

ЗАСТОСУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ТОПОЛОГІЇ В РІЗНИХ ГАЛУЗЯХ ПІЗНАННЯ

Крицька Анастасія Миколаївна

Студентка спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика),

Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка

krytska_am@fizmat.tnpu.edu.ua

Гоменюк Ганна Володимирівна

кандидат педагогічних наук, в.о. завідувача кафедри математики та методики її навчання,

Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка

homenyuk_hanna@tnpu.edu.ua

Математика одна з найдавніших наук людства, та попри це вона постійно розвивається, а суміщаючись з іншими знаннями утворює свої нові галузі. Однією з таких і є топологія. Фундаментальна (теоретична) доволі нецікава, проте її практичні застосування відкликаються у серцях багатьох сучасних науковців. В основному виникла вона з геометрії, де деякі поняття були розширені, а деталі втрачені (за винятком понять відстані та кутів). Тут об'єкти взяті так, ніби вони зроблені з якоїсь в'язкої речовини, яку можна розтягувати, кришити, скручувати та навіть деформувати, але без розрізання та склеювання. Топологи не можуть відрізнити коло від квадрата, сферу від куба, оскільки вони мають спільні топологічні властивості в усій деформації, яка математично називається гомеоморфізмом (топологічний ізоморфізм). У цій статті ми розглянемо основні застосування топології.

Топологія – грецьке слово, що означає вивчення місця. Ця чітко визначена галузь математики виникла на початку 20 століття. Леонард Ейлер опублікував першу статтю про сім Кенігсберзьких мостів у 1736 році, яка вважається першим практичним застосуванням цієї науки. Лістінг ввів термін «Topologie» у німецькому виданні «Vorstudien zur Topologie» в 1847 році. Англійська форма «topology» була використана пізніше, щоб провести різницю між «якісною геометрією та звичайною геометрією». Топологія загалом вважається однією з основ сучасної абстрактної математики. Спочатку її результати відштовхувались від проблем реального життя, а після формальної появи – звернулася до абстракції. Тим не менш, за останні кілька епох відбулося значне вдосконалення прикладної топології в інших галузях. Нині математики та вчені використовують цю галузь геометрії для моделювання та розуміння подій у реальному світі.

Говорячи мовою термінів, топологія – це галузь математики, що вивчає властивості простору, які не залежать від конкретного зображення цього простору, а тільки від його структури. Вона використовується в багатьох галузях науки, техніки та інформатики. У технічному сенсі, найповніше представлена в географії, біології, економіці, фізиці, технології виробництва тощо. Розглянемо застосування топології у кожній із наук детальніше. Для зручності викладу систематизуємо дані в таблицю 1.

Таблиця 1.

Застосування топології

Наука	Застосування
Геометрія	Вивчення форми та властивості просторів, не залежно від метрики. Вивчення властивостей геометричних об'єктів, які зберігаються при зміні їх форми та розміру. Топологія знаходить застосування в таких галузях, як топологічна геометрія, алгебраїчна геометрія, диференціальна геометрія та інші.
Фізика	Дослідження взаємодії фізичних полів, зокрема теорія взаємодії поля з гравітацією. Загалом у фізиці топологія знаходить застосування в різних галузях, наприклад, у теорії струн, де вона використовується для дослідження топологічних властивостей простору-часу.
Біологія	Дослідження форми та структури біологічних об'єктів, таких як білки, ДНК та молекули.
Економіка	Дослідження взаємодії між ринками та підприємствами. Аналіз структури та взаємозв'язків між економічними системами та ринками. Аналіз ринкових трендів, моделювання фінансових ризиків та ін.
Соціологія	Дослідження соціальних мереж та взаємодії між людьми.
Логіка та теорія обчислювання	Дослідження алгоритмів та обчислювальних систем.

Загалом видно, що топологія має безліч застосувань. Для наочності зупинимося детальніше лише на декількох та наведемо приклади.

Застосування в біології. Генотипи-фенотипи мають дуже важливе значення в біології, а топологія тут корисна для поділу та подальшої визначення структури (секвенування) правильних нуклеотидів у ланцюзі ДНК. Генотипи — успадкована інформація про живу істоту, тоді як фенотипи — це фізичні прояви цієї інформації. Топологія вирішує одну з найважливіших проблем у дослідженні спадкової інформації про людину. Як відомо, ДНК складається з чотирьох нуклеотидів: аденіну, цитозину, гуаніну та тиміну. Вони розташовані таким чином, що вони нагадують послідовність, а вона, в свою чергу, у кожному окремому ланцюзі ДНК визначає послідовність іншого ланцюга. Проблема дослідження ДНК полягає в порівнянні різних послідовностей ДНК. У топології ми визначаємо те, що називається метрикою, яка використовується для вимірювання відстані між елементами. Звідси множини, на яких можна визначити метрику, називаються метричними просторами.

Використовуючи концепцію метричного простору (особливий тип топологічного простору), ми вимірюємо відстань між двома послідовностями, де функція відстані (метрика) дає певну послідовність щодо природи еволюційної історії виду.

Також існує певне біологічне застосування топології до моделі серцевого ритму людини. Її взято зі статті «Раптова серцева смерть: проблема топології» А.

Вінфрі, він відомий своєю великою роботою з математичного моделювання біологічних систем. У своїй статті автор розглядає модель стимуляції серцебиття. Він використовує теорію ступенів, щоб пояснити, як під час циклу серцевих скорочень серце реагує на стимули різної сили, що застосовуються в різний час. [1]

Застосування в цивільному будівництві. Топологія також має застосування в цивільному будівництві і в проектуванні мостів. Проектування мостів розроблено технологією топологічної оптимізації Чжи Хао Цзуо. Оптимізація топології націлена на роботу з розташуванням та формою порожнин у зоні проектування. Існує кілька видів, але в основному використовується еволюційна структурна оптимізація (ESO) - через простоту реалізації її програмного забезпечення. У документах Чжи Хао Цзуо ця техніка реалізована та представлена в її структурному проекті, де особлива увага приділяється конструкції кількох мостів. У цих методиках рішень застосовуються різні конструкційні вимоги, включаючи типи опор і вибір висоти. Дана технологія застосування топології в будівництві дозволяє створення більш складних архітектурно-естетичних та конструктивно ефективних конструкцій. Науковець описує застосування цієї методики для проектування мостів і вираження її можливостей у ширшій сфері застосування [2].

Застосування в робототехніці. Існує великий зв'язок між топологією та фізикою. У фізиці першою (основною) конструкцією є простір конфігурації, який діє як топологічний простір. Для вивчення цього простору ми повинні мати деякий набір змінних, які пов'язані з положенням і розташуванням залучених об'єктів. Припустимо, що ми маємо стежити за різними частинами руки робота. Отже, простір конфігурації, що діє як топологічний простір, полегшує нам відстеження цих змін. Крім того, для дослідження інших параметрів системи, таких як імпульс, швидкість, тощо, у нас залишається ще один простір, який називається фазовим. Крім того, оскільки топологія є дуже важливою для функцій, існує велика кількість карт, визначених у топології, одна з них - природна – це карта прямої кінематики, яка є дуже цінною при проектуванні руху для зв'язків роботи рук роботів та інших пов'язаних механізмів. Вона дає важливу інформацію про некеровані, або проблемні механізми. Як правило, під час вивчення рук роботів або конструкцій машин ми починаємо працювати з певною точкою в механізмі, де функція з'являється як інструмент для роботи: збирання фрагмента, свердління отвору, нанесення фарби тощо. Ця конкретна точка відома як кінцевий ефектор. Тут кожна точка конфігураційного простору механізму після обробки надсилається до відповідних кінцевих ефektorних точок робочого простору. Тому призначається функція f , яка називається прямою кінематичною картою. Неперервність f очевидна, оскільки точки, розташовані поруч у конфігураційному просторі, відображаються на точки, розташовані поблизу в операційному просторі [3].

Отже, у даній роботі ми розглянули базові аспекти застосування топології. Основна користь цієї науки полягає в тому, що вона розглядає об'єкти з позиції гомеоморфізму, але при цьому встановлює метрику. Тобто ми можемо проводити аналогії між різними об'єктами (тілами), які в реальному житті здаються діаметрально різними. Використання топології в великій низці галузей доводить нам її важливість у сучасній математиці, та й науці загалом.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Вінфрі А. Т. Раптова серцева смерть, проблема топології / А. Т. Вінфрі // Журнал Теоретичної Біології. 2004. Ст.433 –439.
2. У. М. Се, З. Цзо, Х. Хуанг, Т. Блек, П. Феліцетті Застосування технології топологічної оптимізації для проектування мостів // Структурна Міжнародна Інженерія. 2018. 185-191.
3. Design”, Structural Engineering International, 24 (2018) 185-191.
4. С. Мішра, М. Алія Застосування топології в науці та техніці// Факультет математики Університету Лавлі. 2018. 101-103.

ВИНИКНЕННЯ ТОПОЛОГІЇ ТА ДЕЯКІ ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ

Кухарик Олеся Степанівна

студент спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика), Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка

kuharyk_os@fizmat.tnpu.edu.ua

Бойко Андрій Романович

кандидат технічних наук, доцент кафедри математики та методики її навчання, Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка

boyko.al@tnpu.edu.ua

Топологія – один із розділів математики, який тісно пов'язаний з геометрією. Історія її розвитку налічує декілька століть. На відміну від геометрії, топологія розглядає поняття неперервності. Об'єктами дослідження топології є топологічні простори, поверхні у тривимірному просторі і множина Кантора, та відображення між ними.

Термін «топологія» походить від грец. τόπος – місце, *logos* – наука. Топологія включає у себе такі розділи:

- загальна топологія;
- алгебраїчна топологія;
- диференціальна топологія;
- молекулярна топологія.

Топологія як наука зародилася в кінці XIX століття й стала самостійною математичною наукою на початку XX століття. Основні роботи належать Ф. Гаусдорфу, А. Пуанкаре, П.С. Александрову, П.С. Урисону, Л. Брауеру.