчення праць дослідників, питань навчання учнів розв'язувати нестандартні задачі з математики показав, що на сьогодні вони висвітлені недостатньо глибоко в методиці навчання математики.

Недостатня розробка цієї проблеми та об'єктивна необхідність підвищення кінцевих якісних показників навчання математики в початковій школі зумовили вибір **теми кваліфікаційної роботи**: «Нестандартні задачі як засіб розвитку математичних здібностей молодших школярів».

Мета дослідження: виявлення та обґрунтування умов, що сприяють розвитку математичних здібностей молодших школярів шляхом навчання розв'язувати нестандартні задачі.

Об'єкт дослідження: процес розвитку математичних здібностей молодших школярів під час навчання розв'язувати нестандартні задачі.

Предмет дослідження: умови, що сприяють розвитку математичних здібностей молодших школярів з допомогою навчання розв'язувати нестандартні задачі.

Завдання дослідження:

1) вивчити психолого-педагогічну і методичну літературу із досліджуваної проблеми;

2) розкрити зміст понять «здібності», «математичні здібності», «нестандартні математичні задачі»;

3) розробити методичний комплекс для навчання молодших школярів розв'язуванню нестандартних задач і реалізувати його у формі математичного гуртка;

4) експериментально перевірити ефективність запропонованого комплексу для навчання молодших школярів розв'язуванню нестандартних задач і методичної системи та здійснити порівняльний аналіз рівнів розвитку математичних здібностей в учнів початкових класів.

Тема, мета і завдання дослідження зумовили вибір сукупності **методів:** теоретичний аналіз психолого-педагогічної та навчально-методичної літератури; емпіричні, об'єднані в рамках констатувального, формувального і контрольного етапів дослідження включали: спостереження, анкетування і тестування; педагогічний експеримент; математичну обробку даних, порівняльний і графічний аналіз результатів дослідження.

Теоретичне значення дослідження полягає в уточненні змісту поняття — завдання підвищеної складності, у збагаченні знань про розумові можливості молодших школярів, які проявляються під час розв'язування різних видів завдань підвищеної складності, у розробці методичних основ розвиваючого навчання молодших школярів в умовах диференціації навчання математики.

Практичне значення дослідження: матеріали можуть бути використані як методичні рекомендації із навчання математики в початковій школі.

База дослідження: середня загальноосвітня школа № 54 імені Квітки Цісик м. Львова. У дослідженні брали участь учні 3-В (експериментального) і 3-А (контрольного) класів.

Апробація результатів дослідження. Матеріали дослідження доповідались та обговорювались на науково-практичних конференціях: І Всеукраїнська науково-практична конференція здобувачів вищої освіти і молодих учених (з міжнародною участю) «Сучасна освіта в глобальному і національному вимірах: виклики, загрози, ефективні рішення» (м. Тернопіль, 17 жовтня 2024 року); Всеукраїнська студентська науково-практична конференція «Студентська молодь у науці» (м. Хмельницький, 12 травня 2025 року), Всеукраїнська науково-практична конференція «Інновації в початковій і спеціальній освіті: досягнення і перспективи» (м. Черкаси, 14 травня 2025 року).

Структура кваліфікаційної роботи відображає логіку дослідження і складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел і додатків.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ РОЗВИТКУ МАТЕМАТИЧНИХ ЗДІБНОСТЕЙ У МОЛОДШИХ ШКОЛЯРІВ

1.1. Здібності, їх класифікація. Характеристика здібностей дітей молодшого шкільного віку

Як зазначається у педагогічному словнику, здібності — це «...стійкі індивідуальні психічні властивості людини, які є необхідною внутрішньою умовою її успішної діяльності. Вони виявляються в тому, як людський індивід учиться, набуває певні знання, уміння й навички, освоює певні галузі діяльності, включається у творче життя суспільства» [13, с. 135].

Здібності не мають прямого відношення до умінь, знань і навичок, а проявляють себе в швидкості, глибині та ґрунтовності розуміння способів і прийомів діяльності. Вони дані людині від народження, тому вже в дитинстві проявляються нахили дитини до того чи іншого заняття. У здібностях поєднуються природне й соціальне. Природною основою здібностей є задатки.

У психолого-педагогічній літературі вирізняють такі здібності [56]:

- вроджені здібності людини. Як правило, їх ніхто не помічає і не звертає на них увагу. Через що з часом здатність радіти, бути в теперішньому часі, спілкуватися, грати, насолоджуватися життям, щиро проявляти емоції, відчувати любов, бути активним і щасливим втрачається;
- приховані можливості людини. Вони теж бувають вродженими, але нерідко проявляються в результаті раптових потрясінь, критичних ситуацій, у переважній більшості негативного характеру. Тоді людина раптом «прозріває», стає ясновидцем, їй підвладна телепатія, рентгенівський зір та інші феномени;
- таланти. Вони є вищим ступенем розвитку здібностей особистості. Саме їх найчастіше ми маємо на увазі під словосполученням «здібності людини». Коли індивід реалізується в якійсь діяльності, досягаючи значних висот, то є талант — музичний, художній, літературний, спортивний і т. ін. Якщо дитині

подобається чимось займатися, то має сенс звернути на це заняття пильну увагу і допомогти їй ступити на шлях розвитку свого таланту.

Визначальним у розвитку здібностей є умови життя і взаємодія з навколишнім середовищем. Здібності людини розвиваються в процесі засвоєння нею суспільного досвіду, виховання та навчання, а також у процесі трудової діяльності.

Одна із важливих і складних тем в психології — здібності людини, їх поява, становлення і розвиток. Слід зазначити, що немає чіткого визначення цієї категорії. Наприклад, О. Вовченко [12] говорить про те, що здібності в психології можна розглядати як індивідуальні особливості, які відрізняють одну людину від іншої.

Якщо йдеться про здібності особистості, то, перш за все, мають на увазі її можливості в певному виді діяльності. Наприклад, людина може бути хорошим столяром, з легкістю освоювати іноземну мову, розуміти математичні закономірності і легко розв'язувати задачі. Всі ці дії вона виконує з урахуванням того, що інші люди, які навчаються разом з нею, гірше володіють цими навичками, не так проявляють свої здібності. В психології цей термін можна визначити як наявний у індивіда певний потенціал, який він може розвивати для досягнення кращих результатів.

У розмовах батьків, які обговорюють можливості своїх дітей, часто звучать фрази про те, що їхня дитина проявляє ті чи інші здібності. Як правило, коли йдеться про дошкільників, то мають на увазі, що дитина добре малює або більше розвинута порівняно із своїми однолітками у фізичному плані, що дозволяє досягати їй високих результатів у спорті.

Здібності в психології часто асоціюють із таким терміном як і «обдарованість». Це порівняння виправдане, оскільки, якщо допомагати дитині розвивати свої вміння, удосконалювати їх, то через певний проміжок часу можна буде сказати про неї, що вона є обдарованою. Наприклад, Т. Зорочкіна [24] стверджує, що якщо дошкільник проявляє інтерес до живопису чи музики, йому

подобається цим займатися, то слід подумати про те, щоб записати його в якийсь гурток, щоб розвинути здібності.

В психології досягнення талановитої людини є результатом злагодженої роботи її нервово-психічних властивостей і безпосередньо самої діяльності. Саме тому такі люди дещо розсіяні, незібрані, постійно відволікаються. Зате, коли того потребують обставини, вони з легкістю мобілізують всі свої зусилля для досягнення високих результатів саме в сфері власної обдарованості.

Розглянемо, як виявляються здібності людини. Оскільки це ті якості, завдяки яким індивід доволі легко набуває знань і успішний в якійсь діяльності, можна говорити про певний вроджений їх характер, про генетичну схильність. При цьому без уваги не залишається і сам процес розвитку цих навичок. Не зовсім правильно говорити про здібності людини до живопису, якщо її не намагалися залучити до малювання, адже тільки в процесі планомірного навчання цьому виду діяльності можна з'ясувати правду про їх наявність чи відсутність.

Розвиток здібностей психологія пояснює доволі просто: для цього потрібні лише невеликі задатки. Але в більшості людей, на думку Г. Кагальняк, Г. Шулдик, Б. Якимчук, Л. Данилевич [56], при народженні є такі, проте одні стають більш здібними, ніж інші, бо тільки удосконалюючи те, що закладено природою, ви можете досягти високих результатів.

Розглянемо структуру здібностей.

Діяльність (трудова, навчальна чи інша), якою оволодіває людина, висуває високі вимоги до її психологічних якостей (особливостей інтелекту, емоційно-вольової сфери, сенсомоторики). Ці вимоги не може задовольнити одна якась якість, навіть якщо вона досягла дуже високого рівня розвитку. Думка, що окремо взята психічна властивість може забезпечити високу продуктивність діяльності, виступити як еквівалент всіх здібностей, позбавлена наукової достовірності. Здібності є сукупністю психічних якостей, що мають складну структуру.

Структура сукупності психічних якостей, яка виступає як здатність, в кінцевому результаті, визначається вимогами конкретної діяльності і є різною для різних видів діяльності.

Здібності людини до певного виду діяльності мають складну структуру, що є сукупністю особливостей психіки. Зокрема, наприклад, у структуру музичних здібностей включається: музичний слух, здатність до слухових уявлень, музично-ритмічне чуття. Літературні здібності складаються із таких компонентів: високого рівня естетичного чуття, потреби до самовираження, оригінальної, досконалої мови, схильності до фантазування, високого рівня розвитку образної пам'яті.

Успішність виконання тієї чи іншої діяльності залежить від поєднання здібностей. За відсутності задатків до розвитку якихось здібностей їх дефіцит можна надолужити за рахунок розвитку інших здібностей, або через набуття навичок, або за рахунок формування індивідуального стилю діяльності. Такого роду заміщення є компенсаторними можливостями психіки [35].

Будь-які задатки, перш ніж перетворитися на здібності, мають пройти великий шлях розвитку. Зокрема, в період від народження до 6-7 років відбувається удосконалення роботи всіх аналізаторів, розвиток і функціональна диференціація окремих ділянок кори головного мозку, зв'язків між ними та органами руху, особливо, рук, що є умовою для розвитку загальних здібностей. Молодший і середній шкільний вік — період прискореного розвитку спеціальних здібностей. Необхідними умовами їх становлення в цей період є гра, творча, мотивована і різноманітна діяльність, яка має знаходитися в «зоні потенційного розвитку», тобто на межі можливостей дитини. Крім того, становлення здібностей здійснюється спільно із розвитком вольової сфери людини, а також визначається якістю навчання й виховання.

Здібності поділяються на загальні — такі, що виявляються у всякій діяльності, і спеціальні, характерні для певних її видів (математичні, технічні, музикальні та ін.). Розглянемо види здібностей.

За широтою і спрямованістю виділяють такі види здібностей [56]:

- загальні здібності — сприятливі можливості розвитку особливостей психіки людини, однаково важливі для багатьох видів діяльності. До них, наприклад, належать розумові здібності, тонкість і точність рухів руки, розвинута пам'ять і мовлення та ін.;

- спеціальні здібності — визначають успішність людини в специфічних видах діяльності, для якої необхідні задатки особливого роду. Це, наприклад, математичні, музичні, технічні, лінгвістичні та ін.

В перші дні в школі дитина не сприймає всю інформацію, яка надходить. Це відбувається через адаптацію дитини до нових умов. У кожного школяра час на адаптацію свій. Комуś достатньо тижня, а хтось не може звикнути до нового середовища цілий місяць. Розвиток здібностей молодших школярів починається з простої гри. Через гру можна знайомити малюка з багато чим.

Особливе місце приділяється розвитку творчих здібностей. Дитячі психологи стверджують, що через творчі здібності молодших школярів можна багато розповісти про ту чи іншу дитину, а саме про рівень її розвитку, про психологічну готовність до школи і розвиток інших, не менш важливих психологічних процесів. Саме через творчість більшість дітей засвоюють складні задачі.

Тепер в кожній школі особлива увага приділяється обстановці класної кімнати. Комп'ютерні столи чи парти ставлять не одну за одною, а одну навпроти друга. Таким чином, дитині не потрібно привставати, щоб щось побачити на дошці. Навіть така, здавалось би дрібниця, сприяє правильному розвитку дитини. В наш час, зазначає Л. Олексієнко [48], завдяки психологічному підходу, в школах враховують багато нюансів, на які раніше не звертали увагу. Щоб розвиток творчих здібностей молодших школярів відбувалось повноцінно, крім уроків у класі, проводяться різноманітні екскурсії в музеї і на виставки. Таким чином, діти не просто розвиваються, їм вже з дитинства прищеплюють життєві цінності і сенс.

1.2. Характеристика структури математичних здібностей

У структурі математичних здібностей молодшого школяра виділяють такі шість компонентів:

- 1) формалізоване сприйняття математичного матеріалу;
- 2) узагальнення математичного матеріалу;
- 3) згорнутість математичного мислення — тенденція мислити у процесі математичної діяльності скороченими структурами;
- 4) гнучкість розумового процесу;
- 5) прагнення до своєрідної економії розумових зусиль — до «витонченості» рішень;
- 6) математична пам'ять [52].

Розкриємо зміст кожного компонента.

Формалізоване сприйняття математичного матеріалу. В «зародковій» формі цей компонент починає проявлятися вже у 2-3 класах (до 8 років). У більш здібних до математики учнів під впливом навчання формується прагнення розібратись із умовою задачі, зіставити її дані. Їх починає цікавити задача не просто як окремі величини, а саме відношення величин. Якщо менш здібні учні сприймають окремі, конкретні елементи задачі, які не пов'язані один з одним, і відразу після читання задачі, починають робити різні дії з усіма цими числами (додавати, віднімати, а в подальшому, множити і ділити), не замислюючись над змістом задачі і не намагаючись виокремити основні відношення, то у більш здібних учнів з'являється своєрідна потреба при сприйнятті умови задачі, розкривати ці відношення, пов'язувати окремі показники та величини. Поки цей процес ще більш менш «розтягнутий» у часі: швидко визначити потрібне відношення спостерігається лише в дуже простих задачах у найбільш здібних учнів.

Поступово здібні учні починають бачити у задачі відношення між певними величинами, тому вони часто не надають великого значення тому, про які конкретно предмети йдеться в задачі, аж до того, що плутають назви предметів/явищ, про які говорять. Зокрема, розв'язуючи задачу про яблуно: «У

саду було 9 яблунь, одна з них засохла. Садівник посадив ще 6 яблунь. Скільки стало яблунь у саду?» — такі учні у відповіді можуть записати: «Стало 14 дерев».

Менш здібні учні дотримуються точної назви предметів, у задачах вони бачать не якісь математичні відношення, а лише конкретні предмети, з якими треба щось робити. У тій же задачі про яблуні, учневі не можна переформулювати питання: Скільки яблунь стало в саду? на «Скільки дерев стало в саду?», — оскільки це питання для учня має відношення до іншої задачі. Якщо після розв'язання задачі про яблуні учням запропонувати схоже завдання про груші: «У саду росло 9 груш, одна з них засохла. Садівник посадив ще 6 груш. Скільки стало в саду груш?» — вони почнуть вирішувати її як зовсім нове завдання.

Те саме спостерігається і під час конструювання задач учнями. Менш здібні починають із предметного змісту («складатиму задачу про яблука»), потім згодом вводять відношення («складатиму задачу на «більше – менше»), і тільки потім «опредмечували» їх («На моїй яблуні — 20 яблук, а на Наталчиній — 18 яблук»).

Виокремлюючи відношення, на думку О. Веділіної [10], більш здібні учні і ті, що навчаються на середній рівень, вже у 2-3 класах починають диференціювати дані, а саме:

- виділяти ті, що необхідні для розв'язання;
- усвідомлювати, яких величин бракує;
- відкидати зайву, непотрібну інформацію (зокрема, і числові дані).

Поступово процес первинного орієнтування в умові задачі починає згортатися. «Згорнутий» характер сприйняття виразно видно під час вирішення елементарних задач, де менше даних, і тому полегшується сприйняття всієї системи відношення загалом. Тенденція до «згорнутого» сприйняття посилюється від 2 до 4 класу.

У більш здібних учнів спостерігається явно виражена тенденція до своєрідного аналітико-синтетичного сприйняття умови задачі: вони сприймають не лише поодинокі елементи, а й своєрідні «сміслові математичні структури»,

комплекси взаємопов'язаних математичних величин та категорій. Зрозуміло, зазначена особливість проявляється на порівняно нескладному арифметичному матеріалі і, отже, більш-менш елементарному рівні. Подальший розвиток аналітико-синтетичного сприйняття умови задачі йде шляхом згортання (скорочення) цього процесу.

У молодшому шкільному віці процес первинного аналізу-синтезу даних умови не дуже складного завдання в дуже здібних учнів максимально «згорнутий», обмежений в часі, тому практично зливається з моментом сприйняття: не розбивається на етапи аналізу та синтезу даних, не помітні елементи міркування.

Тенденція до формалізації сприйняття, виділення формальної структури в середньому віці набуває у більш здатних учнів широкого характеру.

У молодшому шкільному віці починається, а в старшому шкільному віці досягає значного розвитку ще одна здатність сприйняття учнями математичного матеріалу: своєрідна багатогранність, багатоплановість сприйняття, коли одна й та сама задача, той самий математичний вираз сприймаються, оцінюються з різних точок зору.

У школярів старшого шкільного віку під впливом навчання формується та розвивається аксіомоподібне мислення, що проявляється у тенденції дослідити завдання на достатність (повноту) та на спільність (несуперечність цих умов); тенденції відокремлювати твердження, що постулює, від виведеного.

Все вищесказане свідчить про виникнення під впливом шкільного навчання тенденції до формалізації математичного матеріалу в процесі його сприйняття, здатності вбачати у конкретному математичному виразі чи задачі їхню формальну структуру. Учень при цьому відволікається від конкретних даних і сприймає насамперед лише чисті відношення між величинами. Зазначена тенденція виникає у здібних учнів вже наприкінці молодшого шкільного віку та помітно посилюється до старшого віку. При цьому учневі потрібно аналізувати дедалі менше однотипних виразів на розсуд формальної структури типу. У

результаті виникає здатність виділити формальну структуру типу в результаті аналізу лише одного явища без зіставлення його з низкою інших схожих явищ.

Узагальнення математичного матеріалу. Здатність до узагальнення математичного матеріалу як здатність схоплювати загальне у різних задачах і прикладах і, відповідно, бачити різне загалом починає складатися раніше за всі інші компоненти.

Вже у 1 класі можна спостерігати прояву узагальнення у елементарних формах. На цьому етапі розвитку учнів ще рано говорити про цю здатність як специфічну здатність до узагальнення саме математичного матеріалу. Швидше, тут можна говорити про загальну здатність до узагальнення, як один із проявів властивостей навчання.

На початкових етапах шкільного навчання математичні узагальнення зазвичай формуються поступово і поширюються на порівняно обмежене коло явищ. З віком узагальнення стає дедалі ширшим, розповсюджується на більше коло однорідних математичних явищ.

У молодшому шкільному віці спостерігається відносно простіший вид узагальнення — рух від часткового до загального — вміння побачити у частковому загальне, іншими словами, підвести окремий випадок під загальне правило. Цей вид узагальнення досягає великого розвитку в середньому шкільному віці. Чим здібніший учень, тим успішніше справляється він із завданнями на відповідне узагальнення. Зазвичай, лише на початку середнього шкільного віку спостерігається узагальнення індуктивного характеру — від часткового до невідомого загального.

Розвиток здатності до узагальнення йде по лінії поступової кількості спеціальних однотипних вправ, які є причиною такого узагальнення. У найбільш здібних учнів таке узагальнення настає одночасно, шляхом аналізу одного окремо взятого явища в ряді схожих явищ, як здатність побачити ще невідоме загальне в одиничному. Шлях узагальнення «від (багатьох) часткових до невідомого загального» поступово трансформується на якісний шлях «від (одного) часткового до невідомого загального».

Ця здатність тісно пов'язана зі здатністю до формалізованого сприйняття математичного матеріалу, і за аналогією з «формалізованим сприйняттям» можна говорити про «формалізоване рішення».

Для здібних учнів взагалі характерним є узагальнене розв'язування задач (тенденція розв'язувати кожен конкретну задачу у загальному вигляді). В елементарній формі ця тенденція відзначена і у молодших школярів, які вільно вирішують задачі такого типу: «Магазин отримав 8 мішків борошна по 2 кг у кожному. Протягом дня продали 3 мішки борошна. Скільки кілограмів борошна залишилося?».

Для здібних до математики школярів характерне як узагальнення конкретного матеріалу, так і переведення вже узагальненої інформації на більш загальний план.

Якщо дитина, на думку О. Корчевської [30], розв'язуючи задачу в загальному вигляді, розв'язує так само всі задачі цього виду, то старший школяр намагається вирішити не тільки заданий тип задачі, але і більш загальну задачу частковим способом, яким вирішена ним завдання.

Здібні до математики старшокласники підіймаються до рівня узагальнення методів, принципів підходу до аналізу та вирішення завдань різними способами; ці методи відрізняються різним ступенем узагальненості.

Опишемо мотивацію діяльності узагальнення. У молодшому шкільному віці узагальнення викликається деяким зовнішнім стимулом: вказівка вчителя, логіка завдання чи його вимога, — потреби узагальнення тут найчастіше немає. З розвитком учня в процесі навчання спостерігається все більша незалежність узагальнення від зовнішніх стимулів, і вже в середньому шкільному віці явно з'являється потреба в узагальненні навіть тоді, коли жодної зовнішньої потреби в цьому немає. Особливого розвитку вона досягається у старшому шкільному віці у здібних до математики учнів. Таким чином, мотивація діяльності узагальнення рухається від зовнішньої необхідності до внутрішньої потреби.

Згорнутість мислення. Згорнутість, скороченість міркування та системи відповідних дій у процесі математичної діяльності є, на думку М. Богдановича

[4], специфічною для здатних до математики учнів в основному старшого шкільного віку, хоча виразно вбачається і в середньому (підлітковому) віці.

Цей компонент математичних здібностей у молодшому шкільному віці проявляється лише в елементарній формі, при вирішенні здібними учнями лише найпростіших завдань; як тільки завдання ускладнюється, вона учнем обмірковується і вирішується крок за кроком, міркування розгорнуті та деталізовані. Процес згортання зрозуміліше виражений у здатних учнів після вирішення ними низки однотипних задач та прикладів. При цьому частіше опускаються окремі ланки міркування, дії зазвичай зберігаються і відтворюються на папері послідовно. Наприклад, під час розв'язування задачі: «Для шкільної виставки діти зробили 32 малюнки, 5 учнів третього класу зробили по 4 малюнка, інші малюнки зробили 6 учнів другого класу порівну. Скільки малюнків зробили для виставки учні 2 класу?» — такий учень відразу після першого прочитання завдання здатний підбити підсумок: $12 : 6 = 2$ (малюнка) зробив кожен учень 2 класу. Таким чином, два попередні етапи у розв'язанні задачі були проведені подумки і дуже швидко: $4 \times 5 = 20$, $32 - 20 = 12$ або $32 - 4 \times 5 = 12$.

Можна виділити два напрями розвитку компонента математичних здібностей, що розглядається, від середнього до старшого віку. З одного боку, багаторазовість повторення однотипного мислення та системи відповідних дій, що є на ранніх вікових етапах необхідною умовою початку процесу згортання, поступово перестає бути такою необхідною умовою. Міркування та система відповідних дій починають згортатися відразу ж при вирішенні нового типу завдань.

Другий напрям розвитку стосується усвідомлення школярами пропущених ланок міркування.

Спочатку пропущені ланки усвідомлюються: учні не озвучують і не візуалізують їх, але вони явно «присутні» у думках вголос та у письмовому відтворенні відповідних дій, внаслідок чого можна спостерігати паузи, що припадають саме на ті ланки, які пропускаються.

Надалі редуковані ланки вже не усвідомлюються у момент відтворення відповідних дій: паузи у відповідних місцях не спостерігаються; проте міркування легко може бути розгорнуте, тобто відновлені всі пропущені ланки, і це може бути зроблено учнем у будь-який момент — коли виникають труднощі або на вимогу вчителя.

Нарешті, на більш пізніх етапах розвитку, коли учень мислить згорнутими структурами, він відчуває труднощі, якщо стикається з необхідністю розгорнути процес міркування з усією повнотою. В окремих випадках учням явно важко обґрунтувати свій хід думки, заявляючи, що для них це очевидно, а вони ніколи не замислювалися над тим, як пояснити очевидне.

Гнучкість розумового процесу. У початковій формі цей компонент був виявлений лише у здатних до математики молодших школярів, у більшості не виявлено явної тенденції шукати кілька різних шляхів вирішення однієї й тієї ж задачі, переключаючись з одного ходу думки на інший (такий перехід є для них складним). Більше того, у молодших школярів вимога знайти ще один спосіб розв'язання задачі викликає подив. Для багатьох із них неприйнятна сама думка про те, що задача може мати кілька правильних рішень. Але здібні до математики учні вже до закінчення початкової школи демонструють гнучкість розумових процесів у ході пошуків інших рішень. Однак слід зазначити, що ніколи це не відбувається за їхньою власною ініціативою, а завжди після спрямовуючих запитань учителя. Менш здібні до математики учні навіть у старших класах важко переключаються з однієї розумової операції на іншу, вони зазвичай дуже скуті знайденим раніше способом розв'язання, схильні до шаблонних і трафаретних ходів думок. Цікаво, що в схожих випадках справа полягає не в тому, що важко переключитися з простого на складніший спосіб розв'язання; найчастіше важко переключитися і з більш трудомісткого на більш легкий спосіб, якщо перший є звичним, а другий — новим і незнайомим. Один спосіб гальмується іншим.

Розвиток гнучкості мислення йде шляхом все більш повного звільнення від сковуючого впливу попереднього ходу думки. У більш здібних до математики

школярів, на думку О. Митника [43], злам і перебудова способів мислення, що склалися, відбуваються швидко і без зайвих проблем; вони з власної ініціативи знаходять різні шляхи вирішення завдань.

5. *Прагнення до економії розумових зусиль, раціональності.* Тенденція до оцінки низки можливих способів розв'язання та вибору з них найяскравішого, найпростішого та найекономнішого, найбільш раціонального рішення у молодшому шкільному віці ще не чітко виражена. Лише найбільш здібні оцінювали різні рішення як «простіше» і «складніше», «краще» і «гірше», виходячи при цьому лише з кількості операцій, що виконуються. Зазначена тенденція починає помітно виявлятися лише у середньому шкільному (підлітковому) віці.

Якщо для учнів із середніми здібностями мета полягає в тому, щоб розв'язати задачу, то для здібних до математики вона полягає в тому, щоб розв'язати її найкращим, найбільш економним способом. Хоча дітям і не завжди вдається знайти найбільш раціональний розв'язок задачі, у більшості випадків вони обирають шлях, який швидше та легше приводить до мети.

Особливого розвитку аналізований компонент математичних здібностей досягає у старшому шкільному віці. Ця тенденція властива всім здібним до математики старшокласникам і проявляється при цьому у дуже яскравій та виразній формі: після розв'язання задачі зазвичай починаються творчі пошуки, спрямовані на дослідження та покращення знайденого способу з метою знайти найбільш економний та раціональний.

Математична пам'ять. Проявів власне математичної пам'яті у її розвинених формах (коли запам'ятовувалось би лише узагальнення та розумові схеми) у молодшому шкільному віці не спостерігається: всі учні (і здібні до математики, і всі інші) зазвичай однаково запам'ятовують і конкретні дані та відношення, і узагальнені математичні структури (формули, правила). В їхній пам'яті зберігається загальне та часткове, суттєве та несуттєве, потрібне та непотрібне. Оскільки основним для молодших школярів таки поступово стає

відношення даних задачі, то якщо вони щось і забудуть, то це найімовірніше не математичні відношення, а числа і конкретні дані.

1.3. Розвиток математичних здібностей в учнів початкової школи

Всі здібності поділяються на різні групи залежно від часу їх утворення або їх спрямованості. Психологи виділяють природні і набуті здібності. Основна їх відмінність в тому, що стосовно першого виду вчені підтверджують, що всі таланти появляються на основі задатків, а щодо другого — повністю спростовують цю теорію. Набуті — це ті здібності, які формуються під безпосереднім впливом соціуму і навколишніх умов.

Здібності можуть бути:

- загальними або спеціальними. Перший вид контролює розвиток розумової діяльності, а також пам'ять, увагу і мислення; другий — регулює успіхи людини в різних сферах діяльності;
- теоретичними або практичними залежно від типу мислення і домінуючого типу діяльності;
- навчальними або творчими. Перші допомагають здобувати знання, другі створювати твори мистецтва.

Розуміючи, що таке задатки і здібності, кожна людина може впливати на свою успішність в різних сферах діяльності.

Для удосконалення здібностей необхідно враховувати такі особливості:

- без включення в діяльність розвиток неможливий;
- формування багатогранних здібностей можливе лише за виконання різноманітних за способом і змістом дій;
- чим раніше будуть створені всі умови для удосконалення, тим кращим буде результат [48].

Під час формування здібностей слід приділити особливу увагу вихованню характеру людини та її ставленню до навколишніх.

Тільки у взаємодії з навколишніми можна розкрити всі задатки. Що таке згасання здібностей, можна побачити після надмірного «захвалювання» людини.

Здібності людини не бувають дані від народження в готовому вигляді. Не підлягає сумніву, що всі здібності, в тому числі й математичні, розвиваються в процесі взаємодії дитини з навколишнім світом, під впливом навчання і виховання в найширшому значенні цих слів. Безсумнівно, і те, що навіть у відносно однакових умовах життя і діяльності психічні властивості дітей неоднакові і розвиваються по-різному. Здібності дітей розвиваються за багатьма напрямками. Дитина оволодіває побутовими навичками, мовленням, в подальшому знаннями основ наук, трудовими вміннями, тобто всім необхідним для життя в суспільстві. При цьому школярі, освоюючи найрізноманітніші навчальні предмети, виявляють не тільки ті чи інші спеціальні дані, але й широту своїх можливостей.

Математичні здібності дітей, як і інші сторони їхньої особистості, знаходяться в процесі становлення і пов'язані з ходом вікового розвитку. Вікові особливості мають безпосереднє відношення до формування здібностей та індивідуальних відмінностей за здібностями. Дуже важливо саме в зв'язку із питанням про здібності не упускати з виду, що кожен дитячий вік має свої особливі, неповторні переваги. Саме в дитячому віці, на думку Т. Дуткевич [21], у кожної нормальної дитини спостерігається незвичайна допитливість (так званий вік «чомучки»), свіжість і гострота сприймання, здатність дивуватися, яскравість уяви (яка проявляється, зокрема, в творчих іграх), деякі риси ясності, конкретності мислення і т. ін. В цьому плані молодший шкільний вік, перші роки власне навчання — це період накопичення, засвоєння.

Розглянемо детальніше вікові особливості молодших школярів та їх вплив на розвиток здібностей.

З точки зору педагогів, молодший шкільний вік — це найслухняніший вік в житті людини. Такі психологічні особливості, як віра в істинність всього, чому вчать, довірлива старанність, є важливою передумовою початкового навчання в школі, становлять ніби запоруку навчання та виховання. З цими особливостями

пов'язаний процес швидкого залучення дітей до культури, до її вихідних елементів. Відомі також свіжість, яскравість дитячого сприймання та надзвичайна чуйність дітей на довкілля. Учні початкових класів всім єством відгукуються на окремі моменти висловлювань вчительки; вони дуже жваво реагують на те, що є чимось новим для них, на кожен жарт, на якийсь приклад із життя. За найменшого, здавалось би, приводу у них виникає стан повної зацікавленості і розумової активності. Жоден епізод уроку не залишає їх байдужими. Імпульсивність дітей, їхня схильність одразу реагувати надають заняттям стрімкість та напруження, обумовлюють їх насиченість. Щоб учні не сумували, необхідні часті переходи від одних занять до інших; щоб їхня увага була напруженою, не слід затягувати паузи.

Молодші школярі особливо активно реагують на безпосередні враження, які дають органи чуття. Наочні посібники, які використовуються на заняттях, завжди викликають цікавість. Готовність до прийому все нових вражень поєднується у дітей цього віку із швидким звиканням до нового. У них іноді можна спостерігати доволі швидкі переходи від здивованого і допитливого сприймання до спокійно-ділового ставлення. Наочні посібники, які викликають загальний інтерес, захоплюють учнів в основному тільки один урок або одну перерву – за цей час ознайомлення з ними уже закінчені. Очевидно, таке швидке звикання (адаптація) і робить можливою надмірну широту сприйнятливості. Діти цього віку надзвичайно легко освоюються з незвичною обстановкою і новими обставинами.

Таким чином, гострота, рухливість сприйняття, наявність необхідних передумов словесного мислення, спрямованість розумової активності на те, щоб повторити, внутрішньо прийняти, швидкість звикання створюють сприятливі умови для збагачення та розвитку психіки дітей.

У молодшому шкільному віці діти на диво легко освоюють дуже складні розумові навички та форми поведінки. Діти цього віку на короткий час можуть бути чудовими співрозмовниками дорослого, активними і чуйними. Їх розважливість, здатність до висновків буває вражаючою. Проте їхня вікова

наївність проявляється в тому, що вони не схильні замислюватися про труднощі, які знаходяться за межами їхнього світу, і не усвідомлюють обмеженості своїх висловлювань. Їм непритаманна рефлексія. В їхньому ставленні до навколишнього світу ще багато йде від веселої, безтурботної, в міру складної гри, яка ніби розігрується кимось за певними правилами. Невірно було б думати, що дитяча наївність може бути подолана більш раціональним і швидким навчанням, елементи ігрового ставлення до пізнання все ж залишаються визначальними.

Вікові особливості багато в чому є передумовами здібностей. Вони суттєво впливають на розвиток, і збереження таких особливостей надалі може бути дуже цінним для особистості.

Розглянемо прояви компонентів математичних здібностей в молодшому шкільному віці.

Учителю, перш ніж відносити учня до числа здібних чи нездібних до математики, необхідно це враховувати. Не є обов'язковими в структурі математичної обдарованості такі компоненти:

- швидкість мислительних процесів як тимчасова характеристика. Індивідуальний темп роботи не має вирішального значення. Учень може міркувати неквапливо, повільно, проте ґрунтовно і глибоко;

- здібності до швидких і точних обчислень (зокрема, подумки). Насправді обчислювальні здібності далеко не завжди пов'язані із формуванням суто математичних (творчих) здібностей;

- пам'ять на цифри, числа, формули;

- здатність до просторових уявлень;

- здатність наочно уявити абстрактні математичні відношення і залежності [61].

Конкретний зміст структури здібностей значною мірою залежить від методів навчання, оскільки вона складається в процесі навчання. Проте вказані вище компоненти обов'язково мають входити в цю структуру, незалежно від системи навчання.

Аналізуючи схему структури математичної діяльності школяра загалом і вікові особливості молодшого школяра, можемо виявити прояви компонентів математичних здібностей в молодшому шкільному віці.

Безумовно, до початку шкільного навчання ми навряд чи можемо говорити про скільки-небудь виражені математичні здібності, за винятком випадків особливої обдарованості. І це зрозуміло, що стосовно дітей правильніше говорити не про самі здібності (більші чи видатні), а про їх передумови: далеко не у всіх дітей, що привертають до себе увагу тими чи іншими ознаками математичної обдарованості, сформується справжній талант, розвинуться видатні математичні здібності. Проте помітний розвиток окремих компонентів математичних здібностей в процесі шкільного навчання і під впливом нього спостерігається від 2 до 4 класу.

Розглядаючи вікову динаміку розвитку структури математичних здібностей, О. Кукліна так охарактеризувала цей вік: «Поняття «математичних здібностей» є умовним у застосуванні до молодших школярів, і при дослідженні компонентів математичних здібностей в цьому віці мова переважно може йти лише про елементарні форми цих компонентів. Але окремі компоненти математичних здібностей формуються вже і в початкових класах» [34, с. 220]. Проте це формування не має бути пущене на самоплив. Математичні здібності в молодшому шкільному віці мають формуватися в результаті цілеспрямованої діяльності вчителя.

Крім того, індивідуальні особливості особистості учня також мають велике значення під час вивчення математики. Діти із сильним типом нервової системи можуть досить довго і напружено працювати, в них, як правило, високий емоційний тонус, стійка (в межах вікової норми) увага, хороша здатність орієнтуватися в незвичних ситуаціях. Вони досить швидко переключаються на новий вид діяльності, в них високий темп та інтенсивність роботи. Безумовно, таким дітям математика в школі дається значно легше, ніж учням зі слабким типом нервової системи. Такі діти в'ялі, сповільнені у всіх діях, повільно включаються в роботу, довго переключаються і відновлюються. Вони швидко

відволікаються, не можуть довго та інтенсивно працювати. Загалом, темперамент, поряд зі здібностями і характером, утворюють ніби ланцюжок взаємопов'язаних підструктур в структурі особистості та індивідуальності, що мають єдину природну основу.

Відповідно до цих особливостей і тих, що були вказані на початку параграфа, необхідно враховувати під час розробки занять із розвитку математичних здібностей, а саме:

- приділяти більше уваги не словесному поясненню, а показу;
- використовувати наочні посібники, які вчителю необхідно якомога частіше оновлювати;
- чергувати види діяльності дітей, не пропонувати довго та інтенсивно працювати;
- чітко вимовляти всі звуки, бути точним в емоційному забарвленні, а головне, темп мовлення має бути доступний і зрозумілий дітям;
- не слід затягувати паузи, щоб увага дітей була постійно напруженою;
- залучати дітей до активної діяльності, особливо під час пояснення нового матеріалу;
- будь-яку діяльність дитини мотивувати;
- розвивати кругозір дітей, збагачувати їхній запас знань.

1.4. Класифікація нестандартних задач та особливості їх використання в початковій школі

На даний час значна увага приділяється розвитку математичних здібностей школярів. У Державному стандарті початкової освіти говориться, що формування математичних здібностей — це важлива складова частина педагогічного процесу. Допомогти повною мірою проявити свої здібності, розвинути ініціативу, самостійність, творчий потенціал — одне з основних завдань нової української школи. Успішна реалізація цього завдання багато в

чому залежить від сформованості в учнів математичних здібностей. Всі уроки початкової школи в тій чи іншій мірі сприяють розвитку здібностей. Але саме математика є тим навчальним предметом, де можна більшою мірою реалізувати всі види універсальних дій. Якщо вчителі початкових класів хочуть, щоб їхні діти вчилися із захопленням, з інтересом, на уроках математики навчилися не тільки лічити, але й думати, то досягти цього можна шляхом включення нестандартних задач, які виходять за рамки навчального матеріалу.

Під нестандартними задачами розуміють задачі на здійснення мислительного процесу, пов'язаного із використанням понять, операцій над ними, різних математичних конструкцій. Пропонуючи учням такі задачі, ми формуємо в них здатність виконувати математичні операції і одночасно розвиваємо їх.

Розглянемо визначення поняття «нестандартна задача» і проведемо їх класифікацію.

Багато дослідників дають визначення нестандартним задачам, але більш чітко сформульоване визначення дає Т. Фадєєва: «Нестандартні задачі — це такі, для яких в курсі математики немає загальних правил і положень, що визначають точну програму їх розв'язання» [75, с. 15]. Вони розраховані на наявність дослідницького характеру. Також під нестандартною розуміється задача, під час розв'язання якої учень не знає ні способу її розв'язання, ні на який навчальний матеріалу потрібно спиратися під час її розв'язання.

На основі вивченої літератури була виявлена загальна і специфічна роль нестандартних задач.

Зокрема, нестандартні задачі:

- вчать знаходити нові, оригінальні способи розв'язування задач;
- сприяють розвитку кмітливості учнів;
- розв'язування задач перешкоджає виробленню шаблонів;
- забезпечують міцність і глибину знань учнів;
- не повинні мати вже відомих дітям алгоритмів;
- мають бути зрозумілими всім учням;

- мають бути цікавими за змістом;
- під час розв'язування таких задач в учнів має вистарчати знань із засвоєної програми [73].

Класифікацій нестандартних задач багато, але найбільш вдалою класифікацією вважається класифікація нестандартних задач за способом дії, що виконується в процесі розв'язання. Це такі задачі як:

- 1) комбінаторні задачі;
- 2) задачі на активний перебір варіантів відношень;
- 3) задачі на упорядкування елементів множини;
- 4) задачі на вливання і переливання;
- 5) задачі на зважування;
- 6) логічні задачі;
- 7) задачі на визначення функціональних, просторових, часових відношень [44].

Також використовуються й інші класифікації нестандартних задач, описані в навчально-методичній літературі:

1) за характером вимого (побудова або перетворення процесу, знаходження невідомого);

2) за змістом розумових операцій, задіяних у процесі розв'язання (це задачі на порівняння; аналіз і синтез; узагальнення; класифікацію; аналогію; умовисновки);

3) за прийомами, задіяними в процесі розв'язання:

- побудова блок-схем;
- побудова графів;
- побудова таблиці;
- словесне міркування [19].

До нестандартних задач можна також віднести: магічні квадрати, задачі-вірші, логічні ланцюжки, головоломки, математичні задачі, геометричні задачі з лічильними паличками.

Нами були проаналізовані чинні типові освітні програми для початкової школи з математики, розроблені під керівництвом О. Савченко і Б. Шияна [75]. На основі проведеного аналізу була введена класифікація нестандартних задач, які вивчаються за цими програмами (див. табл. 1.1). Види нестандартних задач розташовані в порядку їх використання, тобто від тих задач, що часто використовуються в цій програмі, до тих, що менше використовуються.

Таблиця 1.1.

Види нестандартних задач

Типова освітня програма, за ред. О. Савченко	Типова освітня програма, за ред. Б. Шияна
комбінаторні задачі	комбінаторні задачі
задачі на відповідність	«магічний квадрат»
логічні задачі	головоломки
задачі на вміщення	«цікаві рамки»
задачі на зважування	задачі на відповідність
задачі із «сірниками»	логічні задачі
теорія ймовірності	задачі на вміщення
	задачі на зважування
	теорія ймовірності

Із таблиці 1.1 видно, що обидві програми роблять акцент на комбінаторні задачі, цей вид є найбільш доступним для сприймання дітей, оскільки він менш абстрактний порівняно з іншими нестандартними задачами. В програмах використовуються в основному однакові види нестандартних задач, тільки в програмі за ред. Б. Шияна додаються такі види нестандартних задач, як: «магічні квадрати», головоломки, «цікаві рамки», які також сприяють розвитку логічного мислення.

Також на основі вивченої методичної літератури ми розглянули методику навчання розв'язувати нестандартні задачі. Оскільки нестандартні задачі — це такі задачі, для яких в курсі математики немає загальних правил і положень, що визначають точну програму їх розв'язання, але подаються загальні рекомендації

для розв'язування нестандартних задач і описуються прийоми, використані для розв'язування тієї чи іншої задачі, в цьому і полягає методика навчання розв'язувати нестандартні задачі. Дотримуючись цих рекомендацій, можна прийти до розв'язання тієї чи іншої задачі.

О. Корчевська [30] рекомендує починати розв'язувати задачу із побудови креслення або схематичного малюнка; вводити допоміжний елемент до задачі (якщо це необхідно); деякі задачі можна починати розв'язувати з методу підбору; також потрібно навчити дітей перефразовувати зміст задачі, розв'язувати задачу з кінця (аналіз) або розділяти її на частини (синтез). Ці рекомендації не обов'язково використовувати в такій послідовності, можна комбінувати їх у різних поєднаннях. В цьому і полягає творчий процес розв'язування нестандартних задач.

Можна продемонструвати це дітям, разом розв'язавши декілька задач.

Розглянемо деякі рекомендації на конкретних прикладах.

Наприклад, задача: «Стрічку завдовжки 12 м розрізали на 3 рівні частини. Скільки розрізів зробили?». Спочатку учні мають прочитати задачу, після цього учитель запитує в них, чи розв'язували вони подібні задачі і чи відомий їм спосіб розв'язання.

Можливо, діти помилково будуть вважати, що задача розв'язується так: «Потрібно 12 м розділити на 3 рівні частини». Учитель дає зрозуміти дітям, що розв'язування таким способом є невірним (розділивши 12 на 3, ми дізнались, що довжина однієї частини дорівнює 4 м. Але в задачі запитується не яка довжина однієї частини, а скільки зробили розрізів. Отже, задача розв'язана неправильно). Для того щоб учні з'ясували спосіб розв'язання цієї задачі, потрібно зробити схематичний малюнок (креслення). Учні позначають стрічку відрізком завдовжки 12 клітинок, розділяють його вертикальними засічками на 3 рівні частини. Порахувавши число отриманих засічок (розрізів), діти переконуються, що їх вийшло 2, а не 4, як вони вважали раніше. Таким чином, цю задачу учні розв'язали, не виконуючи арифметичних дій, а відповідь отримали за допомогою побудови креслення. І під ним же вони записують відповідь задачі. Звідси учні

роблять висновок, що під час пошуку розв'язання невідомої задачі корисно зробити креслення або малюнок, оскільки робота зі схематичним рисунком або кресленням може бути способом розв'язання задачі.

Також розглянемо ще одну рекомендацію: «Для того щоб розв'язати нестандартну задачу, іноді корисно її переформулювати, тобто зробити більш зрозумілою і простою. Буде відбуватися переведення тексту задачі на математичну мову».

Наприклад: «Число, яке показує кількість яблук в корзині двоцифрове. Ці яблука можна роздати порівну 2, 3 або 5 дітям, але неможна роздати порівну 4 дітям. Скільки яблук є в корзині? Вкажіть таке найменше двоцифрове число.»

Спочатку учні будуть намагатися виконати схематичний малюнок, але це в них викличе труднощі, оскільки складно показати схематично, що неможна роздати яблук порівну 4 дітям, отже, незрозуміло, як використовувати схематичний малюнок. Далі учні спробують розв'язати задачу способом підбору, але і цей спосіб є неефективним. Тоді учитель пропонує спробувати переформулювати задачу, щоб легше було виконати перебір. Якщо можна розділити яблук порівну на 2, 3 і 5 дітей, то виходить, що число яблук ділиться на 2, 3, 5. Якщо неможна яблук роздати 4 дітям порівну, то число яблук не ділиться на 4. Отже, задачу можна переформулювати так: «Знайти найменше двоцифрове число, яке ділиться на 2, 3, 5 і не ділиться на 4».

Далі розв'язуємо задачу, виконуючи перебір. Перевіримо спочатку найменше двоцифрове число 10. Воно ділиться на 2 і 5, але на 3 не ділиться, отже, число 10 не підходить. Можна не розглядати всі числа підряд, а взяти тільки ті числа, які діляться на 5. Число 15 не підходить, оскільки не ділиться на 2. Так, перебираючи числа, учні приходять до висновку, що саме число 30 підходить для розв'язання цієї задачі, оскільки воно ділиться на 2, 3, 5 і не ділиться на 4. Отже, в корзині 30 яблук.

Також цю задачу можна було розв'язати, виконуючи схематичний малюнок: накреслити промінь і послідовно відкладати на ньому відрізки довжиною 2, 3, 5 клітинок, і так до тих пір, поки не знайдеться точка, в якій

з'єднуються кінці трьох видів відрізків, тоді порахувати кількість клітинок і визначити, яке число вийшло. Потрібно на кресленні перевірити, що відрізки довжиною 4 клітинки не вкладаються ціле число разів у великий відрізок завдовжки 30 клітинок. І тільки після всієї цієї виконаної роботи можна назвати відповідь. Цей спосіб є громіздким, але для деяких учнів він може виявитися легким в силу їх індивідуальних особливостей.

Таким чином, під час формування умінь розв'язувати нестандартні задачі необхідно йти від простої задачі до більш складної. Навчити учнів знаходити свій алгоритм розв'язання. Також ефективний результат дасть поєднання різних видів нестандартних задач.

У визначенні змісту математичного розвитку ми виходили з того, що знання дитини якісно змінюються в процесі її переходу із поточного пізнавального рівня на наступний. Причому, за такого підходу попередній віковий рівень, завжди буде допоміжним до наступного.

Розвиток учнів на уроках математики передбачає розвиток у них математичних здібностей. Під математичними здібностями розуміють індивідуально-психологічні особливості, від яких залежить легке й успішне оволодіння умінь та навичками в галузі математики.

Важливими компонентами структури математичних здібностей є:

- здатність до формалізованого сприймання математичного матеріалу, охоплення формальної структури задач;
- здатність мислити математичними символами;
- здатність до швидкого і широкого узагальнення математичних об'єктів, відношень та дій;
- здатність до згортання процесу математичного міркування і системи відповідних дій;
- здатність мислити згорнутими структурами, тобто оперувати узагальненими моделями;
- прагнення до ясності, простоти, економічності і раціональності розв'язання;

– узагальнена пам'ять на математичні відношення, типові характеристики, схеми міркування і доведення, методи розв'язування задач і принципи підходу до них.

Отже, умовами розвитку математичних здібностей у молодших школярів є: їх формування у результаті цілеспрямованої діяльності вчителя; визначення предметного змісту, прийомів навчання та комплексу нестандартних задач, які виходять за рамки програмового навчального матеріалу та спрямовані на розвиток математичних здібностей у молодших школярів.

РОЗДІЛ 2. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗВИТКУ МАТЕМАТИЧНИХ ЗДІБНОСТЕЙ У МОЛОДШИХ ШКОЛЯРІВ

2.1. Вивчення вихідного рівня сформованості математичних здібностей в учнів початкової школи

Основна мета полягає у дослідженні процесу розвитку математичних здібностей у молодших школярів під час навчання розв'язувати нестандартні задачі.

Завдання дослідження.

1. Підібрати методику для дослідження рівня розвитку математичних здібностей.
2. Виявити вихідний рівень розвитку математичних здібностей у молодших школярів.
3. Перевірити ефективність визначених умов розвитку математичних здібностей.

Базою дослідження була середня загальноосвітня школа № 54 імені Квітки Цісик м. Львова. У дослідженні брали участь учні 3-В і 3-А класів. У 3-В (експериментальному) класі — 20 учнів, у 3-А (контрольному) класі — 21 учень.

Для визначення вихідного рівня розвитку математичних здібностей були підібрані показники та критерії.

Критеріями розвитку математичних здібностей ми обрали такі компоненти:

- 1) здатність до формалізації математичного матеріалу;
- 2) здатність оперувати числовою і знаковою символікою;
- 3) гнучкість мислення, здатність скорочувати процес міркування (раціональність);
- 4) сформованість образно-геометричного мислення і просторових уявлень.

За допомогою описання нижче завдань перевірялись компоненти структури математичних здібностей (див. табл. 2.1).

Таблиця 2.1

Критерії і завдання для виявлення рівнів розвитку математичних здібностей

№	Критерії	Уміння, необхідні для розв'язування задачі	Номер завдання
1	Здатність до формалізації математичного матеріалу	Уміння відрізнити задачу від інших текстів	1
2	Здатність до оперування числовою і знаковою символікою	Уміння записувати розв'язання задачі, виконувати обчислення	1, 2, 3, 4
3	Гнучкість мислення, здатність скорочувати процес міркування (раціональність)	Уміння записувати розв'язання задачі виразом. Уміння розв'язувати задачу різними способами	2, 3
4	Сформованість образно-геометричного мислення і просторових уявлень	Уміння виконувати побудову геометричних фігур	4

Ми визначили шкалу оцінювання кожного завдання у такий спосіб:

- 1 бал — учень/учениця не впоралися із завданням (допущено більше 3 помилок);
- 2 бали — учень/учениця не впоралися із завданням наполовину (допустили 2-3 помилки);
- 3 бали — учень/учениця впоралися із завданням (повністю виконали завдання або допустили 1 помилку).

Потім нами було встановлено співвідношення у балах за рівнями (максимальна кількість балів — 24, мінімальна — 5):

- низький рівень — від 5 до 8 балів;
- середній рівень — від 9 до 14 балів;
- високий рівень — від 15 до 24 балів.

До групи учнів із високим рівнем розвитку математичних здібностей віднесемо учнів із результатом 15-24 балів (75-100 % виконаних завдань); до середнього рівня віднесемо учнів із результатом 9-14 балів (55-74 % виконаних

завдань), а до низького рівня сформованості умінь віднесемо учнів із результатом 5-8 балів (0-49 % виконаних завдань).

Якість виконаної учнями роботи оцінювалась в умовних балах, що дозволило виділити три рівні.

– Низький рівень. Математичні здібності проявляються в загальній, всім притаманній потребі. Учень/учениця відчуває труднощі під час записування розв’язання задачі та під час обчислень. При цьому не може розв’язати задачу декількома способами, не може і не намагається передбачити хід розв’язування задачі. Не може будувати геометричні фігури.

– Середній рівень. Математичні здібності проявляються в подібних умовах (за зразком). Учень/учениця прагне зрозуміти задачу, виділяє дане і шукане, но може при цьому встановити лише окремі зв’язки між ними. Учень/учениця може записати розв’язання задачі, але допускає помилки під час обчислень. В деяких випадках учень/учениця може розв’язати задачу декількома способами. Геометричні фігури будує з помилками.

– Високий рівень. Творчий прояв математичних здібностей у нових, несподіваних ситуаціях. На основі повного всебічного аналізу задачі учень/учениця виділяє цілісну систему взаємозв’язків між даними і шуканими. Учень/учениця може записати розв’язання задачі, не допускає помилок під час обчислень. Учень/учениця може самостійно побачити різні способи розв’язання і виділити найбільш раціональний із можливих. В учня/учениці спостерігається розвиток образно-геометричного мислення і просторових уявлень.

Розглянемо зміст діагностичних завдань.

- Склади з поданих простих задач складені задачі. Розв’яжи одну складену задачу різними способами, підкресли раціональний спосіб розв’язання.
- Корова в понеділок дала 12 л молока. Молоко розлили в трилітрові банки. Скільки банок молока вийшло?
- Максимко купив 3 ручки по 20 гривень кожна. Скільки грошей він заплатив?

- Максимко купив 5 олівців за ціною 20 гривень. Скільки коштують олівці?
- Корова у вівторок дала 15 л молока. Це молоко розлили в трилітрові банки. Скільки банок вийшло?

2. Прочитай умову задачі. Прочитай питання і вирази. З'єднай кожне питання із потрібним виразом.

В класі 18 хлопчиків і a дівчаток. Скільки всього учнів у класі?
На скільки хлопчиків більше, ніж дівчаток?
На скільки дівчаток менше, ніж хлопчиків?

$18 - a$
$a - 18$
$18 + a$

3. Розв'яжи задачу.

В своєму листі Пес Патрон повідомив, що його будинок, будинок пошти і криниця знаходяться на одній стороні вулиці. Від його будинку до будинку пошти 90 м, а від криниці до його будинку — 20 м. Яка відстань від криниці до будинку пошти?

4. Знайти короткий шлях.



На основі проведеної діагностики були визначені рівні розвитку математичних здібностей в експериментальному і контрольному класах. Продемонструємо результати діагностики на рис. 2.1 – 2.4.

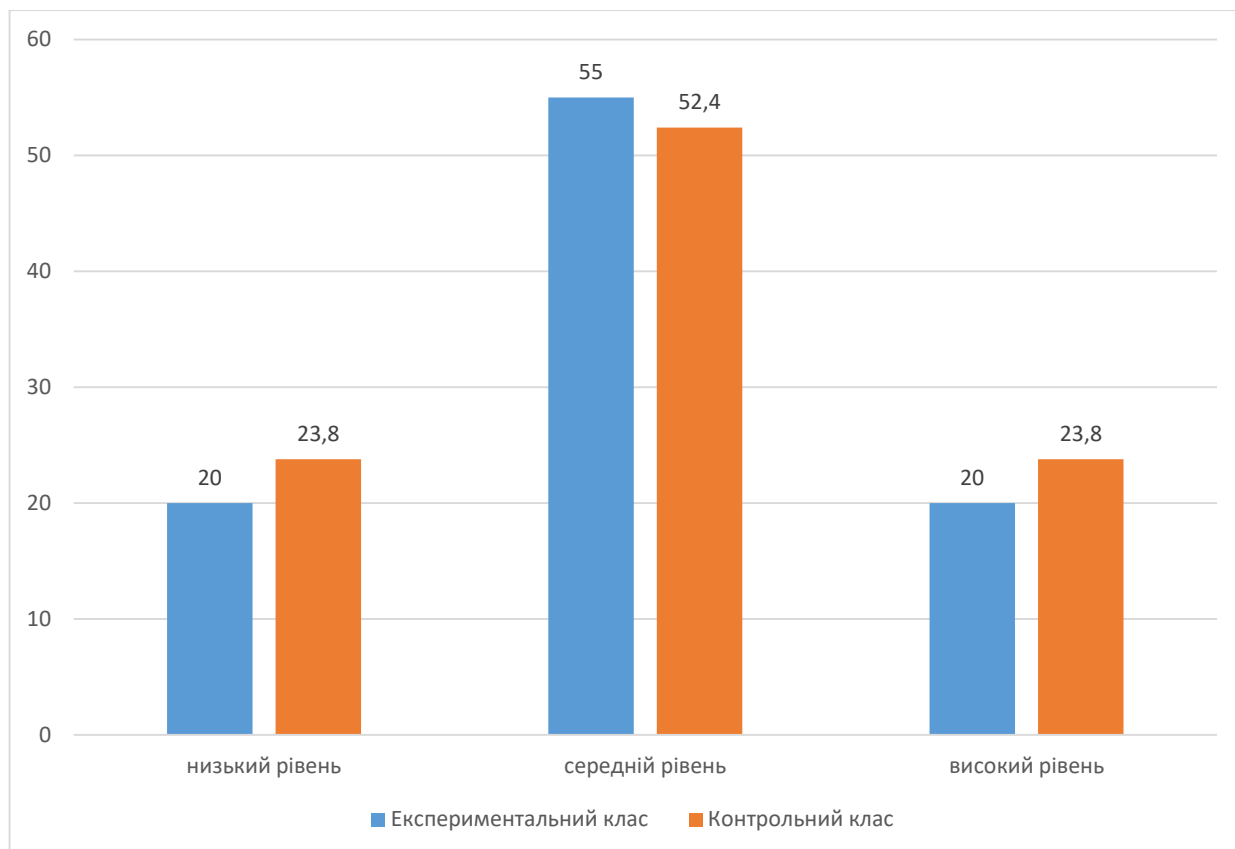


Рис. 2.1. Рівні розвитку здатності до формалізації математичного матеріалу (у %)

Визначено, що 20 % дітей експериментального класу (4 осіб) експериментального класу і 23,8 % контрольного класу (5 осіб) мають низький рівень розвитку здатності до формалізації математичного матеріалу. Такі третьокласники відчують труднощі у відріненні задачі від інших текстів.

Середній рівень розвитку здатності до формалізації математичного матеріалу мають 55 % дітей експериментального класу (11 осіб) і 23,8 % дітей контрольного класу (11 осіб).

На високому рівні розвитку здатності до формалізації математичного матеріалу було визначено 25 % учнів експериментального класу (5 осіб) і 23,8 % учнів контрольного класу (5 осіб). Такі діти вміють відрізнити задачу від інших текстів.

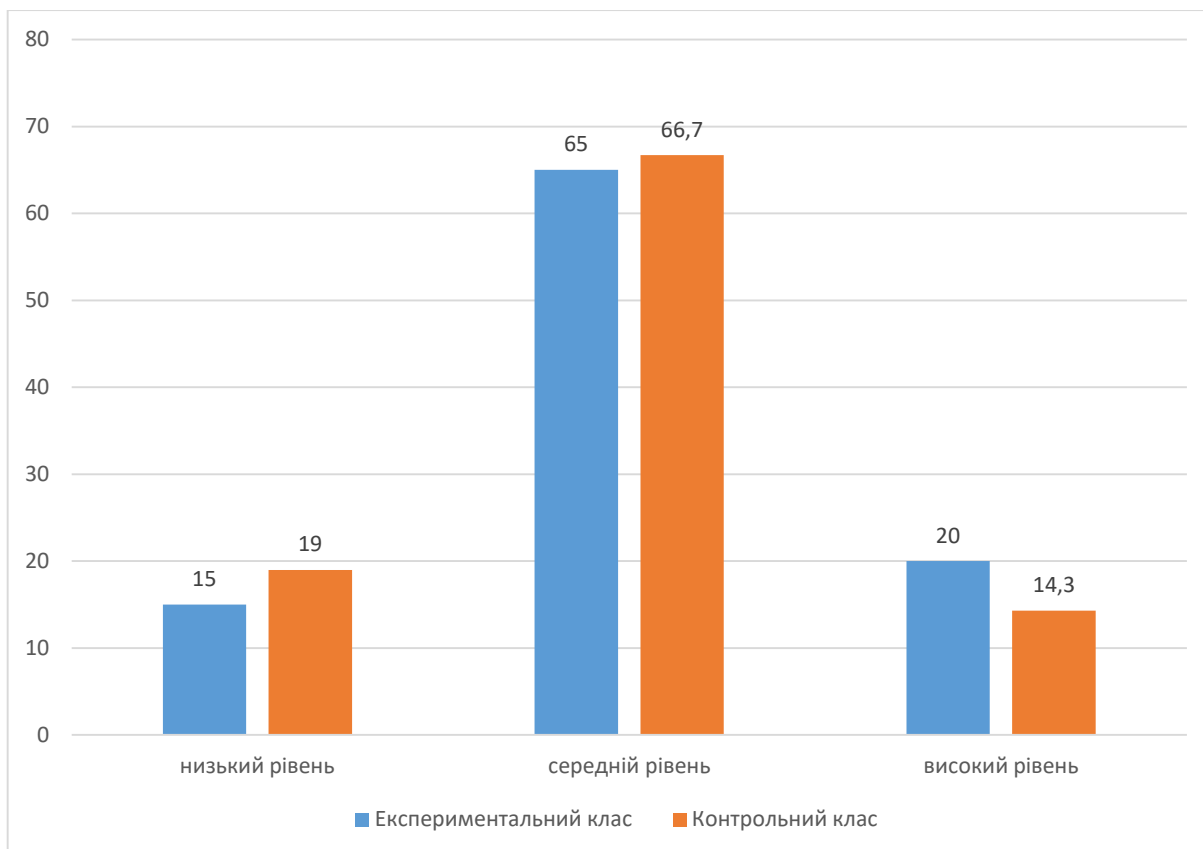


Рис. 2.2. Рівні розвитку здатності до оперування числовою і знаковою символікою (у %)

Визначено, що низький рівень розвитку здатності до оперування числовою і знаковою символікою мають 15 % учнів експериментального класу (3 осіб) і 19 % учнів контрольного класу (4 осіб). У таких дітей відсутні конкретні знання для розв'язування задач (не можуть визначити, на скільки дій розв'язується задача, допускають помилки під час виконання обчислень).

Середній рівень розвитку здатності до оперування числовою і знаковою символікою мають 65 % учнів експериментального класу (13 осіб) і 66,7 % учнів контрольного класу (14 осіб).

Високий рівень розвитку здатності до оперування числовою і знаковою символікою мають 20 % учнів експериментального класу (4 осіб) і 14,3 % учнів контрольного класу (3 осіб). Такі учні вміють записувати розв'язання задачі, виконувати обчислення.

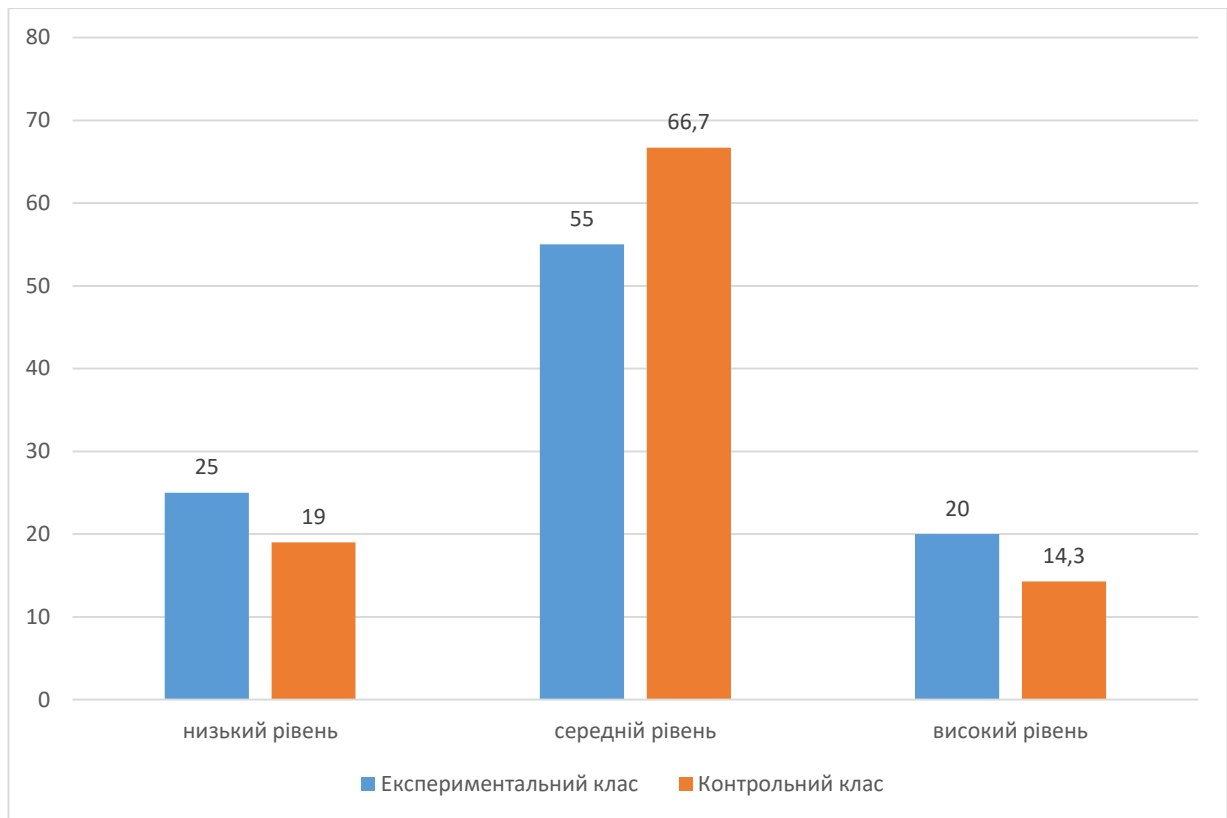


Рис. 2.3. Рівні розвитку гнучкості мислення, здатності скорочувати процес міркування (у %)

Виявлено, що низький рівень розвитку гнучкості мислення, здатності скорочувати процес міркування мають 25 % дітей експериментального класу (5 осіб) і 28,6 % учнів контрольного класу (6 осіб). Такі учні не можуть записувати розв’язування задачі виразом, не здатні розв’язувати задачу різними способами.

Середній рівень розвитку гнучкості мислення, здатності скорочувати процес міркування мають 55 % дітей експериментального класу (11 осіб) і 52,4 % учнів контрольного класу (11 осіб).

Високий рівень розвитку гнучкості мислення, здатності скорочувати процес міркування показали 20 % дітей експериментального класу (4 осіб) і 19 % учнів контрольного класу (4 осіб). Такі учні проявляють здатність записувати розв’язання задачі виразом, можуть розв’язувати задачу різними способами.

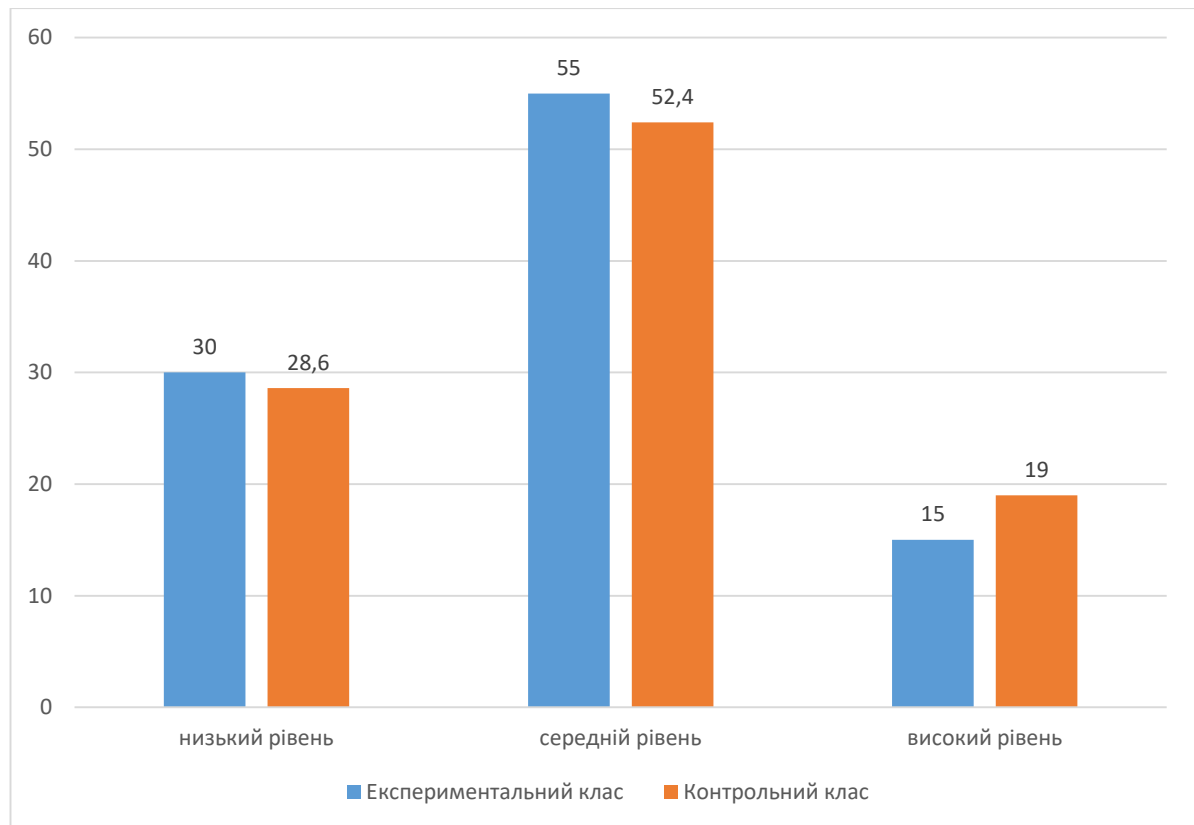


Рис. 2.4. Рівні розвитку образно-геометричного мислення і просторових уявлень (у %)

Виявлено, що низький рівень розвитку образно-геометричного мислення і просторових уявлень мають 30 % учнів експериментального класу (6 осіб) і 28,6 % учнів контрольного класу (6 осіб). Такі учні не вміють виконувати побудову геометричних фігур.

Середній рівень розвитку образно-геометричного мислення і просторових уявлень мають 55 % учнів експериментального класу (11 осіб) і 52,4 % учнів контрольного класу (11 осіб).

Високий рівень розвитку образно-геометричного мислення і просторових уявлень мають 15 % учнів експериментального класу (3 осіб) і 19 % учнів контрольного класу (4 осіб). Такі учні вміють виконувати побудову геометричних фігур.

Далі порівняємо критерії між собою (див. рис. 2.5 і рис. 2.6).

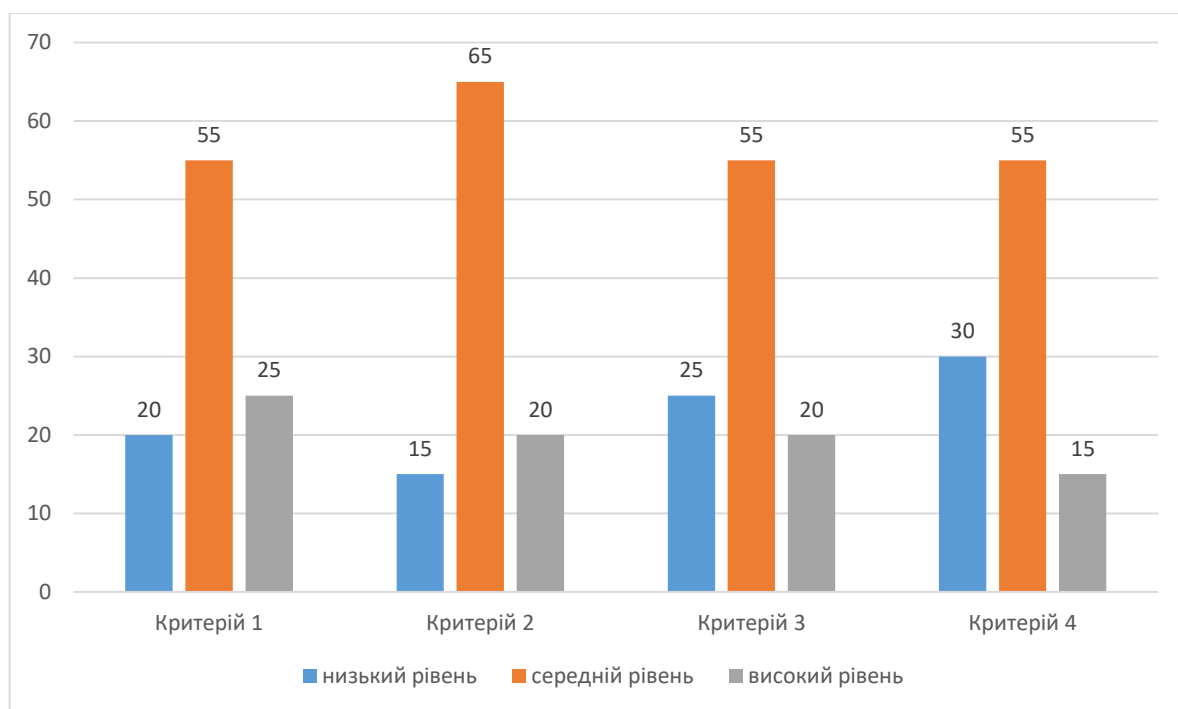


Рис. 2.5. Порівняльна діаграма розвитку математичних здібностей на констатувальному етапі дослідження в експериментальному класі (у %)

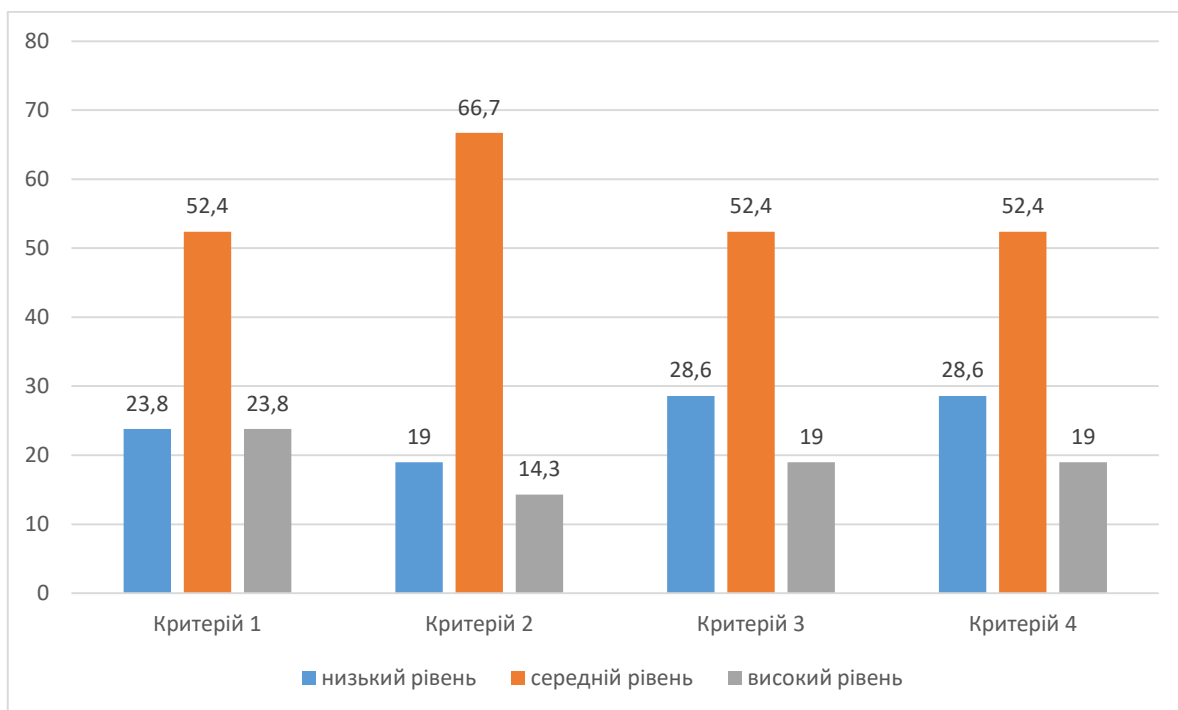


Рис. 2.6. Порівняльна діаграма розвитку математичних здібностей на констатувальному етапі дослідження в контрольному класі (у %)

Порівняння критеріїв розвитку математичних здібностей на констатувальному етапі дослідження показало, що для учнів експериментального і контрольного класів найбільше проблемним виявилось

розвиток образно-геометричного мислення і просторових уявлень (30 % дітей експериментального класу і 28,6 % контрольного класу мають низький рівень розвитку) і розвиток гнучкості мислення, здібності скорочувати процес міркування (25 % дітей експериментального класу і 28,6 % контрольного класу мають низький рівень розвитку). Найбільш розвинутим критерієм розвитку математичних здібностей на констатувальному етапі дослідження виявилась здатність до формалізації математичного матеріалу (25 % дітей експериментального класу і 23,8 % контрольного класу мають високий рівень розвитку).

На рис. 2.7 покажемо рівні розвитку математичних здібностей на констатувальному етапі дослідження.

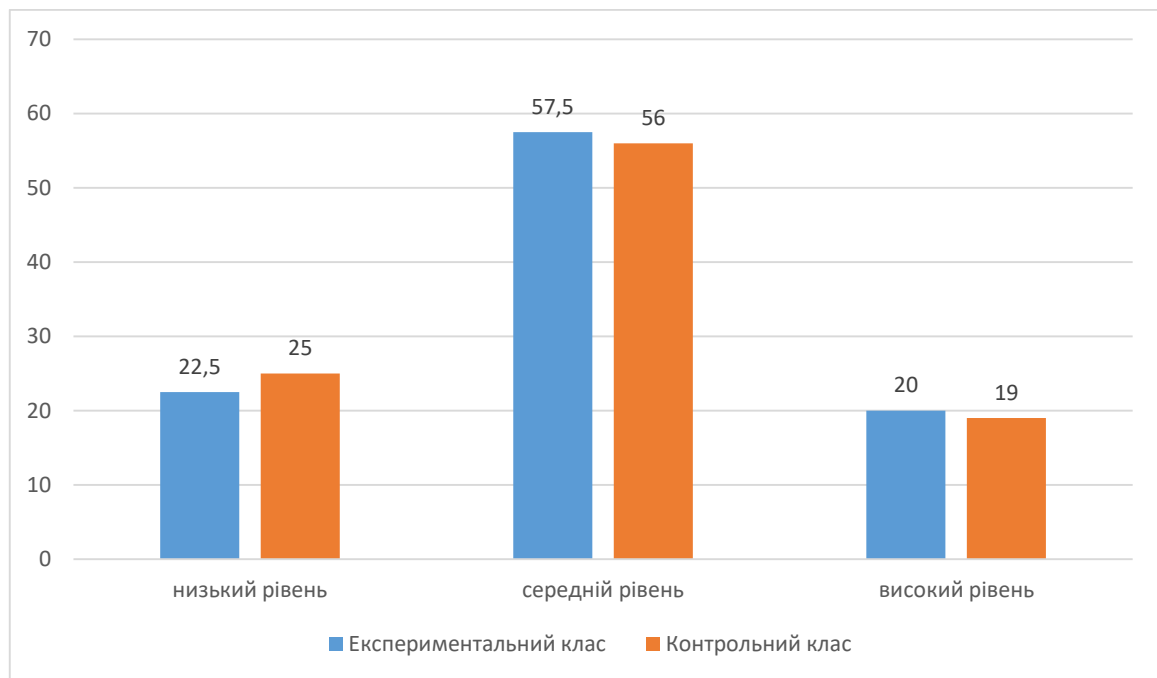


Рис. 2.7. Рівні розвитку математичних здібностей на констатувальному етапі дослідження (у %)

Ми визначили, що низький рівень розвитку математичних здібностей мають 22,5 % учнів експериментального класу і 25 % учнів контрольного класу. В таких учнів математичні здібності проявляються в загальній, всім притаманній потребі. Учні відчувають труднощі під час записування розв'язування задачі, під час обчислень. При цьому такі школярі не можуть розв'язати задачу декількома

способами. Вони не можуть і не намагаються передбачити хід розв'язання задачі. Не можуть будувати геометричні фігури.

Середній рівень сформованості математичних здібностей мають 57,5 % учнів експериментального класу і 56 % учнів контрольного класу. У таких учнів математичні здібності проявляються в подібних умовах (за зразком). Вони прагнуть зрозуміти задачу, виділяють дані і шукане, але здатні при цьому встановити лише окремі зв'язки між ними. Учні можуть записати розв'язання задачі, проте допускають помилки під час обчислень. В деяких випадках вони здатні розв'язати задачу декількома способами. Геометричні фігури будують в помилках.

Високий рівень сформованості математичних здібностей мають 20 % учнів експериментального класу і 19 % учнів контрольного класу. Такі учні проявляють творчий вияв математичних здібностей у нових, несподіваних ситуаціях. Вони демонструють відносно швидке та успішне оволодіння математичними знаннями, уміннями і навичками; проявляють здатність до послідовного правильного логічного міркування; володіють гнучкістю мислення, винахідливістю і кмітливістю під час вивчення математики. Учні цієї групи мають здатність до оперування числовою і знаковою символікою; здатність скорочувати процес міркування, мислити згорнутими структурами; здатність переходити з прямого на обернений хід думки; мають розвинуте образно-геометричне мислення і просторові уявлення.

Таким чином, можна констатувати, що учні експериментального і контрольного класів мають на початку експериментального дослідження переважно середній рівень прояву математичних здібностей.

2.2. Практика використання нестандартних задач для розвитку математичних здібностей у молодших школярів

Умовами розвитку математичних здібностей у молодших школярів є:

- формування їх у результаті цілеспрямованої діяльності вчителя;
- визначення предметного змісту, прийомів навчання і комплекс нестандартних задач, які виходять за рамки навчального матеріалу і спрямовані на розвиток математичних здібностей у молодших школярів.

Цілеспрямована діяльність із розвитку математичних здібностей була організована у формі математичного гуртка.

Мета: розвиток математичних здібностей, інтересу учнів до математики, систематизація і поглиблення знань з математики.

Завдання:

- розширювати кругозір учнів у різних галузях елементарної математики;
- розвивати здатність до формалізації математичного матеріалу, до оперування числовою і знаковою символікою;
- розвивати гнучкість мислення, здатність скорочувати процес міркування;
- розвивати образно-геометричне мислення і просторові уявлення.

Підсумкова робота: випуск математичних газет.

Умови організації занять. Гурток створений з учнів 3-В класу. Тривалість одного заняття 40 хв. Заняття проводяться в позаурочний час, впродовж навчального року 1 раз на тиждень.

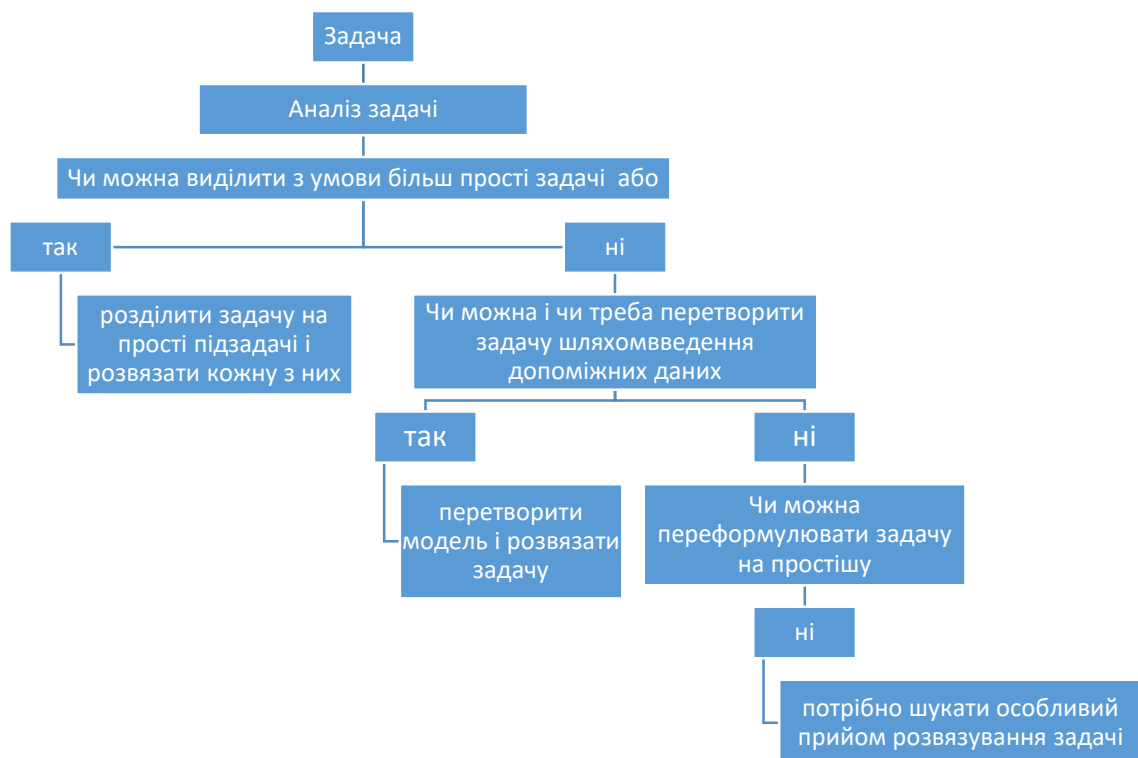
Заняття гуртка розраховані на групову та індивідуальну роботу. Вони побудовані так, що один вид діяльності змінюється іншим. Це дозволяє зробити роботу динамічною, насиченою і менш втомливою, при цьому брати до уваги здібності кожного учня, включаючи його по мірі можливості в групову роботу, моделювати і відтворювати ситуації, складні для учня, але ймовірні в щоденному житті; їх аналіз і програвання можуть стати основою для позитивних зсувів у розвитку особистості дитини.

В ході гурткової діяльності були використані такі види нестандартних задач: задачі на урівнювання, логічні і комбінаторні задачі, процесуальні задачі, задачі на ділення та ін.

Тематичне планування використання нестандартних задач для розвитку математичних здібностей подане в додатку А.

В ході навчання ми вчили дітей шукати шляхи розв'язання нестандартних задач. Зокрема, під час пошуку шляхів розв'язання нестандартної задачі ми використовували схему пошуку розв'язання нестандартної задачі.

Схема пошуку розв'язання нестандартної задачі



Питання методики використання нестандартних задач ми розглядали в зв'язку з певним етапом формування математичних знань та умінь учнів і співвідносили це з тими чи іншими відомими методами навчання.

Основним положенням цієї методики є той факт, що нестандартні задачі мають бути спрямовані не на формальне засвоєння готового алгоритму, а на формування в учнів елементарних навичок самостійної побудови алгоритмів, пошуку способів розв'язання нових для них задач.

Опишемо цей алгоритм.

Спочатку необхідно визначити, чи можна виділити з умови більш прості задачі? Якщо можна, то її необхідно розбити на підзадачі і розв'язати кожну з них.

Якщо задачу неможливо розбити на підзадачі, то потрібно визначити, чи можна і чи потрібно перетворити задачу шляхом введення допоміжних даних. У випадку позитивної відповіді, необхідно перетворити модель (переформулювати задачу) і розв'язати її. Якщо перетворити задачу неможливо, то потрібно визначити, чи можна переформулювати задачу на іншу, легшу, яку потім необхідно розв'язати. Якщо неможливо перетворити задачу, то необхідно шукати особливий прийом її розв'язання.

Під час навчання розв'язуванню нестандартних задач ми використовували такі особливі прийоми розв'язання: прийом урівнювання, метод підбору, метод перебору, розв'язування задачі алгебраїчним методом та ін.

Представим їх коротку характеристику.

Розглянемо декілька методів розв'язування нестандартних задач:

Алгебраїчний метод розв'язання задач розвиває математичні здібності, здатність до узагальнення, формує абстрактне мислення і має такі переваги, як короткі запис і міркування під час складання рівнянь, економія часу.

Для того щоб розв'язати задачу алгебраїчним методом необхідно:

- провести розбір задачі з метою вибору основного невідомого і виявлення залежності між величинами, а також вираження цих залежностей математичною мовою в формі двох алгебраїчних виразів;
- знайти основу для з'єднання цих виразів знаком « $=$ » і скласти рівняння;
- знайти розв'язання отриманого рівняння, організувати перевірку розв'язання рівняння.

Як виявлення залежностей між величинами, так і переведення цих залежностей на математичну мову потребує напруженої аналітико-синтетичної мислительної діяльності. Успіх в цій діяльності залежить, зокрема, від того, чи знають учні, в яких відношеннях взагалі можуть знаходитись ці величини, і чи розуміють вони реальний сенс цих відношень (наприклад, відношень, виражених

термінами «пізніше на...», «старше в...разів» і т. ін.). Далі потрібне розуміння, якою саме математичною дією чи властивістю дії або яким зв'язком (залежністю) між компонентами і результатом дії може бути описане те чи інше конкретне відношення.

Арифметичний метод розв'язання також потребує значного розумового напруження, що позитивно впливає на розвиток розумових здібностей, математичної інтуїції, на формування умінь передбачати реальну життєву ситуацію.

В зв'язку з тим, що сучасній людині необхідно мати уявлення про основні методи аналізу даних і ймовірні закономірності, які відіграють важливу роль у науці, техніці та економіці, в шкільний курс математики вводять елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики, в яких зручно розбиратися за допомогою методу перебору.

Цей метод дозволяє накопичувати досвід практичного розв'язання комбінаторних задач, що слугує основою для введення в подальшому комбінаторних принципів і формул. Крім того, в житті людині доводиться не тільки визначати число можливих варіантів, але й безпосередньо складати всі ці варіанти, а, володіючи прийомами систематичного перебору, це можна зробити більше раціонально.

Метод міркування можна використовувати для розв'язання математичних софізмів. Помилки, допущені в софізмі, як правило, зводяться до наступних: виконання «заборонених» дій, використання помилкових креслень, неправильне вживання слів, неточності формулювань, «незаконні» узагальнення, неправильне використання теорем.

Розбір софізмів, перш за все, розвиває логічне мислення та формує навички правильного мислення. Виявити помилку в софізмі — означає осмислити її, а осмислення помилки застерігає від повторення її в інших математичних міркуваннях. Окрім критичності математичного мислення цей вид нестандартних задач виявляє гнучкість мислення. Чи зуміє учень «вирватися з лещат» цього строго логічного на перший погляд шляху, розірвати ланцюжок

висновків в тій самій ланці, яка є помилковою і робить помилковими всі подальші міркування?

Під час розв'язування логічних задач активізується логічне мислення, а це уміння виводити наслідки з припущень, яке дуже необхідне для успішного оволодіння математикою.

Ребус — це загадка, але загадка не зовсім звична. Слова і числа в математичних ребусах зображені за допомогою малюнків, зірочок, цифр і різних знаків. Щоб прочитати те, що зашифровано в ребусі, потрібно правильно назвати всі зображені предмети і зрозуміти, який знак що зображає. Ребусами люди користувались ще тоді, коли не вміли писати.

Магічний (чарівний) квадрат — це квадрат, в якому сума чисел по вертикалі, горизонталі і діагоналі виходить однаковою.

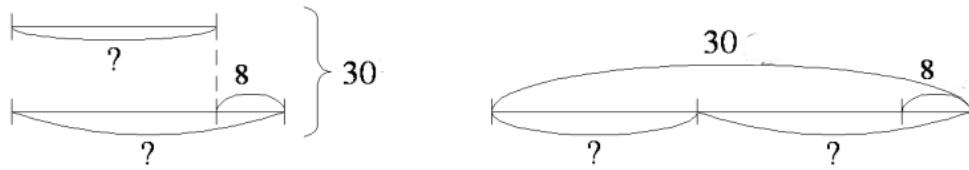
Практичний метод можна використати для нестандартних задач на ділення. Під час вивчення нестандартних задач на ділення треба зрозуміти закономірність: щоб розрізати відрізок на P частин, потрібно зробити $(P - 1)$ розріз. Цей факт потрібно встановити з дітьми індуктивним шляхом, а потім використовувати під час розв'язування задач.

Розглянемо деякі методичні прийоми навчання розв'язувати нестандартні задачі для учнів 3 класу на заняттях математичного гуртка.

Почнемо з прийому урівнювання. Він ефективний для розв'язування задач, в яких йдеться про відоме ціле, що складається із декількох нерівних частин і вказується «різниця» між частинами. Для створення умов для самостійного «відкриття» учнями прийому перетворення моделі та використання його в змінюваних умовах важливий підбір задач, що поступово ускладнюються, з таким сюжетом, який, будучи заснованим на життєвому досвіді дітей, «підказував» би їм розв'язання. Для прикладу візьмемо задачу «на поділ грошей».

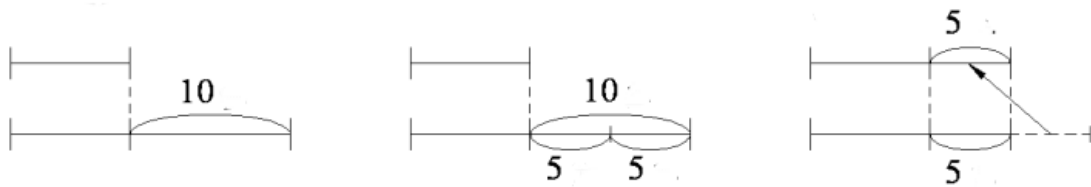
Задача 1. У брата і сестри разом 30 гривень. Скільки грошей у кожного, якщо у брата на 8 гривень більше, ніж у сестри?

До таких задач можливі два варіанта моделі. Обговоривши з дітьми переваги і недоліки кожної з них для подальшої роботи над такими задачами краще вибрати першу модель-схему.



Щоб підвести учнів до вибору більш зручної для показу розв’язання моделі і допомогти їм «вийти» на один із можливих способів розв’язання задачі про розподіл грошей між братом і сестрою, можна запропонувати допоміжну задачу: «У тебе в двох кишенях лежать гроші, причому, в одній із них на 10 гривень більше, ніж у другій. Що потрібно зробити, щоб грошей в кишенях стало порівну?».

– Покажіть на схемі, як були розложені гроші. Як зручніше розмістити відрізки? (Один під одним, тоді одразу видно, що грошей не порівну, що на 10 гривень різниця.)

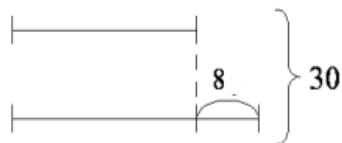


– Покажемо на схемі, як можна зробити так, щоб грошей в кишенях стало порівну? Як урівняти відрізки? (Потрібно 10 розділити на дві рівні частини — монети по 5 гривень. Одну монету в 5 гривень залишити, а другу перекласти в другу кишень.)

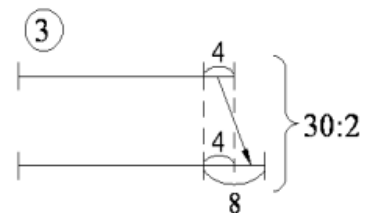
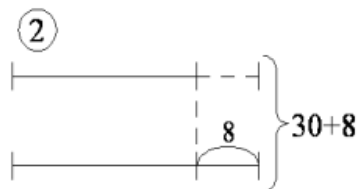
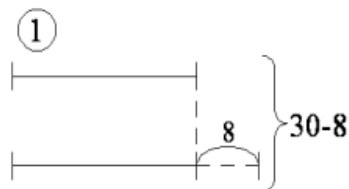
Тепер можна повернутися до попередньої задачі, щоб порівняти дві її моделі — схеми. В результаті обговорення з’ясовують, що на першій схемі добре видно різницю у 8 гривень, сума 30 гривень показана фігурною дужкою. На другій схемі краще показана сума — ціле 30 гривень, але однакові відрізки («стільки само») «на око» важко визначити, треба перевіряти циркулем. Порівнявши обидві схеми зі схемою до задачі про урівнювання грошей

приходимо до думки — будемо працювати з тією моделлю, на якій добре видно різницю і однакові частини.

Учитель робить установку: потрібно знайти три способи розв'язання. Якщо виникають труднощі, то учням пропонують для аналізу вирази, які потрібно зіставити зі схемою, перетворювати її відповідно до кожного виразу і подумати: чи може цей вираз бути початком розв'язання. В ході обговорення учні тричі перетворюють модель задачі і «виходять» на три способи її розв'язання.



$$\begin{array}{l} 30 - 8 \\ 30 + 8 \\ 30 : 2 \end{array}$$



Якщо би брат віддав комусь 8 гривень, то у нього стало б грошей стільки само, скільки у сестри, а у них двох стало би на 8 гривень менше: $30 - 8$

Якщо б сестрі хтось дав ще 8 гривень, то в неї стало б грошей стільки само, скільки і в брата, а в них двох стало б на 8 гривень більше: $30 + 8$

Якщо би брат із сестрою спочатку розділили гроші порівну ($30 : 2$), тоді, щоб у брата стало на 8 гривень більше, сестрі потрібно віддати йому своїх 4 гривні

Після такої підготовчої роботи учні можуть самостійно закінчити розв'язання. Уточнюється:

— Для чого забирали з 30-ти 8 або додавали 8 до 30? (Щоб отримати рівні частини.)

— Як ми отримували рівні частини? (Забирали зайве або додавали те, чого не вистарчає, і отримували дві рівні частини.)

— Спираючись на дві перші схеми, спробуйте розв'язати задачу двома способами.

Діти знаходять і пояснюють такі розв'язання:

1 спосіб:

- 1) $30 - 8 = 22$ (грн.) стане всього,
- 2) $33 : 2 = 11$ (грн.) в сестри,
- 3) $11 + 8 = 19$ (грн.) в брата.

2 спосіб:

- 1) $30 + 8 = 38$ (грн.) стане всього,
- 2) $38 : 2 = 19$ (грн.) в брата,
- 3) $19 - 8 = 11$ (грн.) в сестри.

– Ми почали розв’язувати третім способом так: $30 : 2 = 15$ (грн.). Що означає число 15? (По 15 гривень було би в брата і у сестри, якби гроші розділили порівну).

– Продовжуйте розв’язування за третьою моделлю.

Учні можуть запропонувати ще 2 дії, не пояснивши, звідки взялось число 4. В цьому випадку слід звернути увагу на те, що в умові задачі дане число 8, а не число 4 і що потрібно довести, звідки «взяли» число 4.

$8 : 2 = 4$ (грн.) сестра віддасть брату, щоб у нього грошей стало на 8 гривень більше.

$15 - 4 = 11$ (грн.) залишиться у сестри, коли вона віддасть 4 гривні брату.

$15 + 4 = 19$ (грн.) стане в брата.

– Як перевірити останнє розв’язання? (Від 19 відняти 11, вийде різниця 8 гривень. До 19 додати 11 вийде 30 гривень всього. Відповіді 11 і 19 відповідають умові задачі.)

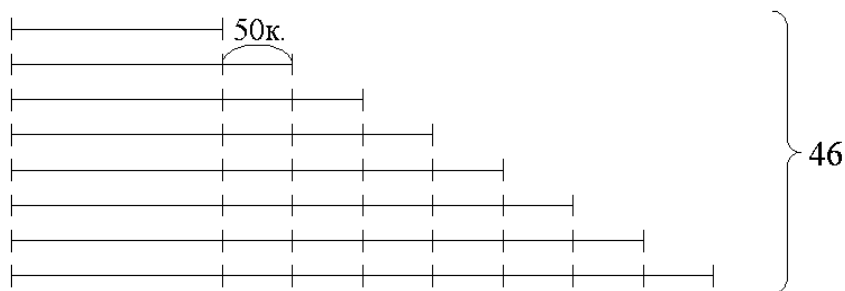
– Охарактеризуємо кожен спосіб розв’язання. Що в них спільного?

– Ми старались урівняти в першому випадку за меншою частиною, для чого більшу зменшили на 8 і ціле 30 зменшили на стільки ж. В другому випадку урівнювали за більшою частиною, збільшивши меншу частину і ціле 30 на 8. В третьому випадку одразу розділили ціле 30 на дві рівні частини, а потім зробили їх нерівними з різницею у 8 гривень.

Уточнивши особливості кожного з трьох прийомів розв’язання задачі про розподіл цілого на нерівні частини прийомом попереднього їх урівнювання, учням можна запропонувати задачу, ускладнену по відношенню до щойно розв’язаної, щоб створити можливість використання «відкритого» учнями прийому в новій ситуації.

Задача 2. Розділіть 46 гривень на 8 частин так, щоб кожна частина була більше попередньої на 50 копійок.

– Побудуйте модель. Поміркуйте.



Під час обговорення результатів самостійної роботи з'ясовується закономірність: число монет по 50 к. збільшується з кожною частиною на 1, але порівняно з номером частини число «зайвих» монет на 1 менше. Можна не показувати на кожній частині число монет по 50 к., а за її номером здогадатися, на скільки вона більше, ніж перша частина. Учні пропонують урівняти за 1-ою частиною. По-різному підраховують число всіх зайвих монет по 50 к. і зайвих грошей в гривнях, віднімають це з 46 гривень і дізнаються, скільки гривень припадає на 8 частин.

– По 50 копійок треба повторити 28 разів.

– А я рахував одразу гривні, тобто по 2 монети 50 к., вийшло 14 гривень.

– Запишіть вираз, який показує число «зайвих» монет по 50 к. Подумайте, як легше знайти його значення. Перевіримо, що у вас вийшло. ($1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$. Легше обчислювати так: 1 і 7, 2 і 6, 3 і 5 — це 8, тепер потрібно по 8 взяти 3 рази і додати до 4, виходить 28.)

– Для чого ми лічили число монет по 50 к.? Як це допоможе продовжити розв'язання? (Можемо дізнатися, скільки «зайвих» грошей у гривнях: 28 розділили на 2, оскільки в кожній гривні міститься по 2 монети 50 к. Виходить 14 гривень.)

– Для чого нам це число?

– Ці 14 гривень — зайві. Без них частини стануть рівними.

– Продовжуйте далі розв'язання самі з опорою на модель. (Учитель працює індивідуально, допомагаючи здогадатися учням, у яких виникли труднощі.)

– Перевіряємо. Поясніть, як продовжили розв'язування.

– Із 46 гривень потрібно відняти 14 зайвих гривень, залишається 32. Ці 32 гривні треба розділити на 8 рівних частин, виходить 4 гривні. Це перша частина.

– Як визначити решту 7 частин?

– До 4 гривень потрібно додавати по 50 копійок.

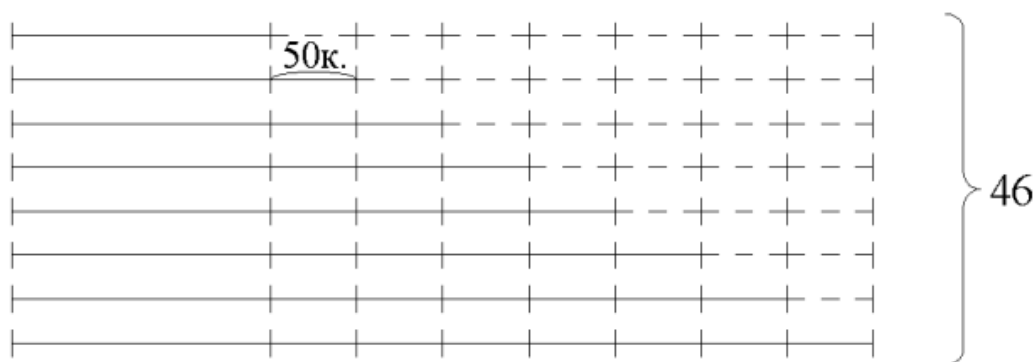
– Запишіть через кому всі частини, зробить перевірку.

– 4 грн., 4 грн. 50 к., 5 грн., 5 грн. 50 к., 6 грн., 6 грн. 50 к., 7 грн., 7 грн. 50 к. Потрібно додати і перевірити, чи виходить 46 гривень.

– Як зручніше це зробити?

– Спочатку додати гривні, а потім копійки.

Обговорюються й інші способи обчислення суми. Потім учитель пропонує своє розв’язання, а учні пояснюють ідею цього розв’язування (урівнювання за більшою частиною) і сенс кожної дії.



Головне «побачити» на моделі, що для урівнювання за більшою частиною недостатньо 28 монет по 50 к.. Тільки сума буде записана навпаки: $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$. Для отримання відповіді потрібно із значення більшої частини 7 грн. 50 к. віднімати по 50 к.

Для наступного ускладнення в задачу можна ввести три взаємопов’язані величини: ціна, кількість і вартість. Сюжетом задачі буде покупка товару з неоднаковою ціною. Ключ до її розв’язання — урівнювання ціни.

Приклади розв’язування інших задач подано в додатку Б.

На прикладі задач розглянемо інші різні прийоми розв’язання.

1. У фермера є кури і кролики. Всього в цих кур і кроликів 5 голів і 14 ніг. Скільки кур і кроликів має фермер?

Розглянемо способи розв'язання цієї задачі. Є 4 способи розв'язання цієї задачі:

1 спосіб: метод підбору:

2 кролика, 3 курки.

2 спосіб: перебір варіантів

Розв'язання таким методом краще оформити у вигляді таблиці:

Кількість голів		Кількість ніг		Всього	
кролики	кури	кролики	кури	голів	ніг
1	4	4	8	5	12
2	3	8	6	5	14
3	2	12	4	5	16
4	1	16	2	5	18

Відповідь: 2 кролика і 3 курки.

3 спосіб: арифметичний. Метод припущення:

а) метод припущення за надлишком:

Припустимо, що в клітці тільки кролики, тоді в них $4 \times 5 = 20$ (ніг), тобто 6 ніг «зайві». Ці ноги належать курам. Оскільки в курки 2 ноги, то $6 : 2 = 3$ (курки); $5 - 3 = 2$ (кролики)

б) метод припущення за нестачею:

Припустимо, що в клітці були тільки кури:

$5 \times 2 = 10$, тобто не вистарчає 4 ноги. Вони належать кроликам: $4 : 2 = 2$ (кролика); $5 - 2 = 3$ (курки)

Відповідь: 2 кролика і 3 курки.

4 спосіб: алгебраїчний; складання рівняння:

а) x — кролики; $(5 - x)$ — кури

$$4x + 2(5 - x) = 14$$

$$4x + 10 - 2x = 14$$

$$4x - 2x = 14 - 10$$

$$2x = 4$$

$$x = 4 : 2$$

$$x = 2 \text{ (кролики)} \quad 5 - 2 = 3 \text{ (курки)}$$

б) x — кролики; y — кури

$$x + y = 5$$

$$4x + 2y = 14$$

$$x = 5 - y$$

$$4(5 - y) + 2y = 14$$

$$x = 5 - y$$

$$20 - 4y + 2y = 14$$

$$x = 5 - y$$

$$20 - 2y = 14$$

$$x = 5 - y$$

$$2y = 20 - 14$$

$$x = 5 - y$$

$$2y = 6$$

$$x + y = 5$$

$$y = 3 \text{ (курки)}$$

$$x = 5 - 3$$

$$x = 2 \text{ (кролики)}$$

Розв'язування задач різними способами сприяє поглибленню знань, логічного мислення, розширює кругозір. Учні початкових класів такі задачі в основному розв'язують методом перебору. Лише незначна частина розв'язує алгебраїчним способом з допомогою складання рівняння.

2. Летіла зграя гусей, а назустріч їм летить один гусак і говорить: «Привіт, сто гусей!». «Нас не сто гусей, — відповідає йому вожак зграї, — якщо би нас було стільки, скільки тепер, і ще стільки, і половина від того, і ще четверть, та ще ти, гусак, з нами, то тоді нас було би сто гусей». Скільки в зграї гусей?

Розв'язування задачі:

1 спосіб — метод перебору:

Міркують, що гусей більше 30, але менше 40, причому число гусей має ділитися на 2 і на 4. Отже, перевіряємо числа 32, 34, 36, 38; одночасно на 2 і на 4 діляться 32 і 36.

Перевірка: $32 + 32 + 32 : 2 + 32 : 4 + 1 = 89$, $89 < 100$, то 32 не підходить.

$36 + 36 + 36 : 2 + 36 : 4 + 1 = 100$, $100 = 100$, то 36 підходить. Отже, гусей було 36.

2 спосіб — алгебраїчний метод:

Якщо x — кількість гусей, то отримаємо рівняння:

$$x + x + x : 2 + x : 4 + 1 = 100$$

спільний знаменник: 4

$$4x + 4x + 2x + x + 4 = 400$$

$$11x = 400 - 4$$

$$11x = 396$$

$$x = 396 : 11$$

$$x = 36$$

$$\text{Перевірка: } 36 + 36 + 36 : 2 + 36 : 4 + 1 = 100$$

Відповідь: 36 гусей.

3. Летіла зграя гусей: один гусак спереду, а два позаду; один позаду і два спереду; один між двома і три в ряд. Скільки всього було гусей?

Відповідь: 3 гусей.

Ця задача на кмітливість і тому розв'язання не має, тільки логічно міркуючи можна дати правильну відповідь на питання задачі.

4. По три собаки прив'язано в трьох місцях. Скільки у них кігтів?

Ця задача розв'язується тільки арифметичним способом.

1 спосіб:

$$4 \times 4 \times 3 \times 3 = 144 \text{ (кігтя) у 9 собак}$$

2 спосіб:

$$1) 3 \times 3 = 9 \text{ (собак) всього;}$$

$$2) 4 \times 4 = 16 \text{ (кігтів) у 1 собаки;}$$

$$3) 9 \times 16 = 144 \text{ (кігтів) у 9 собак.}$$

Відповідь: 144 кігтя.

Інші прийоми розв'язування нестандартних задач подані в додатку Б.

На заключному етапі роботи гуртка були випущені математичні газети.

Таким чином, в ході експериментального дослідження нами були відібрані та реалізовані на уроках математики нестандартні задачі з метою розвитку математичних здібностей у молодших школярів.

2.3. Аналіз ефективності розвитку математичних здібностей у молодших школярів

На контрольному етапі дослідження для визначення рівня розвитку математичних здібностей була використана та сама діагностика, що й на констатувальному етапі. Завдання для контрольного етапу подані в додатку Г.

Продемонструємо результати повторної діагностики, отримані в експериментальному класі у порівнянні із результатами констатувального етапу, на рис. 2.8 – 2.11.

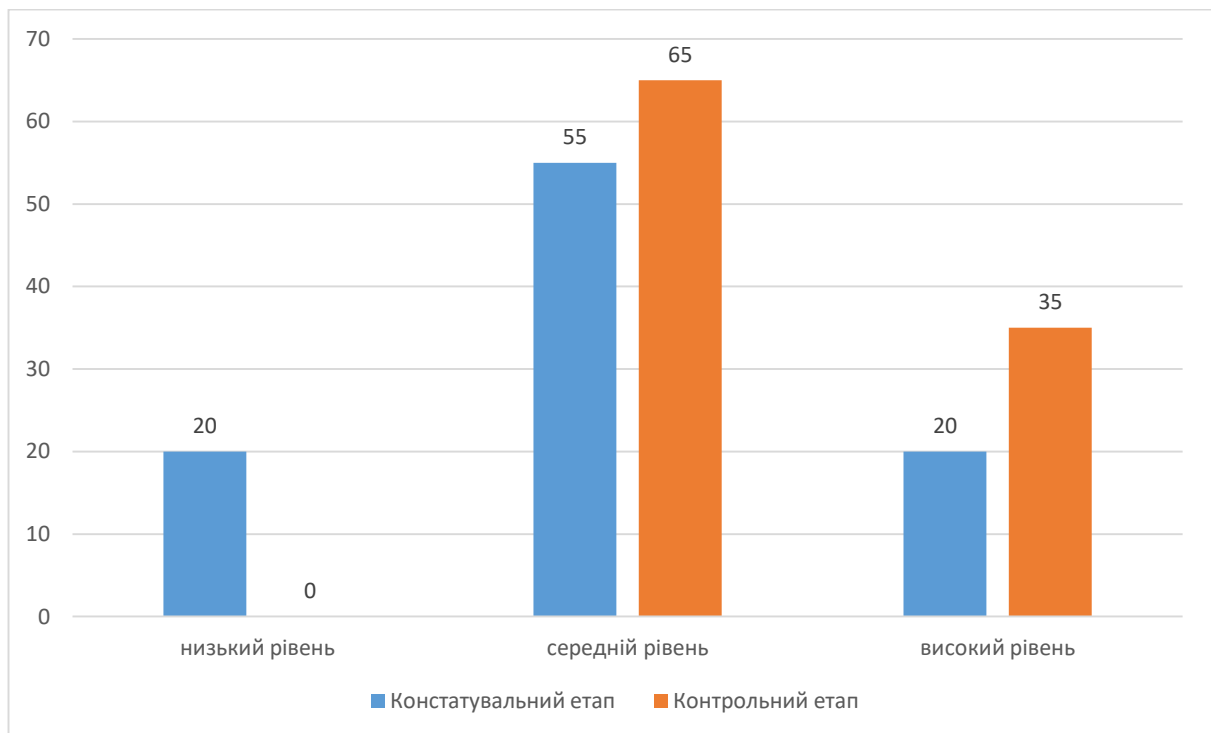


Рис. 2.8. Порівняльна діаграма рівнів розвитку здатності до формалізації математичного матеріалу в експериментальному класі (у %)

Встановлено, що на контрольному етапі в експериментальному класі не виявлено дітей, що мають низький рівень розвитку здатності до формалізації математичного матеріалу (зниження показника на 20 %).

Середній рівень розвитку здатності до формалізації математичного матеріалу стали мати 65 % дітей (13 осіб) (підвищення показника на 10 %).

На високому рівні розвитку здатності до формалізації математичного матеріалу стали демонструвати 35 % учнів (7 осіб). Такі діти відрізняють задачу від інших текстів (підвищення показника на 10 %).

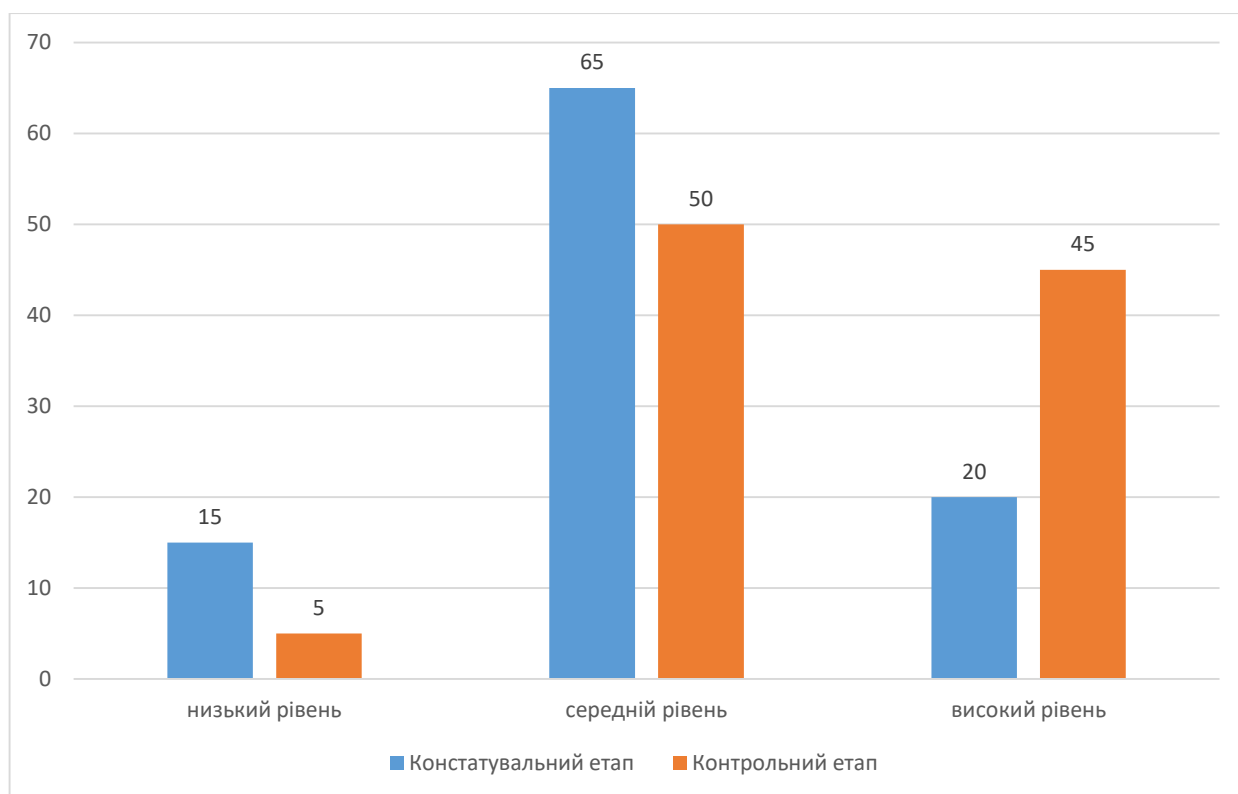


Рис. 2.9. Порівняльна діаграма рівнів розвитку здатності до оперування числовою і знаковою символікою в експериментальному класі (у %)

Встановлено, що на контрольному етапі дослідження низький рівень розвитку здатності до оперування числовою і знаковою символікою мають 5 % учнів експериментального класу (1 особа). У таких дітей відсутні конкретні знання щодо розв’язування задач (зниження показника на 10 %).

Середній рівень розвитку здатності до оперування числовою і знаковою символікою стали мати 50 % учнів експериментального класу (10 осіб) (зниження показника на 15 %).

Високий рівень розвитку здатності до оперування числовою і знаковою символікою мають 45 % учнів експериментального класу (9 осіб). Такі учні вміють записувати розв’язування задач, виконувати обчислення (підвищення показника на 25 %).

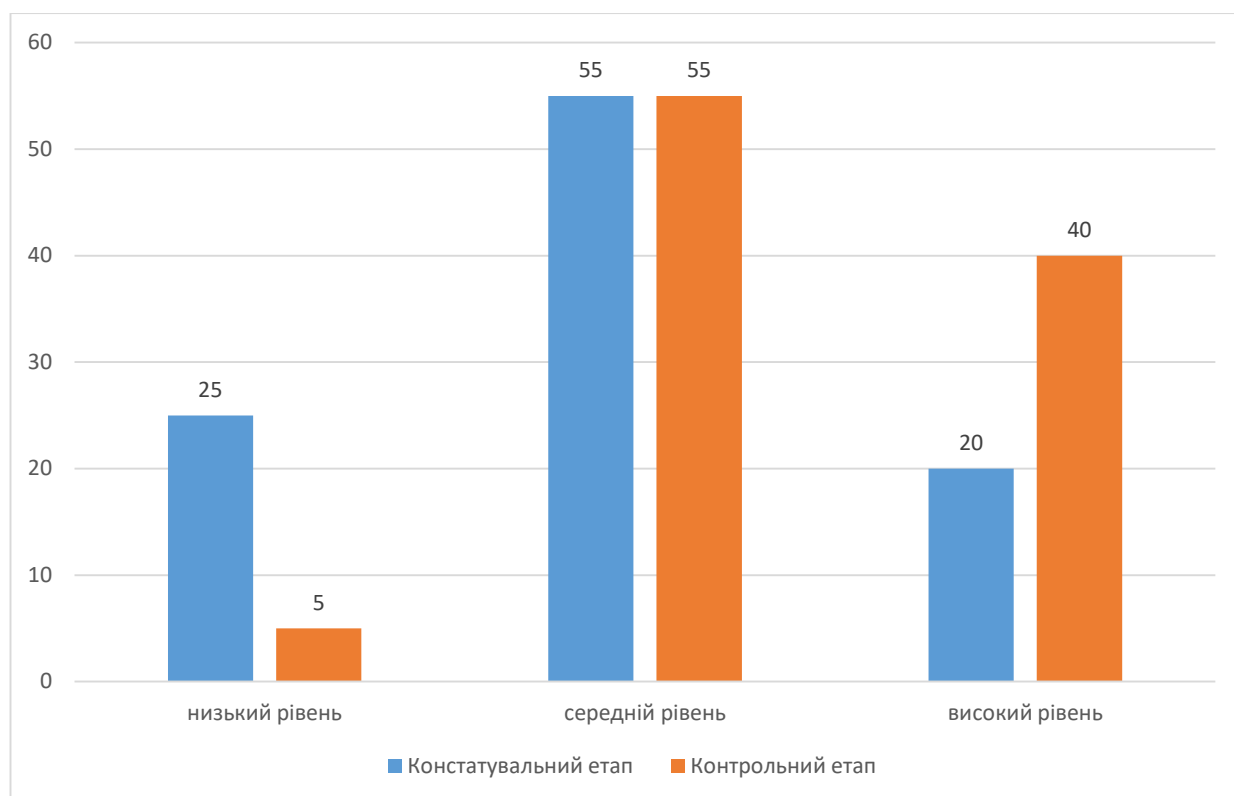


Рис. 2.10. Порівняльна діаграма рівнів розвитку гнучкості мислення, здатності скорочувати процес міркування в експериментальному класі (у %)

Виявлено, що на контрольному етапі низький рівень розвитку гнучкості мислення, здатності скорочувати процес міркування мають 5 % дітей експериментального класу (1 особа). Такі учні не можуть записувати розв’язування задачі виразом, не здатні розв’язувати задачу різними способами (зниження показника на 20 %).

Середній рівень розвитку гнучкості мислення, здатності скорочувати процес міркування мають 55 % дітей (11 осіб).

Високий рівень розвитку гнучкості мислення, здатності скорочувати процес міркування стали показувати 40 % дітей (4 особи). Такі учні проявляють здатність записувати розв’язування задачі виразом, можуть розв’язувати задачу різними способами (підвищення показника на 20 %).

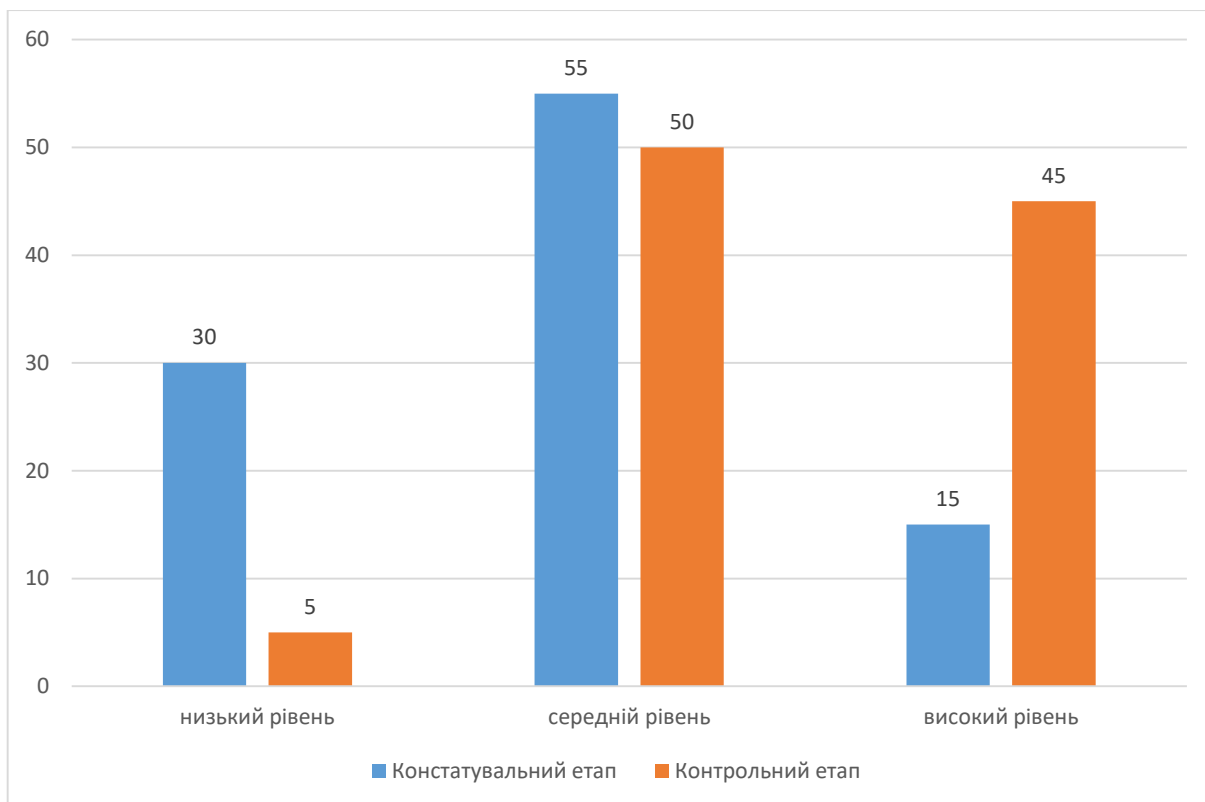


Рис. 2.11. Порівняльна діаграма рівнів розвитку образно-геометричного мислення і просторових уявлень в експериментальному класі (у %)

Виявлено, що на контрольному етапі дослідження низький рівень розвитку образно-геометричного мислення і просторових уявлень мають 5 % учнів (1 особа) (зниження показника на 25 %). Такі учні не вміють виконувати побудову геометричних фігур.

Середній рівень розвитку образно-геометричного мислення і просторових уявлень мають 50 % учнів (10 осіб) (зниження показника на 5 %).

Високий рівень розвитку образно-геометричного мислення і просторових уявлень мають 45 % учнів (9 осіб) (підвищення показника на 30 %). Такі учні вміють виконувати побудову геометричних фігур.

Далі порівняємо критерії між собою (див. рис. 2.12).

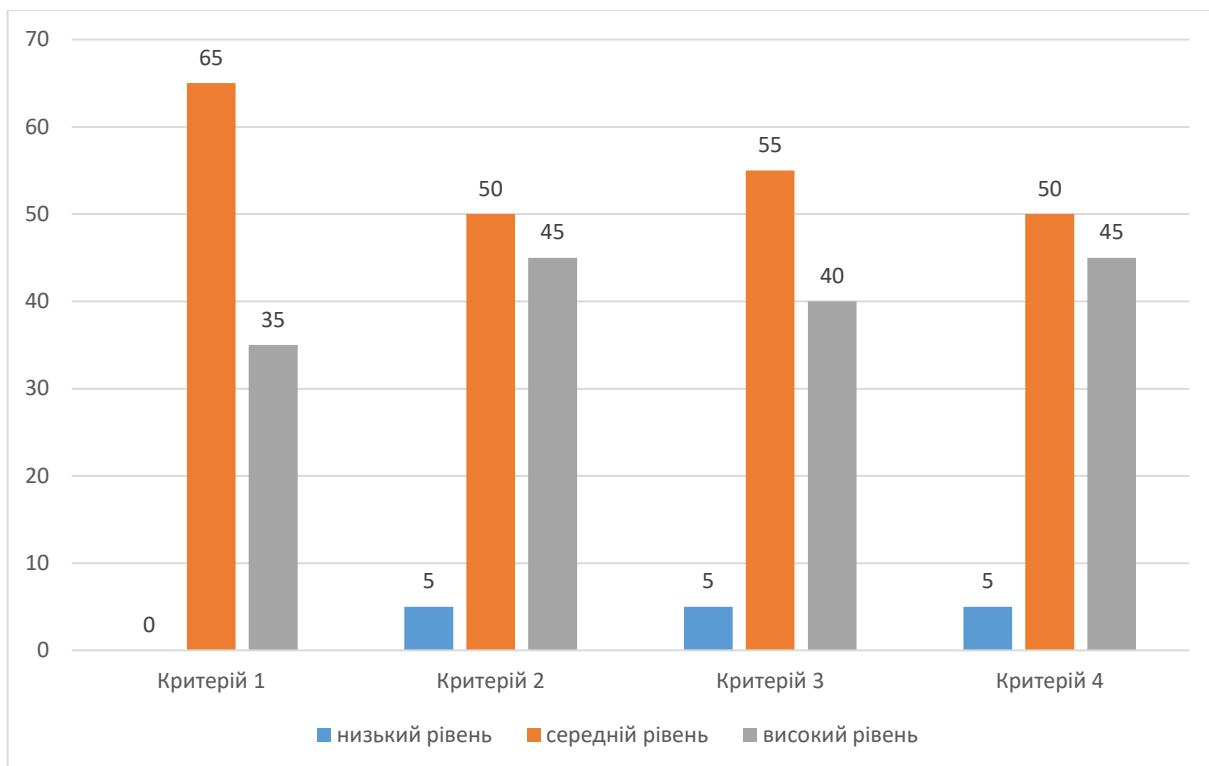


Рис. 2.12. Порівняльна діаграма критеріїв розвитку математичних здібностей на контрольному етапі дослідження в експериментальному класі (у %)

Порівняння критеріїв розвитку математичних здібностей на контрольному етапі дослідження показало, що лише для 5 % учнів експериментального класу (1 особа) проблемним виявились розвиток здібності до оперування числовою і знаковою символікою, розвиток гнучкості мислення, розвиток образно-геометричного мислення і просторових уявлень. Найбільш розвинутими на контрольному етапі дослідження виявилась здатність до оперування числовою і знаковою символікою та розвиток образно-геометричного мислення і просторових уявлень.

На рис. 2.13 продемонструємо порівняння рівнів розвитку математичних здібностей в учнів експериментального класу на констатувальному і контрольному етапах дослідження.

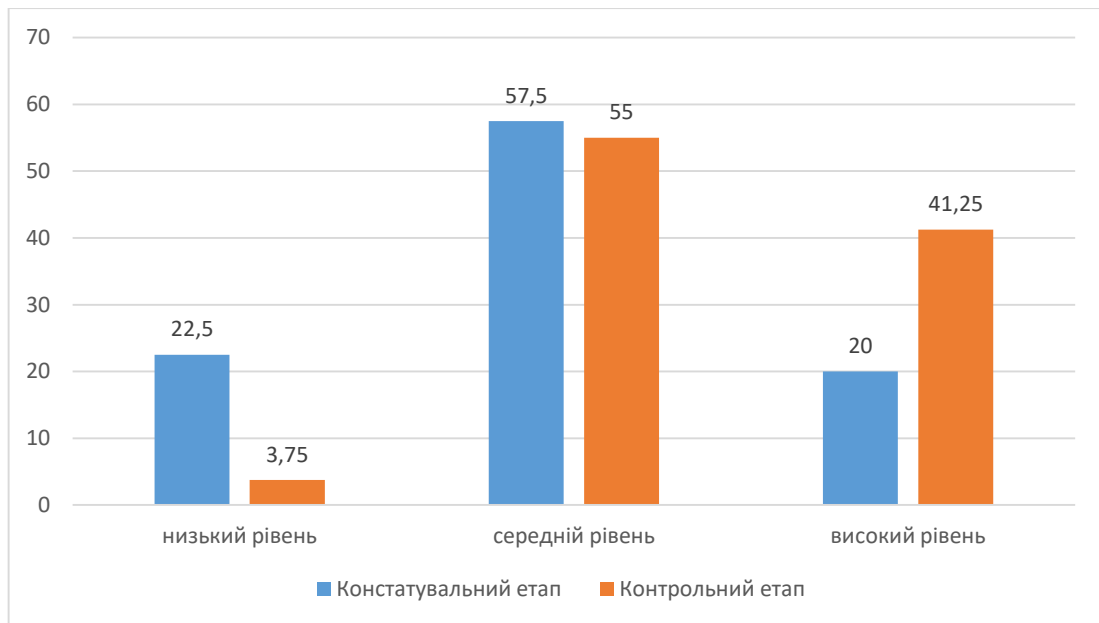


Рис. 2.13. Порівняльна діаграма рівнів розвитку математичних здібностей в учнів експериментального класу наприкінці дослідження (у %)

Визначено, що низький рівень розвитку математичних здібностей наприкінці дослідження має 3,75 % учнів експериментального класу. Середній рівень розвитку математичних здібностей мають 55 % учнів. Високий рівень розвитку математичних здібностей мають 41,25 % учнів.

Таким чином, після проведення експериментальної роботи, спрямованої на розвиток математичних здібностей в ході розв’язування нестандартних задач, третьокласники експериментальної групи стали демонструвати вищий рівень розвитку математичних здібностей.

В учнів контрольного класу результати повторної діагностики суттєво не відрізнялися від тих, що були отримані на констатувальному етапі дослідження.

Порівняння результатів діагностувальних робіт, якості навчання з математики дозволяють зробити висновок про те, що із підвищенням рівня математичних здібностей в учнів експериментального класу зростає і успішність в оволодінні математикою.

Отже, наприкінці дослідження ми встановили, що після проведення експериментальної роботи, спрямованої на розвиток математичних здібностей в ході розв’язування нестандартних задач третьокласники показали значущі відмінні результати.

ВИСНОВКИ

В умовах сучасної освіти серед багатьох проблем удосконалення навчання математики в початковій школі велике значення має проблема розвитку в учнів математичних здібностей. Ефективність та якість навчання математики визначаються не тільки глибиною та міцністю оволодіння школярами системою математичних знань, умінь та навичок, передбачених типовою освітньою програмою, але й рівнем їхнього математичного розвитку, рівнем підготовки до самостійного оволодіння знаннями. У школярів мають бути сформовані певні якості мислення, навички раціональної навчальної праці, розвинуті пізнавальний інтерес та культура мислення.

Математичні здібності — складне структурне психічне утворення, своєрідний синтез властивостей, якість розуму, що охоплює різноманітні його сторони, і розвивається в процесі математичної діяльності.

Розвиток математичних здібностей молодших школярів передбачає розвиток їхньої творчої уяви. Проблема розвитку уяви дітей актуальна тим, що цей психічний процес є невід'ємним компонентом будь-якої форми творчої діяльності людини, її поведінки загалом. За останні роки в психолого-педагогічній літературі все частіше ставиться питання про роль математичних здібностей дитини в її розумовому розвитку.

Розв'язуючи задачі, подані в продуманій математичній системі, учні не тільки активно оволодівають змістом курсу математики, але й набувають умінь мислити творчо. Учні мають вміти розв'язувати не тільки стандартні задачі, але й такі, що потребують незалежності мислення, оригінальності, винахідливості. Тому в багатьох сучасних підручниках для початкової школи розглядаються способи розв'язування деяких цікавих і нестандартних задач (задач на кмітливість, задач-жартів, математичних фокусів, числових головоломок, дидактичних ігор, арифметичних ребусів і лабіринтів, загадок, комбінаторних задач, задач-казок та ін.).

Розв'язування нестандартних задач потребує від учнів включення в активну діяльність, яка переважно спрямована на формування загальних умінь

розв'язувати задачі, ніж робота над типовими задачами. Розв'язування нестандартних задач дозволяє учням накопичувати досвід у ході порівняння, спостереження, виявляти нескладні математичні закономірності, висловлювати припущення і здогадки, які потребують доведення. Тим самим створюються умови для вироблення в учнів потреби в дедуктивних міркуваннях.

Під час розв'язування нестандартних задач використовуються ті самі способи розв'язання, що й для стандартних задач: алгебраїчний, арифметичний, графічний практичний, метод припущення, метод підбору і перебору. Також реалізуються прийоми урівнювання, побудова іншої моделі задачі, ніж та, яка була використана під час розв'язування задачі одним методом чи способом; використання іншого способу розбору задачі під час складання плану розв'язування; доповнення умови задачі відомостями, які не впливають на результат розв'язання; практичне розв'язання ситуації, описаної в задачі; заміна поданої задачі іншою, за результатом розв'язування якої можна знайти відповідь на питання поданої задачі; виділення всіх залежностей у задачі.

В ході реалізації експериментального дослідження був підготовлений практичний матеріал, спрямований на визначення рівня розвитку математичних здібностей в учнів початкових класів. За допомогою діагностики оцінювалось:

- 1) здатність до формалізації математичного матеріалу;
- 2) здатність до оперування числовою і знаковою символікою;
- 3) гнучкість мислення, здатність скорочувати процес міркування (раціональність);
- 4) розвиток образно-геометричного мислення і просторових уявлень.

Далі нами були відібрані і реалізовані на уроках математики нестандартні задачі з метою розвитку математичних здібностей у молодших школярів.

Після проведення формувального етапу експериментального дослідження, спрямованого на розвиток математичних здібностей в ході розв'язування нестандартних задач, третьокласники стали демонструвати вищий рівень здібностей до логічного узагальнення і рівень розвитку математичних здібностей

загалом. Вони демонстрували уміння абстрагування, здібності до класифікації, порівняння і понятійне мислення.

Також третьокласники стали проявляти вищий рівень умінь давати визначення понять, високий рівень перцептивних здібностей, високий рівень аналітико-синтетичних та інтелектуальних здібностей, здатність аналізувати ціле через його складові частини та просторових уявлень.

Отже, можна стверджувати, що під час розв'язування нестандартних задач на уроках математики або під час позаурочної діяльності, безумовно, спостерігається розвиток інтересу до математики та загальна тенденція до активізації пізнавальної діяльності учнів і підвищення рівня розвитку математичних здібностей у молодших школярів, оволодіння ними основними способами розв'язування нестандартних задач різних видів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Баєва Т. Ф., Руденко В. М., Мудрик О. І. Уроки розвитку логічного мислення у початкових класах. Кам'янець-Подільський: Абетка, 2001. 80 с.
2. Білецька Л. С., Ядлось О. В. Особливості організації позакласної роботи з математики у початкових класах. The 2nd International scientific and practical conference “Young scientists and methods of improving modern theories” (September 26-29, 2023). Milan, Italy. International Science Group. 2023. 196 p.
3. Білоус О. В. Вікова психологія: навч. посіб. Чернігів: Чернігівський національний педагогічний університет імені Т. Г. Шевченка, 2015. 108 с.
4. Богданович М. В. Методика розв'язування задач у початковій школі. Київ: Вища школа, 1990. 183 с.
5. Богданович М. В. Цікава математика. 4 клас: навч. посіб. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2011. 180 с.
6. Богданович М. В., Будна Н. О., Лищенко Г. П. Урок математики в початковій школі: Навчальний посібник. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2004. 280 с.
7. Богданович М. В., Козак М. В., Король Я. А. Методика викладання математики в початкових класах: навчальний посібник. 4-те вид., переробл. і доп. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2014. 360 с.
8. Богданович М. В., Лищенко Г. П. Пропедевтика геометрії та алгебри в початковій школі. Київ: Освіта України, 2010. 240 с.
9. Божик Л. М. Як розвивати розумові здібності. Харків: Основа. 2000. 93 с.
10. Веділіна О. А., Кенебаєва М. А. Розвиток математичного мислення та здібностей на уроках математики в початковій школі. *Початкова школа*. 2005. № 6. С. 4-7.
11. Віхрова О. В., Білоусова Г. М. Навчання розв'язуванню логічних задач на уроках математики. *Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова*. 2005. Вип. 1. С. 61-64.
12. Вовченко О. І. Про здібності людини. Полтава: Талант. 2003. 120 с.

13. Гончаренко С. Український педагогічний словник. Київ: «Либідь», 1997.
<https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/106820/1/%D0%93%D0%BE%D0%BD%D1%87%D0%B0%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%BA%D0%BE.%20%D0%9F%D0%B5%D0%B4%D0%B0%D0%B3%D0%BE%D0%B3%D1%96%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%B9%20%D1%81%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%BD%D0%B8%D0%BA%20%281%29.pdf>
14. Гордіюк Н. М. Робота з обдарованими дітьми. Сходинки творчого зростання. 1-4 кл.: посібник для вчителя. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2007. 152 с.
15. Гречук В., Кіщук Н. Шляхи вдосконалення математичної підготовки молодших школярів. *Початкова школа*. 2013. № 8. С. 25-30.
16. Губенко О. В. Розвиваємо математичні здібності дитини. *Обдарована дитина*. 1999. № 3. С. 3-15.
17. Гуменяк О. В. Спробуй розв'язи! Цікаві математичні задачі. Київ: ВЦ «Академія», 1998. 80 с.
18. Державний стандарт початкової освіти, затверджений Постановою Кабінету Міністрів України із змінами від 30 вересня 2020 р. № 898. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/87-2018-%D0%BF#Text>
19. Доценко С. О. Нестандартні задачі з математики як засіб розвитку творчих здібностей учнів початкової школи. *Педагогіка формування творчої особистості у вищій і загальноосвітній школах*. 2015. Вип. 45(98). С. 329-337.
20. Друзь Б. Г. Творчі вправи з математики для початкових класів: Посібник для вчителів. Київ: Рад. шк., 1998. 144 с.
21. Дуткевич Т. В. Дитяча психологія: навч. посіб. Київ: Центр учбової літератури, 2012. 424 с.
22. Зайченко І. В. Педагогіка: навч. посібник. Київ: Освіта України, КНТ, 2008. 528 с.
23. Здібності, творчість, обдарованість: теорія, методика, результати досліджень: колективна монографія / ред. В. Моляко, О. Музики. Житомир: Рута, 2006. 320 с.

24. Зорочкіна Т. Види та типи обдарованості особистості. *Наукові записки. Серія: педагогічні науки*. 2009. № 122. С. 147-152.
25. Коберник Г. І. Розв'язування задач на припущення і метод вилучення з Логіки у 2-4 класах за посібниками О. Митника: навч. посібн. для студ. спеціальності «Початкова освіта». Умань: Візаві, 2012. 148 с.
26. Коваль Л. В., Скворцова С. О. Методика навчання математики: теорія і практика: підручник для студентів. 2-ге вид., допов. і переробл. Харків: ЧП «Принт-Лідер», 2011. 414 с.
27. Король Я. А. Практикум з методики викладання математики в початкових класах. Тернопіль, 1998. 136 с.
28. Король Я. А., Романишин І. Я. Математичні ребуси в початковій школі. Частина І. Посібник для вчителів і учнів початкових класів. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 1999.
29. Корчевська О. П. Навчаємо математики. Методика роботи над задачами. Тернопіль: Мандрівець, 2008. 160 с.
30. Корчевська О. П. Робота над завданнями підвищеної складності з математики в початкових класах. Тернопіль: Підручники і посібники, 1999. 144 с.
31. Корчевська О. П. Цікава математика. 1-4 класи. Тернопіль: Астон. 2002. 112 с.
32. Корчевська О. П., Гнатківська О. М., Хребтова Н. Р. Розв'язання завдань підвищеної складності у підручниках з математики для 2-4 класів. Тернопіль: Підручники і посібники, 2016. 64 с.
33. Кремінський Б. Г. Обдарованість та проблема розвитку здібностей особистості. Практична психологія та соціальна робота. Чернігів, 2004. С. 74-80.
34. Кукліна О. Педагогічні умови розвитку математичних здібностей молодших школярів. *Теорія і методика навчання: проблеми та пошуки*. 2018. № 14. С. 217-221. URL: <https://dspace.hnpu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/5176e68f-d389-4de2-8871-15ce97cb7709/content>

35. Кутішенко В. П., Ставицька С. О. Психологія розвитку та вікова психологія: практикум. Київ: Каравела, 2009. 247 с.
36. Листопад Н. П. Вивчення величин на уроках математики в початковій школі на засадах компетентнісного підходу: методичні рекомендації. Київ: Педагогічна думка, 2020. 72 с.
37. Лищенко Г. П., Лищенко К. О. Методика розв'язування задач у 1 класі Нової української школи. Київ: «Генеза», 2020. 110 с.
38. Лозова В. І. Цілісний підхід до формування пізнавальної активності школярів; монографія. 2-ге вид., доп. Харків: Харк. держ. пед. університет ім. Г. С. Сковороди: О.В.С., 2000. 164 с.
39. Масюк О. Р. Розвиток математичних здібностей учнів у новій українській школі. *Новий Колегіум*. 2019. № 1. С. 34-38.
40. Масюк О., Титаренко Л. Педагогічні умови розвитку творчих математичних здібностей учнів початкової школи. Педагогіка формування творчої особистості у вищій і загальноосвітній школах. 2020. URL: <https://doi.org/10.32840/1992-5786.2020.68-1.36>
41. Митник О. Я. Логіка на уроках математики. Методика роботи над завданнями з логічним навантаженням у курсі математики початкових класів. Київ: Початкова школа, 2004. 104 с.
42. Митник О. Я. Творча математика. Навчальний посібник для 3 класу. Київ: Початкова школа, 2008. 80 с.
43. Митник О. Я. Як навчити дитину мистецтва мислення. Київ: Початкова школа, 2006. 104 с.
44. Нестандартні задачі з математики. 1-4 класи. Харків: Вид-во «Ранок», 2010. 192 с.
45. Нова українська школа: методика навчання математики у 1-2 класах закладів загальної середньої освіти на засадах інтегративного і компетентнісного підходів: навч.-метод. посіб. / С. Скворцова, О. Онопрієнко. Харків: Вид-во «Ранок», 2019. 352 с.

46. Нова українська школа: методика навчання математики у 3-4 класах закладів загальної середньої освіти на засадах інтегративного і компетентнісного підходів: навч.-метод. посіб. / С. Скворцова, О. Онопрієнко. Харків: Вид-во «Ранок», 2020. 320 с.
47. Нова українська школа: poradnik dla vchitelja; під заг. ред. Н. М. Бібік. Київ: ТОВ «Видавничий дім «Плеяди», 2017. 206 с.
48. Олексієнко Л. П. Як розвивати розумові здібності. Бесіда психолога з дітьми. Київ. 2001. 24 с.
49. Онопрієнко А. Позакласна робота на уроках математики в початковій школі. Актуальні проблеми навчання і виховання молодших школярів: матеріали наук. конф. студ. ф-ту почат. навч.: зб. тез наук. доп. Харків. нац. пед. ун-т ім. Г. С. Сковороди; за заг. ред. Л. П. Ткаченко. Харків, 2023. Вип. 13. С. 57.
50. Онопрієнко О. В. Предметна математична компетентність як дидактична категорія. *Початкова школа*. 2010. № 11. С. 47-49.
51. Орел Л. О. Позакласна робота з математики як засіб розвитку математичних здібностей молодших школярів. *Вісник Житомирського державного університету імені Івана Франка*. 2005. Вип. 24. С. 254-257. URL: <https://eprints.zu.edu.ua/3776/1/05olomsh.pdf>
52. Остапчук О. М., Клименюк Ю. М. Психолого-педагогічний супровід розвитку математичних здібностей молодших школярів. Сучасні технології формування логіко-математичної компетентності в дітей дошкільного та молодшого шкільного віку / за заг. ред. Н. П. Тарнавської, Н. Ю. Рудницької, Ю. М. Мурашевич. Житомир: ФОП «Левковець», 2015. URL: <https://eprints.zu.edu.ua/23926/1/13.PDF>
53. Панченко В. Розвиток математичних здібностей учнів початкових класів. *Проблеми підготовки сучасного вчителя*. 2010. № 2. С. 24-30.
54. Пометун О. І. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: наук.-метод. посіб. Київ: АСХ, 2004. 192 с.
55. Предметні тижні та олімпіади в початковій школі / Авт.-уклад.: О. І. Божко, А. А. Назаренко. Харків: Веста: Вид-во «Ранок», 2008. 160 с.

56. Психологія здібностей: навч. посібник / Г. І. Кагальняк, Г. О. Шулдик, Б. А. Якимчук, Л. А. Данилевич. Київ: Науковий світ, 2001. 75 с.
57. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: монографія. Харків: Факт, 2005. 360 с.
58. Рудницька Н. Ю. Формування математичної компетентності в учнів початкової школи згідно концепції НУШ. Актуальні проблеми початкової освіти: теорія і практика: збірник матеріалів Всеукраїнської з міжнародною участю науковопрактичної конференції (24 жовтня 2023 року) / за заг. ред. О. Гордієнко. Житомир, 2023. С. 57-59.
59. Савченко О. Я. Дидактика початкової школи: Підручник для студентів педагогічних факультетів. Київ: Генеза, 1999. 368 с.
60. Савченко О. Я. Компетентнісна спрямованість нових навчальних програм для початкової школи. *Початкова школа*. 2012. № 8. С. 1-6.
61. Семенець С., Семенець Л. Зміст і структура математичних здібностей учнів. Математика в рідній школі. 2016. № 3. С. 33-36. URL: http://eprints.zu.edu.ua/20690/1/Semenets_Zmist_i_struktura_mat_zdibnostej.pdf
62. Семенець Л. М. Зміст і структура технології розвитку математичних здібностей у старшокласників. *Вісник Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника. Серія: Педагогіка*. 2012. Вип. 41. С. 154-157.
63. Сиротенко Г. О. Сучасний урок: інтерактивні технології навчання. Харків: Основа, 2003. 224 с.
64. Скворцова С. О. Методична система навчання розв'язування сюжетних задач учнів початкових класів. Одеса: Астропринт, 2006. 696 с.
65. Скворцова С. О. Передумови розвитку математичних здібностей молодших школярів у програмі з математики для 1-4-х класів. *Вісник Чернігівського національного педагогічного університету. Серія: Педагогічні науки*. 2015. Вип. 125. С. 354-357.
66. Скворцова С., Онопрієнко О. Урок математики у початковій школі: мета, завдання, структура. *Початкова школа*. 2015. № 1. С. 4-9.

67. Стасів Н., Війчук Т. Методичні особливості формування математичних здібностей учнів початкової школи. Наукові інновації та передові технології. 2022. № 2(4). С. 377-386. URL: [https://doi.org/10.52058/2786-5274-2022-2\(4\)-377-386](https://doi.org/10.52058/2786-5274-2022-2(4)-377-386)
68. Столяр В. Розвиток пізнавального інтересу молодших школярів у процесі вивчення математики. *Молодь і ринок*. 2015. № 7. С. 71-76.
69. Стрілець С. І. Методика викладання математики в початкових класах у таблицях і схемах: навч.-метод. посіб. Чернігів: Чернігівський національний педагогічний університет імені Т. Г. Шевченка, 2012. 104 с.
70. Стрілець С. І., Запорожченко Т. П. Методика навчання освітньої галузі «Математика»: навч.-метод. посіб. Чернігів: ЧНПУ імені Т. Г. Шевченка, 2023. 188 с.
71. Сухарева Л. С. 500 логічних задач. 1-4 класи. Харків: Вид-во «Ранок», 2012. 196 с.
72. Сучасні технології формування логіко-математичної компетентності в дітей дошкільного та молодшого шкільного віку / за заг. ред. Н. П. Тарнавської. Житомир: ФОП «Левковець», 2015. 430 с.
73. Терепя А. В. Місце і роль логічних задач у системі математичної підготовки вчителя початкової школи. *Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія 3: Фізика і математика у вищій і середній школі*. 2017. Вип. 18. С. 191-198.
74. Типові освітні програми для закладів загальної середньої освіти: 1-2 та 3-4 класи. Київ: Видавництво «Світич», 2019. 336 с.
75. Фадєєва Т. О. Методика розв'язування нестандартних задач з математики у початкових класах. Кіровоград: РВЦ КДПУ, 2002. 40 с.
76. Хижняк І., Сухоручко К. Математична обдарованість та математичні здібності учнів початкової школи. *Професіоналізм педагога: теоретичні й методичні аспекти*. 2025. № 2(23). С. 187-202.
77. Яремчук А. Розвиток математичних здібностей учнів початкових класів на уроках математики. *Майстерність комунікації у мистецькій і професійній освіті*. 2020. С. 227-230.

ДОДАТКИ

Додаток А

Тематичне планування занять математичного гуртка

Розділ програми	К-сть годин	
	теорія	практика
Вступ	1	-
Ігри з числами	-	2
Магічні квадрати	-	4
Розв'язування рівнянь	-	5
Логічні і комбінаторні задачі	-	7
Задачі на урівнювання	-	6
Нестандартні задачі	-	9
Всього	1	33

Кожне заняття включає теоретичну і практичну частини, практична частина складає 80 % заняття.

Теми занять

№	Тема заняття
1	Вступ
2	Числові головоломки. Відновлення виразів
3	Заповнення числових кросвордів. Складання і розв'язування ребусів
4	Вправи для заповнення магічних квадратів
5	Складання «магічних» квадратів
6-7	Задачі на урівнювання
8	Складання моделі до задачі на урівнювання
9	Розв'язування старовинних задач на урівнювання
10	Реалізація декількох способів розв'язання
11	Задачі на урівнювання «Ціна, кількість і вартість»
12	Основні прийоми розв'язування рівнянь
13	Використання алгоритму розв'язування рівнянь
14	Розв'язування рівнянь
15-16	Складання рівнянь для розв'язування задач
17-18	Формування вміння правильно будувати припущення та логічні зв'язки
19	Розв'язування логічних задач різними способами: з допомогою схем
20	Розв'язування логічних задач різними способами: з допомогою таблиць

21	Розв'язування логічних задач різними способами: методом перебору
22	Логічно-пошукові завдання
23	Розв'язування олімпіадних завдань
24	Олімпіада з математики
25	Наочна математика
26-27	Оволодіння пошуковими навичками можливих варіантів розв'язання
28	Вибудовування гіпотези розв'язування задачі
29	Розв'язування задач на встановлення причинно-наслідкових зв'язків
30	Задачі з багатоваріантними розв'язками
31	Розв'язування нестандартних задач. Складання аналогічних завдань
32-33	Робота в групах: підготовка к впуску математичних газет
34	Підсумкове заняття: конкурс математичних стінгазет

Зміст програми

Значна увага приділяється оволодінню елементарними навичками дослідницької діяльності, розвитку у дітей уміння аналізувати і розв'язувати нестандартні задачі підвищеної складності.

Ігри з числами (2 год). Числові головоломки. Відновлення виразів. Заповнення числових кросвордів. Розв'язування і складання ребусів.

Магічні квадрати (4 год). Здійснення варіативного пошуку даних, необхідних для розв'язування. Магічний квадрат множення. Магічний квадрат ділення. Складання аналогічних завдань.

Задачі на урівнювання (6 год). Орієнтування в тексті задачі. Пошук необхідних даних для розв'язування. Складання аналогічних завдань. Ознайомлення з оригінальними шляхами міркувань. Визначення стратегії розв'язання: аналіз ситуації, порівняння даних. Висунення гіпотез і обґрунтування доказів розв'язання задачі. Задачі на розв'язування суперечностей. Складання аналогічних завдань. Виконання проєкта.

Розв'язування рівнянь (5 год). Основні прийоми розв'язування рівнянь. Використання алгоритму розв'язання рівнянь. Складання рівнянь під час розв'язування задач.

Логічні і комбінаторні задачі (7 год). Формування уміння правильно будувати припущення та логічні зв'язки. Розв'язування логічних задач різними

способами: з допомогою схем, таблиць, методом перебору. Логічно-пошукові завдання. Наочна математика (робота в групах: інсценування).

Нестандартні задачі (9 год). Оволодіння пошуковими навичками можливих варіантів розв'язування. Вибудовування гіпотези розв'язання задачі. Розв'язування задач на встановлення причинно-наслідкових зв'язків. Задачі з багатоваріантними розв'язками.

Приклади задач

Задача. За 2 ручки і 3 зошита заплатили 38 гривень. Яка ціна зошита, якщо він дорожчий, ніж ручка на 6 гривень?

Модель до задачі будуємо за аналогією до задачі про розподіл грошей між братом і сестрою. Учні знаходять два способи урівнювання нерівних частин.

Складніше визначити те, як зміниться вартість при урівнюванні ціни товару.

Міркування дітей:

— Якщо урівнювати за ціною ручки — за меншою частиною, то на схемі потрібно 3 рази забрати по 6 гривень. Отже, вартість (38 гривень) зменшиться на 6 гривень 3 рази.

— Якщо урівнювати за ціною зошита — за більшою частиною, то на схемі потрібно 2 рази домалювати відрізок, що відповідає 6-ти гривням. Тому вартість (38 гривень) збільшиться на 6 гривень 2 рази.

— Виявлені зміни вартості записуємо виразом, і знаходимо нове значення вартості.

Учні продовжують самостійно розв'язування за схемами і складають такі вирази:

$$(38 - 6 \cdot 3) : 5; \quad (38 - 6 \cdot 3) : 5 + 6; \quad (38 + 6 \cdot 2) : 5.$$

— Порівнюємо вирази, перевіряємо, чи знайдено відповідь на запитання задачі. Знаходимо значення шуканого і виділяємо раціональний спосіб розв'язання.

— Чому в кожному випадку ви ділите на 5, хоча предметів тільки два види: ручки і зошити? Можливо, як і в попередній задачі теж потрібно поділити на 2?

— Потрібно ділити на 5, тому що при урівнюванні чи за більшою, чи за меншою частиною виходить 5 рівних частин. Предметів всього 5 — дві ручки і три зошита.

— Чи всі запропоновані вами розв'язання правильні? (Перший вираз не дає відповіді на запитання задачі, оскільки, виконавши дії з числами, знайдемо

меншу частину — ціну ручки, а не зошита. Другий і третій вирази дають відповідь на запитання задачі, обчисливши, їх значення отримаємо 10 гривень).

— Який розв’язок раціональніший? (Звичайно ж, останнє. Запитується про ціну зошита. Розділивши на 5, знаходимо шукане. За другим виразом після ділення на 5 знаходимо ціну ручки, а щоб знайти ціну зошита, потрібно ще додати 6.)

— Попрацюємо над наступною задачею. Прочитайте її, порівняйте із розв’язаною щойно, побудуйте до неї схему. (Задачі подані як на дошці, так і на індивідуальних аркушах).

Задача. За ручку, 3 зошита, фломастери і 2 набори фарб потрібно заплатити 60 гривень. Яка ціна кожного з них, якщо ручка на 6 гривень дешевша, ніж зошит. Відомо, що зошит на 3 гривні дорожчий, ніж фарби, але на 2 гривні дешевший, ніж фломастери.

— В цій задачі початок такий самий, як і в попередній. Тільки ручка — одна, а не дві. Хоча і сказано, що ручка дешевша, ніж зошит на 6 гривень, але це означає, те саме, що й «зошит дорожчий, ніж ручка на 6 гривень».

— Чи допоможуть ваші міркування побудувати модель задачі?

— Так, потрібно почати так само, як і раніше, а потім побудувати відрізок для ціни фломастерів і два відрізка для ціни фарб. Всього 60 гривень.

— Виконайте побудову, перевіряючи відношення: більше чи менше і на скільки.

Під час самостійної роботи вчитель надає індивідуальну допомогу. Для перевірки і коректування вчитель на дошці будує модель задачі із помилками. В результаті обговорення і виправлення помилок учителя виходить схема, що відповідає задачі.

— Для розв’язання потрібно вибрати ту частину, чи ціну того предмета, за якою будемо урівнювати ціни інших предметів.

— Краще урівняти за ціною зошита, оскільки ціни ручки, фломастерів і фарб подані в порівнянні з ціною зошита.

— А може урівняти за меншою частиною — за ціною ручки?

— Можна, але ручка одна, а зошитів три. Швидше урівняти за ціною зошита.

— Гаразд, зупинимось на цьому. Обговоримо те, як зміниться ціле під час урівнювання. (До ціни ручки потрібно додати 6 гривень, 60 збільшити на 6. Ціну фломастерів потрібно зменшити на 2, отже, із суми 60 і 6 потрібно відняти 2. Ціну фарб збільшимо на 3. Купили 2 набора, додаю по 3 гривні 2 рази.)

— Що отримали в процесі і результаті урівнювання? Скільки рівних частин, яким виразом потрібно записати змінене ціле — вартість всіх предметів? (Рахуємо частини: 1 і 3, і 1, і ще 2 — всього 7 частин, що дорівнюють ціні зошита.)

— Запишіть вираз для цілого: $60 + 6 - 2 + 3 \cdot 2$. (Виходить 70 гривень.)

— Подумайте, що тепер можна дізнатися? Продолжите розв'язування. Знайдіть ціну кожного предмета.

Учні розв'язують самостійно. Для перевірки вчитель викликає тих, хто розв'язав швидше. Розв'язки обговорюються фронтально і діти знаходять раціональний, роблять перевірку.

- 1) $70 : 7 = 10$ (грн.) ціна зошита;
- 2) $10 - 6 = 4$ (грн.) ціна ручки;
- 3) $10 + 2 = 12$ (грн.) ціна фломастерів;
- 4) $10 - 3 = 7$ (грн.) ціна фарб.

Перевірка: $4 + 10 \cdot 3 + 12 + 7 \cdot 2 = 60$ (грн.) всього.

Підбиваючи підсумки, вчитель звертає увагу дітей на те, що в останніх двох задачах «працюють» три взаємопов'язаних величини: ціна, кількість та вартість, і пропонує скласти модель задачі у формі таблиці, в якій у графі «ціна» подані числа і відношення між значеннями цієї величини краще показати графічно, тобто моделлю-схемою:

Предмети	Ціна (грн.)	Кількість (шт.)	Вартість (грн.)
Ручка	1	?	
Зошит	3	?	
Фломастер	1	?	
Фарби	2	?	

— Така модель допоможе вам розв'язати задачу, в якій йдеться не про декілька предметів, а навіть про десятки і сотні. Тоді як зображати кожен предмет відрізком складно, та й у цьому немає необхідності.

Розглянемо задачу: «Три брата купили разом 9 зошитів. Молодший брат взяв на 1 зошит менше, ніж середній, а старший — на 1 зошит більше, ніж середній. Скільки зошитів взяв кожен брат?».

Змоделюємо задачу:

Розв'язання: 1) $9 : 3 = 3$ (з.) взяв середній брат;

2) $3 - 1 = 2$ (з.) взяв молодший брат;

3) $3 + 1 = 4$ (з.) взяв старший брат.

Відповідь: старший брат взяв 4 зошита, середній — 3, а молодший — 2 зошита.

Слід зазначити, що грамотно виконана схема підказує розв'язання.

В інших випадках для успішного розв'язання нестандартної задачі достатньо, щоб учень добре вмів аналізувати її і встановлювати зв'язки між величинами: умовою задачі, даними і шуканими. Наприклад: «Груша дорожча, ніж яблуко в 2 рази. Що дорожче: 4 яблука чи 2 груші?».

Міркування: якщо груша дорожча, ніж яблуко в 2 рази, то це означає, що 1 груша коштує стільки, скільки коштують 2 яблука. Отже, 2 груши коштують стільки, скільки коштують 4 яблука.

Відповідь: вартість 4 яблук дорівнює вартості 2 груш.

Під час розв'язування деяких нестандартних задач можна використовувати також метод дослідження. Учні вчаться думати, міркувати, шукати нові оригінальні шляхи розв'язання проблем, що виникають, оскільки задачі — багатий матеріал, що сприяє розвитку логічного мислення та дослідницьких навичок. Задачі на дослідження наближають школяра до умов, в яких практичну проблему висуває життя. Тут здійснюється зв'язок навчання з практикою.

Наприклад, розглянемо задачу: «Для привітання зі святом Мишко купив 7 однакових листівок. Ціни він не знав, але йому було відомо, що ціна однієї листівки не перевищує 10 гривень. Отримавши зі 100 гривень здачу 55 гривень,

він повідомив продавцю, що той помилився. Подякувавши хлопчику, продавець одразу ж виправив помилку. Як міркував Мишко?».

Розв'язування: За 7 листівок продавець взяв 45 гривень ($100 - 55 = 45$). Але 45 не ділиться на 7 без остачі, отже, продавець неправильно дав здачу ($45 : 7 = 6$ (ост. 3)).

Задачі

Задача 1. Теплохід впродовж двох днів був в дорозі 17 годин. За перший день він пройшов 250 км, а за другий — 175 км. В який день теплохід був довше в дорозі і на скільки годин, якщо він весь час йшов з однаковою швидкістю?

Задача 2. Відстань від міста до дачного товариства велосипедист проїхав за 3 години зі швидкістю 14 км/год. Повертаючись назад, він ту саму відстань проїхав за 6 годин. Як змінилась швидкість велосипедиста?

Задача 3. Відстань між містом і селом 150 км. Із міста в село виїхав мотоцикліст зі швидкістю 60 км/год. Одночасно назустріч йому із села тією самою дорогою виїхав велосипедист зі швидкістю в 4 рази менше, ніж у мотоцикліста. На якій відстані від села, він зустрів мотоцикліста?

Задача 4. Два плавці поплили одночасно річкою в протилежних напрямках, перший плив зі швидкістю 80 м/хв, а другий плив у 2 рази повільніше. Скільки метрів пропливе другий плавець, коли перший пропливе 240 м? На якій відстані один від одного вони будуть у цей час?

Задача 5. Туристи на велосипеді за 2 дні, рухаючись із сталою швидкістю, віддалились від міста на 120 км. В перший день вони були в дорозі 4 години, а у другий — на 2 години довше. На скільки шлях, пройдений туристами в перший день, коротший, ніж у другий?

Задача 6. На швейній фабриці з одного рулону тканини пошили 12 однакових суконь, а з другого рулону таких самих суконь вийшло в 3 рази менше. Скільки метрів тканини було в кожному рулоні, якщо в одному з них було на 16 м більше тканини, ніж у другому?

Задача 7. Одна бригада робочих може побудувати 18 км шосейної дороги за 30 днів, а друга зможе побудувати цю дорогу в 2 рази довше. За скільки днів зможуть побудувати цю дорогу обидві бригади, працюючи разом?

Задача 8. Для відправки в магазини було заготовлено 4500 кг огірків. Причому $\frac{2}{6}$ цих огірків розложили в ящики по 15 кг в кожен, а решту — в ящики, які вміщують у 2 рази більше огірків. Скільки всього ящиків потрібно, щоб скласти огірки?

Задача 9. З однієї ділянки зібрали 480 кг винограду, а з другої — у 3 рази більше. Весь виноград розложили в ящики по 12 кг у кожному. Четверту частину зібраного винограду відвезли в магазин, а шосту частину решти — у школи. Скільки ящиків із виноградом відвезли в школи і скільки ящиків залишилось?

Задача 10. На склад привезли 4560 кг борошна в мішках, по 80 кг в кожному, і 3840 кг крупи в мішках, по 60 кг у кожному. На скільки більше привезли мішків з крупою, ніж з борошном? Як зміниться розв'язок задачі за умови, що: 1) мішки були однакові — по 80 кг; 2) борошна і крупи було порівну — по 4560 кг?

Завдання для контрольного етапу дослідження

1. Розв'яжи складену задачу різними способами, підкресли раціональний спосіб розв'язання.

Задача. За 1 годину літак долає відстань 1000 км, а автомобіль — у 10 разів менше, ніж літак, а поїзд — на 50 км менше, ніж автомобіль. У скільки разів меншу відстань долає за 1 годину поїзд, ніж літак?

2. Прочитай задачу. Прочитай запитання і вирази. З'єднай кожне запитання із потрібним виразом.

В класі 12 хлопчиків та x дівчаток. Скільки всього учнів у класі?
На скільки хлопчиків більше, ніж дівчаток?
На скільки дівчаток менше, ніж хлопчиків?
У скільки разів дівчаток менше, ніж хлопчиків?
У скільки разів хлопчиків більше, ніж дівчаток?

$12 - x$
$12 : x$
$12 + x$
$x - 12$
$12 * x$

3. Прочитай задачу. Напиши короткі пояснення до поданих нижче виразів.

Задача. В саду 54 яблуні, груш в 6 разів менше, ніж яблунь, а слив на 20 дерев більше, ніж груш. Скільки всього дерев в саду?

$$9 + 20 = 29 \text{ — } \underline{\hspace{10cm}}$$

$$54 : 6 = 9 \text{ — } \underline{\hspace{10cm}}$$

$$54 + 29 = 83 \text{ — } \underline{\hspace{10cm}}$$

$$83 + 9 = 92 \text{ — } \underline{\hspace{10cm}}$$

4. Намалюй шлях квіточки до горщичка.

