

зможете швидко виконувати домашнє завдання. Крім того, це відмінна розминка для мозку. Оволодіти цією технікою може будь-хто, а в школі діти повинні знайомитися з досить великими текстами, то чому б не запровадити ці вправи в школах, щоб дітям було легше читати великі тексти в майбутньому.

Список використаних джерел

1. Методика швидкочитання в початковій школі. Нова українська школа: основи Стандарту освіти. ред.кол. Л. Гриневич та ін. Львів, 2016. 64 с.
2. Тимошенко Л. Вправи для формування навички читання. *Учитель початкової школи*, 2015. № 3. С. 28–30.
3. Формування техніки читання -основа успішного навчання. *Початкова школа*, 2014. № 7. С. 12–14.

ЗАСОБИ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИК ЯК ДОДАТКОВИЙ ІНСТРУМЕНТ У НАВЧАННІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ

Пасик Тетяна Станіславівна

здобувач другого рівня вищої освіти спеціальності Середня освіта (Математика),
Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка,
tanyapasik14@gmail.com

Грод Іван Миколайович

доктор фізико-математичних наук, професор кафедри математики та методики її навчання,
Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка,
grod@tnpu.edu.ua

В даний час в системі математичної освіти актуальною є наступна проблема: як, використовуючи нові інформаційні технології, найбільш ефективно вивчати математику [1]. Ми розглядаємо можливість застосування інформаційних технологій як одного з додаткових інструментів у процесі вивчення вищої математики, формуючи математичні компетентності студентів.

Одним із напрямків такого використання може бути середовище мови Python, яке на сьогодні стрімко розвивається. Це вже не просто мова загального призначення. З її допомогою можна успішно розробляти веб-додатки, системні утиліти і багато іншого. Ми зупинемось на одному із напрямків використання, а саме, в наукових дослідженнях і при вивченні конкретних розділів математики.

Середовище розробки Python набуло популярності завдяки своїй гнучкості і наявності великої кількості різних інструментальних засобів (модулів його розширення). Кожна з бібліотек орієнтована на розробку додатків і використовується при виконанні різного роду завдань. Математичні задачі зручно аналізувати з використанням інструментів Python через його зосередженість на мінімалізмі в поєднанні з ефективністю. У Python є достатньо цікавих інструментів (бібліотек), які можуть бути використані для моделювання, аналізу різних задач і їх розв'язання.

Тут ми розглядаємо один із напрямків використання можливостей середовища Python, а саме, використання його з метою глибше розкрити сутність основних понять вищої математики. Для прикладу візьмемо одне чи не з основних понять математичного аналізу – поняття границі. Це складне поняття, людський мозок «не звик працювати» з нескінченністю. Коли ми думаємо про послідовність, ми схильні думати лише про якусь скінчену кількість її елементів. Тепер нам необхідно поглянути на «нескінченний хвіст» послідовності і досягнути, як він працює.

Припустимо, що перед нами є послідовність a_n . Ми можемо задати її як послідовність результатів вимірювання деякої фізичної величини (параметра). Однак, на відміну від фактичних результатів вимірювання, наша послідовність тягнеться нескінченно далеко в майбутнє, і саме це нас цікавить. Чи існує якесь числове значення, до якого члени послідовності будуть наближатись все ближче і ближче так, що в деякий момент часу відрізнити їх від цього значення буде все складніше?

Розглянемо послідовність $a_n = (\frac{1}{2})^n$. Отримаємо перші двадцять членів цієї послідовності.

```
For n in range(1, 21):
```

```
    a_n=1/2**n
```

```
    print(f"{n}→{a_n:0.5f}")
```

#0.5f означає, що буде виведено 5 знаків після коми

З виведених результатів програми можна побачити, що, починаючи з n-го члена, всі елементи рівні нулю. Звичайно, ми розуміємо, що це не дійсні нулі – жоден член цієї послідовності насправді не дорівнює нулю. Однак ми маємо вивести лише 5 знаків після коми, тому всі числа, менші за 0,00001, відображаються як нулі.

Підвищимо точність і будемо відображати шість цифр після коми. Тепер бачимо, що вже перші 20 членів послідовності виразно відмінні від нуля. Але на цьому послідовність не закінчується. Підвищуємо точність і будемо відображати дані з точністю до семи знаків після коми. До 24-го елемента значення послідовності не дорівнюють нулю, а далі – знову нулі. Яку б точність візуалізації ми не вибрали, в якійсь момент послідовність буде виглядати так, ніби вона складається з суцільних нулів. Це означає, що ця послідовність має границю і її границя – число нуль.

Розглянемо іншу послідовність $a_n = 1/n$, яка прямує до нуля при n, яке прямує до безмежності. Покажемо, що для деякого $\epsilon > 0$ існує такий окіл, що, починаючи з деякого номера, всі члени послідовності попадають в цей окіл (рис. 1).

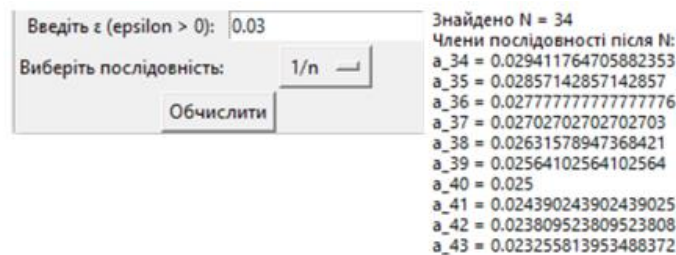


Рис. 1. Результат роботи програми для знаходження n_0

На вході програми для обчислення значень функції користувач задає два параметри: значення ϵ ($\epsilon\text{-const} > 0$) та функцію. Результати обчислень залежать від цих введених значень, оскільки програма визначає, з якого номера (n_0) значення функція потрапляє в задані межі (окіл).

Якщо значення $\epsilon > 0$ є дуже малим, то для досягнення цих меж необхідно буде перевірити достатньо велику кількість елементів послідовності, що може вплинути на швидкість обчислень. Це може призвести до значного збільшення часу, необхідного для отримання результату, якщо задана послідовність повільно

спадає. Для уникнення таких ситуацій важливо враховувати вибір значень ϵ та функцій, щоб досягти оптимальних результатів без надмірних витрат часу на обчислення, при цьому студент набуває досвіду.

Графічне представлення отриманих значень функції дозволяє легше зрозуміти поведінку послідовності і зробити порівняльний аналіз для різних функцій.

Далі розглянемо послідовність $a_n = 1 + 1/n$. Виведемо перші декілька членів цієї послідовності. Тут ефект не такий очевидний. Побудуємо графік. З графіка можна здогадатися, що точки, ймовірно, наближаються до лінії $y = 1$, тобто елементи послідовності прямують до 1. Для більшої наочності можна провести цю лінію. Бачимо, що існує деякий проміжок між точками послідовності і лінією $y = 1$. Візьмемо більше точок, тоді проміжок стане меншим і при великих значеннях n вже не зовсім зрозуміло, є він чи ні (рис. 2).

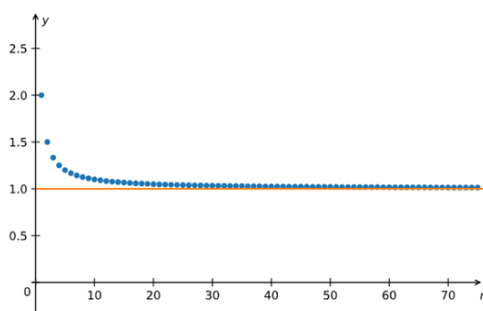


Рис. 2. Графік функції $a_n = 1 + 1/n$

Так можна продовжувати до нескінченності. Збільшити масштаб вертикальної осі (а отже, і нашу здатність розрізняти ближні точки) – знайти проміжок – збільшити кількість точок – зробити проміжок непомітним.

У загальному випадку можна припустити, що наша послідовність прямує до числа 1. Коли n стає достатньо великим, $1/n$ відповідно стає дуже маленьким, тому вся сума стає дуже близькою до 1. Це те, що ми бачимо на графіку.

Розглянемо послідовність, яка не має границі $a_n = (-1)^n/n$ (рис. 3).

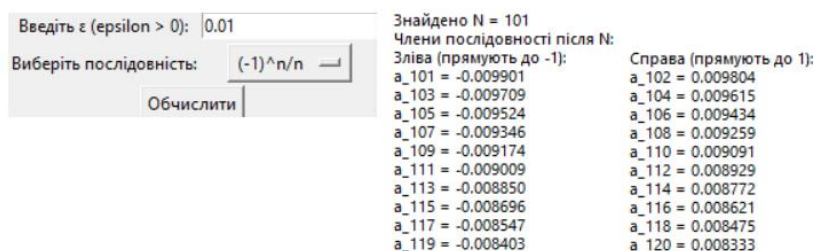


Рис. 3. Робота програми, яка демонструє відсутність границі послідовності

Ми розглянули кілька прикладів, які є підтвердженням факту існування чи не існування границь для конкретних послідовностей, та намагалися показати, наскільки ефективно можна використати мову програмування Python в наукових обчисленнях та в процесі вивчення самої математики. Множину таких прикладів можна наповнювати, вивчаючи різні поняття розділів вищої математики. Зокрема, можна скласти програму яка знаходить нижню і верхню суму Дарбу для заданої функції, яка монотонно зростає на певному відрізку. Наближено обчислити значення визначеного інтеграла, яке знаходиться між нижньою і верхньою сумою Дарбу. Зрозуміло, що значення суми Дарбу залежить від розбиття відрізка

інтегрування, при роздрібленні розбиття відрізка, нижня і верхня суми Дарбу наближаються одна до одної.

Ми розглянули кілька прикладів – підтверджень чи спростувань фактів існування чи не існування границь для конкретних послідовностей та намагалися показати, наскільки ефективно можна використати мову програмування Python в наукових дослідженнях. Аналіз таких прикладів дозволяє розкрити глибину того чи іншого поняття з математичного аналізу для студента. Студент, який зміг самостійно скласти і проаналізувати алгоритм, відредагував його в середовищі Python, який побачив очікуваний результат, аналізуючи ту чи іншу математичну задачу, отримує додаткові навички програмування та заглиблюється в основи базових понять вищої математики.

Список використаних джерел

1. Грод І, Грод І. Формування у студентів досвіду вибору і застосування методів розв'язування професійно-орієнтованих завдань. *Сучасні цифрові технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи* : матеріали XI Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції. Тернопіль, 2023. С. 52–55.

2. Крєневич А. П. Python у прикладах і задачах. Ч. 1. Структурне програмування. Навчальний посібник із дисципліни «Інформатика та програмування». К. : ВПЦ «Київський Університет», 2017. 206 с.

ЕЛЕКТРОННИЙ ПІДРУЧНИК ЯК ЗАСІБ ЕФЕКТИВНОГО ПІДВИЩЕННЯ ЯКОСТІ ОСВІТИ

Похмурська Вікторія Вікторівна

здобувач другого рівня вищої освіти спеціальності Середня освіта (Інформатика),
Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка,
viktoriapohmurska9@gmail.com

Романишина Оксана Ярославівна

доктор педагогічних наук, професор кафедри інформатики та методики її навчання,
Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка,
oksroman@gmail.com

Сучасний розвиток інформаційного суспільства й технологій сприяє постійному вдосконаленню освітнього процесу. Використання електронних підручників стало важливим кроком у модернізації освіти, адже такі підручники мають потенціал суттєво впливати на якість знань учнів і на ефективність навчання загалом. З одного боку, це дає учням більше можливостей для самостійної роботи, а з іншого – полегшує роботу вчителя, забезпечуючи інструменти для ефективного подачі матеріалу та організації зворотного зв'язку. В умовах нових викликів у сфері освіти, пов'язаних із адаптацією до швидких змін у суспільстві, електронний підручник є необхідним засобом, який відповідає потребам сучасного освітнього процесу.

Інтерактивний електронний підручник вирізняється від традиційних друкованих підручників завдяки мультимедійним можливостям, які роблять процес навчання цікавим і мотивуючим. Використання графіки, відео, аудіо, інтерактивних завдань та тестів надає можливість візуалізувати складні теми та легше розуміти матеріал. Це особливо важливо для учнів, які звикли до технологій і взаємодії з цифровими ресурсами, адже електронні підручники можуть зробити навчання не лише інформаційно насиченим, а й динамічним та інтерактивним.