

**4.2.5. Модель Лоткі — Вольтерра в дослідженні конкурентної взаємодії підприємств**

Сучасне конкурентне економічне середовище характеризується значною нелінійністю і нерівноважністю, складною структурою зв'язків та зовнішніх впливів. Аналіз особливостей конкурентної взаємодії можна здійснювати на основі побудованих простих і одночасно адекватних математичних моделей. Серед них найбільш простою є екологічна модель конкурентної взаємодії Лоткі — Вольтерра, яка описує конкуренцію як динамічний процес [1].

Така модель, незважаючи на численну кількість недоліків (не враховуються інфляція, стохастичні збурення, мінливість основних параметрів системи), дозволяє досить просто описати базовий механізм конкуренції із збереженням внутрішніх взаємозв'язків.

В основу математичної моделі динаміки конкуренції підприємств покладемо біологічну модель чисельності популяцій «хижак — жертва» або модель Лоткі — Вольтерра [2, 3]. Для цього здійснимо інтерпретацію екологічних показників як економічних.

Нехай  $x_i$  — річний обсяг реалізованої продукції (в грошових або натуральних одиницях)  $i$ -го підприємства. Можна вважати, що при позитивній динаміці реалізації продукції, безмежності ринку та відсутності конкуренції швидкість зміни обсягу реалізованої продукції пропорційна обсягу реалізованої продукції, тобто

$$\frac{dx_i}{dt} = r_i x_i(t), \quad t \geq 0,$$

де коефіцієнт  $r_i$  відображає потенціально можливий річний приріст доходів або продукції в натуральному виразі  $i$ -го підприємства.

Ріст доходів зменшується або припиняється внаслідок дії конкурента або насичення ринку. Відносну міру обмеженого впливу конкуренції можна описати співвідношенням

$$\left( k_i - \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j \right) / k_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4.2.27)$$

де  $k_i$  — максимальний обсяг ринку або доступного ресурсу для  $i$ -го підприємства в грошових або натуральних одиницях,  $\alpha_{ij}$  — коефіцієнт конкуренції між  $i$ -м та  $j$ -м підприємствами, який пропорційний імовірності зіткнення споживчих інтересів даної пари конкурентів. При  $i = j$   $\alpha_{ij} = 1$ . Врахувавши насичення ринку або вичерпність ресурсу в результаті діяльності  $i$ -го підприємства вираз (4.2.27) перепишемо у вигляді:

$$\left( k_i - x_i - \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j \right) / k_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.2.28)$$

В (4.2.28) доданки взято із знаком «мінус», тому що процес конкуренції та насичення ринку (або нестачі ресурсів) призводить до зменшення обсягу реалізації продукції.

З урахуванням наведених міркувань отримаємо систему диференціальних рівнянь [4, с. 66] (*динамічна конкурентна модель Лоткі — Вольтерра*):

$$\dot{x} = r_i x_i \left( k_i - x_i - \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j \right) / k_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.2.29)$$

У випадку двох конкурентів ( $n = 2$ ) систему (4.2.29) запишемо у канонічному вигляді:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = r_1 x_1 - \frac{r_1}{k_1} x_1^2 - \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} x_1 x_2, \\ \dot{x}_2 = r_2 x_2 - \frac{r_2}{k_2} x_2^2 - \frac{\alpha_{21} r_2}{k_2} x_2 x_1, \end{cases} \quad (4.2.30)$$

або в безрозмірних величинах

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = r_1 x_1 - a_1 x_1^2 - b_1 x_1 x_2, \\ \dot{x}_2 = r_2 x_2 - a_2 x_2^2 - b_2 x_2 x_1, \end{cases} \quad (4.2.31)$$

де

$$a_1 = \frac{r_1}{k_1}, \quad a_2 = \frac{r_2}{k_2}, \quad b_1 = \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1}, \quad b_2 = \frac{\alpha_{21} r_2}{k_2}.$$

Система (4.2.31) має чотири стаціонарні точки (точки рівноваги):  $A_1(0;0)$ ,  $A_2(r_1 a_1^{-1}; 0)$ ,  $A_3(0; r_2 a_2^{-1})$ ,  $A_4\left(\frac{r_1 a_2 - b_1 r_2}{a_1 a_2 - b_1 b_2}; \frac{r_2 a_1 - b_2 r_1}{a_1 a_2 - b_1 b_2}\right)$ . При

чому точка  $A_4$  має місце, якщо  $a_1 a_2 > b_1 b_2$ ,  $r_1 a_2 > b_1 r_2$ ,  $a_1 r_2 > r_1 b_2$  або  $a_1 a_2 < b_1 b_2$ ,  $r_1 a_2 < b_1 r_2$ ,  $a_1 r_2 < r_1 b_2$ . Усі чотири точки належать області  $R_+^2$ . При різних значеннях параметрів системи стаціонарні точки утворюють стійкі і нестійкі вузли та сідла. Для визначення типу стаціонарних точок можна знайти власні значення матриці Якобі

$$J(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} r_1 - 2a_1 x_1 - b_1 x_2 & -b_1 x_1 \\ -b_2 x_2 & r_2 - 2a_2 x_2 - b_2 x_1 \end{bmatrix}$$

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

з характеристичного рівняння  $\lambda^2 - \sigma\lambda + \Delta = 0$ , де  $\sigma = \text{tr}J(x_{1s}; x_{2s})$ ,  $\Delta = \det J(x_{1s}; x_{2s})$ ,  $x_{1s}$  та  $x_{2s}$  — координати стаціонарних точок. Тоді матимемо корені характеристичного рівняння:

$$\lambda_{1,2} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} - \Delta}.$$

Провівши аналітичні розрахунки, можна здійснити класифікацію стаціонарних розв'язків системи (4.2.30) та виділити основні типи ринків:

1. Точка  $A_1(0;0)$  є нестійким вузлом ( $\lambda_1 = r_1 > 0$ ,  $\lambda_2 = r_2 > 0$ ). Цій точці відповідає ситуація, коли конкуренції немає (конкуренти відсутні). Такий стан системи немає практичного інтересу.

2. Точка  $A_2(k_1; 0)$  є стійким вузлом, якщо  $\alpha_{21} > k_2 k_1^{-1}$ , та сідлом, якщо  $\alpha_{21} < k_2 k_1^{-1}$  ( $\lambda_1 = r_1 k_1^{-1}(k_1 - \alpha_{12} k_2)$ ,  $\lambda_2 = -r_2 < 0$ ).

3. Точка  $A_3(0; k_2)$  є стійким вузлом, якщо  $\alpha_{12} > k_1 k_2^{-1}$ , та сідлом, якщо  $\alpha_{12} < k_1 k_2^{-1}$  ( $\lambda_1 = -r_1 < 0$ ,  $\lambda_2 = k_2^{-1}(k_2 - \alpha_{21} k_1)$ ). Точки  $A_2$  та  $A_3$  є полярними, але однотипними за своїм змістом. Їм відповідає тип ринку агресивних конкурентів. Такий ринок рано чи пізно переходить в стан монополії. Ситуацію можна змінити, якщо на самому початку виробничої діяльності підприємство-аутсайдер підвищує свою конкурентоздатність, наприклад, за рахунок випуску нової продукції.

4. Точка  $A_4\left(\frac{k_1 - \alpha_{12} k_2}{1 - \alpha_{12} \alpha_{12}}, \frac{k_2 - \alpha_{21} k_1}{1 - \alpha_{12} \alpha_{12}}\right)$  є стійким вузлом, якщо

$$\alpha_{12} < k_1 k_2^{-1}, \quad \alpha_{21} < k_2 k_1^{-1} \quad (\lambda_{1,2} = -\frac{a_1 x_{1s} + a_2 x_{2s}}{2} \pm \sqrt{\frac{(a_1 x_{1s} + a_2 x_{2s})^2}{4} - \Delta} < 0$$

при  $\Delta = \frac{(r_1 a_2 - b_1 r_2)(r_2 a_1 - b_2 r_1)}{a_1 a_2 - b_1 b_2} > 0$ ). Точці  $A_4$  відповідає конкурентний

ринок, тобто ринок на якому підприємства конкуренти працюють стабільно досить тривалий час, зайнявши свою ринкову частку. Монополізувати ринок можна лише при зміні деяких параметрів системи.

Зобразимо лінії  $\alpha_{12} = k_1 k_2^{-1}$ ,  $\alpha_{12} = k_1 k_2^{-1}$ ,  $\alpha_{12} \alpha_{21} = 1$ , на яких відбувається зміна стійкості положення рівноваги в просторі параметрів  $\alpha_{12}$ ,  $\alpha_{21}$  (рис. 4.2.4).

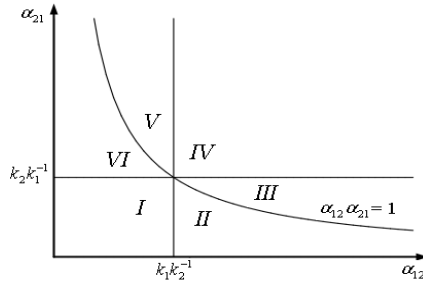


Рис. 4.2.4. Параметричний портрет системи (4.2.30) в просторі коефіцієнтів конкуренції  $\alpha_{12}$  та  $\alpha_{21}$

В областях II і III всі траєкторії на фазовому портреті прямують до асимптотично стійкого положення рівноваги  $A_3$ . В областях V та VI маємо аналогічну ситуацію, але з прямунням до  $A_2$ . В області IV положення рівноваги  $A_4$  є нестійким (сідлова точка), а  $A_2$  і  $A_3$  – стійкі вузли. У всіх розглянутих вище випадках одне з підприємств через деякий час обов’язково буде усунуте з ринку. В області I положення рівноваги  $A_4$  є асимптотично стійким (стійкий вузол), а усі інші положення нестійкими.

Числові розрахунки для системи (4.2.30) проводилися з використанням математичної системи Maple. Результати обчислень при значеннях параметрів  $r_1 = 0,9$ ,  $r_2 = 0,5$ ,  $k_1 = 300$ ,  $k_2 = 400$ ,  $\alpha_{12} = 0,7$ ,  $\alpha_{21} = 0,7$ ,  $x_1(0) = 10$ ,  $x_2(0) = 20$  наведено на рис. 4.2.5.

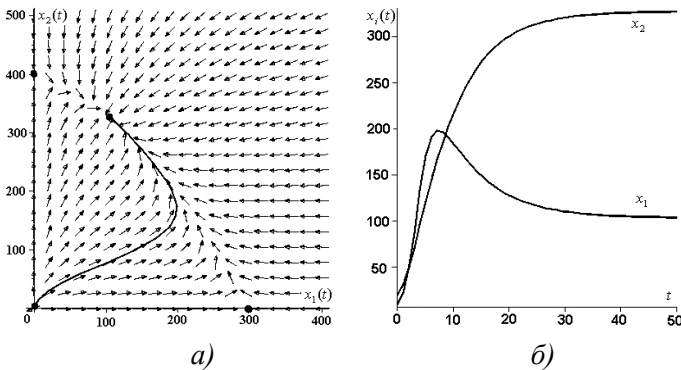


Рис. 4.2.5. Результати моделювання для стаціонарної точки типу  $A_4$ : а – фазовий портрет в просторі параметрів  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  протягом часу  $t \geq 0$ ; б – графіки залежності зайнятої частки ринку  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  підприємствами протягом часу  $t$

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

При цьому система (4.2.30) має положення рівноваги типу стійкий вузол  $A_4(103,448; 327,586)$ . Результати обчислень при  $r_1 = 0,9$ ,  $r_2 = 0,5$ ,  $k_1 = 300$ ,  $k_2 = 400$ ,  $\alpha_{12} = 0,8$ ,  $\alpha_{21} = 0,7$ ,  $x_1(0) = 10$ ,  $x_2(0) = 20$  наведено на рис. 4.2.6. При цьому система (4.2.30) має положення рівноваги типу стійкий вузол  $A_3(0; 400)$ . Як видно, зміна лише одного коефіцієнта  $\alpha_{12}$  привела до зміни положення рівноваги (відбувся перехід від конкурентного ринку до ринку агресивних конкурентів).

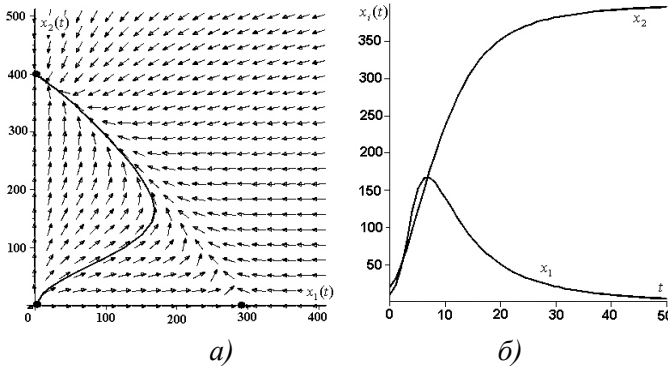


Рис. 4.2.6. Результати моделювання для стаціонарної точки типу  $A_3$ :  
 а – фазовий портрет в просторі параметрів  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  протягом часу  $t \geq 0$ ; б – графіки залежності зайнятої частки ринку  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  підприємствами протягом часу  $t$

У зв'язку з цим можна розглянути задачу синтезу керування відносно одного з конкуруючих підприємств, яка б забезпечила стійку роботу підприємств при запланованому обсязі реалізації продукції. Математична модель задачі керування відносно другого підприємства матиме вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = r_1 x_1 - \frac{r_1}{k_1} x_1^2 - \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} x_1 x_2, \\ \dot{x}_2 = r_2 x_2 - \frac{r_2}{k_2} x_2^2 - \frac{\alpha_{21} r_2}{k_2} x_2 x_1 + u(x_1, x_2). \end{cases} \quad (4.2.32)$$

Синтез керування  $u(x_1, x_2)$  здійснимо методом аналітичного конструювання агрегованих регуляторів [5, с. 129]. Введемо макрозмінну

$$\psi(x_1, x_2) = x_2 - \gamma(d - x_1) \quad (4.2.33)$$

та підставимо її в функціональне рівняння

$$T\dot{\psi}(t) + \psi(t) = 0.$$

Звідси, з врахуванням (4.2.32), отримаємо керування

## Моделі сталого розвитку

$$u = \gamma \left( r_1 - \frac{r_1}{k_1} x_1 - \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} x_2 \right) x_1 - \left( r_2 - \frac{r_2}{k_2} x_2 - \frac{\alpha_{21} r_2}{k_2} x_1 \right) x_2 - \frac{1}{T} \psi, \quad (4.2.34)$$

яке переводить систему на многовид  $\psi = 0$  (4.2.33). Рівняння руху системи (4.2.32) на цьому многовиді має вигляд:

$$\dot{x}_{1\psi} = \left( r_1 - \gamma \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} d - \frac{r_1}{k_1} (1 + \alpha_{12} d) x_{1\psi} \right) x_{1\psi}.$$

Дане рівняння є логістичного типу, яким можна задати бажану динаміку реалізації продукції за короткий проміжок часу.

Замкнута система (4.2.32), (4.2.34) перепишеться у вигляді

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = r_1 x_1 - \frac{r_1}{k_1} x_1^2 - \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} x_1 x_2, \\ \dot{x}_2 = \gamma \left( r_1 x_1 - \frac{r_1}{k_1} x_1^2 - \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} x_2 x_1 \right) - \frac{1}{T} \psi, \end{cases} \quad (4.2.35)$$

стан рівноваги якої визначається співвідношеннями:

$$x_{1s} = \frac{k_1 - \alpha_{12} \gamma d}{1 + \alpha_{12} \gamma}, \quad x_{2s} = \frac{\gamma(k_1 + d)}{1 + \alpha_{12} \gamma}.$$

Вибираючи значення параметрів  $\gamma$  і  $d$  в останніх формулах, можна задати бажаний стійкий обсяг реалізації продукції першого підприємства  $x_{1s}$  при сталому обсязі реалізації продукції іншого підприємства  $x_{2s}$ .

Фазовий портрет та графіки перехідних процесів для керованої системи (4.2.35) при  $r_1 = 0,9$ ,  $r_2 = 0,5$ ,  $k_1 = 300$ ,  $k_2 = 400$ ,  $\alpha_{12} = 0,8$ ,  $\alpha_{21} = 0,7$ ,  $x_1(0) = 10$ ,  $x_2(0) = 20$ ,  $T = 1$ ,  $\gamma = 0,5$ ,  $d = 0,1$  наведені на рис.4.2.7.

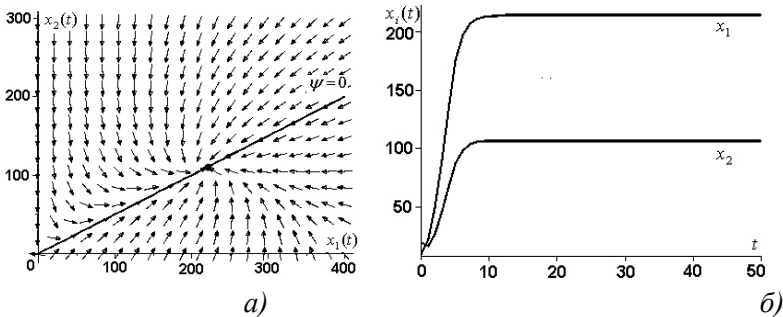


Рис. 4.2.7. Результати моделювання для керованої системи (4.2.35): а – фазовий портрет в просторі параметрів  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  протягом часу  $t \geq 0$ ; б – графіки залежності зайнятої частки ринку  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  підприємствами протягом часу  $t$

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

Як видно, система (4.2.30) при заданих коефіцієнтах має точку рівноваги  $A_3(0; 400)$ , яка відповідає ситуації, коли перше підприємство з часом повністю втрачає ринок. Після введення керування (4.2.34) обидва підприємства за короткий проміжок часу займають свої частки ринку, що відповідають точці рівноваги  $(214,257; 107,178)$ .

З врахуванням введених нами позначень розглянемо конкурентну модель з станом насичення одного з підприємств [6]

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = r_1 x_1 - \frac{r_1}{k_1} x_1^2 - \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} \frac{x_1 x_2}{(d + x_1)}, \\ \dot{x}_2 = r_2 x_2 - \frac{r_2}{k_2} x_2^2 - \frac{\alpha_{21} r_2}{k_2} \frac{x_2 x_1}{(d + x_1)}. \end{cases} \quad (4.2.36)$$

В статті [6] було відзначено, що підприємства досягають стійкого положення рівноваги не одночасно. Знову розглянемо задачу побудови керування системою (4.2.36) з метою підтримки бажаного обсягу реалізації продукції першого підприємства шляхом впливу на швидкість росту обсягів реалізації другого підприємства. Тоді модель системи керування набуде вигляду:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = r_1 x_1 - \frac{r_1}{k_1} x_1^2 - \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} \frac{x_1 x_2}{(d + x_1)}, \\ \dot{x}_2 = r_2 x_2 - \frac{r_2}{k_2} x_2^2 - \frac{\alpha_{21} r_2}{k_2} \frac{x_2 x_1}{(d + x_1)} + u(x_1, x_2). \end{cases} \quad (4.2.37)$$

Скориставшись методом аналітичного конструювання агрегованих регуляторів з макрозмінною (4.2.33), отримаємо закон керування

$$u = \gamma \left( r_1 - \frac{r_1}{k_1} x_1 - \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} \frac{x_2}{d + x_1} \right) x_1 - \left( r_2 - \frac{r_2}{k_2} x_2 - \frac{\alpha_{21} r_2}{k_2} \frac{x_1}{d + x_1} \right) x_2 - \frac{1}{T} \psi. \quad (4.2.38)$$

Цей закон переводить систему (4.2.36) на многовид  $\psi = 0$  (4.2.33). Маємо рівняння руху системи на цьому многовиді:

$$\dot{x}_{1\psi} = \left( r_1 - \gamma \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} d - \frac{r_1}{k_1} x_{1\psi} \right) x_{1\psi}.$$

Положення рівноваги замкнутої система (4.2.37), (4.2.38) визначається співвідношеннями:

$$x_{1s} = k_1 - \alpha_{12} \gamma, \quad x_{2s} = \gamma(k_1 + d - \gamma \alpha_{12}).$$

Фазовий портрет та графіки перехідних процесів для керованої системи (4.2.37, 4.2.38) при  $r_1 = 0,9$ ,  $r_2 = 0,5$ ,  $k_1 = 300$ ,  $k_2 = 400$ ,  $\alpha_{12} = 0,8$ ,  $\alpha_{21} = 0,7$ ,  $x_1(0) = 10$ ,  $x_2(0) = 20$ ,  $T = 1$ ,  $\gamma = 0,5$ ,  $d = 1$  наведені на

## Моделі сталого розвитку

рис. 4.2.8. Після введення керування (4.2.38) обидва підприємства за короткий однаковий проміжок часу займають свої частки ринку, що відповідають точці рівноваги (299,6; 150,2).

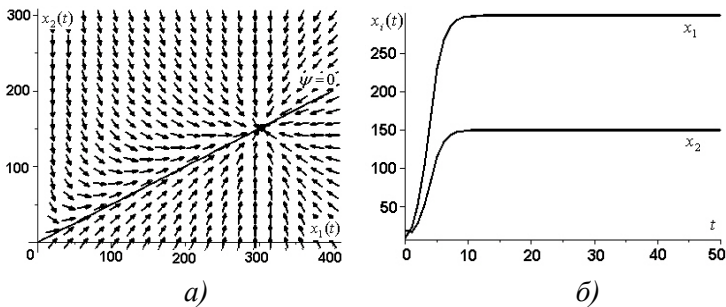


Рис. 4.2.8. Результати моделювання для замкнутої системи (11, 12): а – фазовий портрет в просторі параметрів  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  протягом часу  $t \geq 0$ ; б – графіки залежності зайнятої частки ринку  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  підприємствами протягом часу  $t$

В більшості публікаціях розглядаються модельні ситуації, які будуються на основі підбору числових значень параметрів системи диференціальних рівнянь. Вказати вірні значення цих параметрів часто буває непросто, а інколи взагалі неможливо. Конкуренти, як правило, приховують статистичну інформацію один від одного. Якщо ж оцінити невідомі параметри динамічної моделі за економічними показниками конкуруючих агентів протягом деякого періоду часу, то можна отримати досить реалістичну динамічну модель ринкової конкуренції.

Модель Лоткі–Вольтерра (4.2.29) перепишемо у вигляді:

$$\frac{dx_i}{dt} = a_i x_i - a_{ii} x_i^2 - \sum_{j \neq i, j=1}^n a_{ij} x_i x_j, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4.2.39)$$

де  $x_i$  — обсяг доходів від послуг або обсяг послуг в натуральних одиницях  $i$ -го підприємства;  $a_i$  — коефіцієнт монопольності або коефіцієнт, який описує витрати на підтримку підприємства та просування товарів, послуг. Фактично коефіцієнт  $a_i$  характеризує темп росту доходів (або наданих послуг в натуральному виразі) підприємства. Чим кращий стан підприємства, тим більше значення  $a_i$ ;  $a_{ii}$  — коефіцієнт доступності ресурсів;  $a_{ii} x_i^2$  — зниження швидкості росту доходів (або обсягу надання послуг), який пов'язаний з вичерпністю ресурсів (трудових, природних, інформаційних та ін.);  $a_{ij}$  — коефіцієнт конкуренції



## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

між  $i$ -м та  $j$ -м підприємствами;  $a_{ij}x_i x_j$ , ( $i \neq j$ ) — зниження швидкості росту доходів (або надання послуг).

Щодо системи (4.2.39) потрібно знайти значення її параметрів. Це дозволяє обчислити будь-яку характеристику підприємства в довільний момент часу.

Для знаходження параметрів моделі (4.2.39) можна намітити кілька підходів:

1. З теорії динамічних систем система диференціальних рівнянь (4.2.39) має дві стаціонарні точки, одна з яких є нестійким вузлом з координатами рівними нулю. Координати іншої стійкої точки можна знайти з системи лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$a_{ii}x_i + \sum_{j \neq i, j=1}^n a_{ij}x_i x_j = a_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.2.40)$$

Система (4.2.40) отримана з системи рівнянь (4.2.39) при  $\frac{dx_i}{dt} = 0$ . Ця

точка визначається точкою перетину  $n$  гіперплощин в фазовому просторі.

Задача знаходження параметрів моделі (4.2.39) буде розв'язана, якщо за динамікою реальних даних — часових статистичних рядів економічних показників вдасться знайти коефіцієнти системи (4.2.40).

2. Для параметризації моделі (4.2.39) можна побудувати нелінійну багатофакторну економетричну модель:

$$\Delta x_i = a_i x_i - a_{ii} x_i^2 - \sum_{j \neq i, j=1}^n a_{ij} x_i x_j + u_i, \quad \Delta x_i = x_i(t+1) - x_i(t), \quad i = \overline{1, n}, \quad (4.2.41)$$

де  $u_i$  — збурення. Для цього за конкретною статистичною вибіркою  $\{(x_i(t), y_i(t), t), i = \overline{1, k}\}$  обсягом  $k$  потрібно знайти такі значення оцінок невідомих параметрів  $a_i$ ,  $a_{ii}$ ,  $a_{ij}$ , для яких побудована економетрична модель найкраще б описувала динамічні зміни. Для цього буде утворено функціонал методу найменших квадратів

$$F(\alpha_i, \alpha_{ii}, \alpha_{ij}) = \sum_{i=1}^k (\Delta x_i - \Delta \hat{x}_i)^2, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4.2.42)$$

де  $\Delta \hat{x}_i$  — значення нелінійного рівняння регресії (4.2.41) з коефіцієнтами  $\alpha_i$ ,  $\alpha_{ii}$ ,  $\alpha_{ij}$  при  $x_i$  та  $y_i$ . Значення цих коефіцієнтів при яких досягається мінімум функціонала (4.2.42) приймаються в якості оцінок для  $a_i$ ,  $a_{ii}$ ,  $a_{ij}$ . Модель (4.2.41) буде точніше описувати динамічні зміни у випадку обчислення приростів  $\Delta x_i$  при досить малих проміжках часу  $\Delta t_i$ .

## Моделі сталого розвитку

Розв'язати задачу безумовної (або умовної) мінімізації досить просто в програмі MS Excel з використанням команди *Solver* (Поиск решения).

3. Знаходження оцінок параметрів динамічних систем можна здійснювати опираючись на різноманітні алгоритми чисельних методів. До таких методів відносяться метод повної дискретизації, метод пострілів [7] та ін. Ці методи реалізовані в багатьох прикладних програмах. Так в пакеті прикладних програм Tomlab PROPT на основі математичної системи Matlab використовується псевдоспектральний метод коллокації (з точками Гаусса або Чебишева) для розв'язування задач оптимального керування та оцінки невідомих параметрів динамічних систем.

Цей метод дозволяє мінімізувати функціонал

$$J = \sum_{t=1}^k \sum_{i=1}^n (x_{i,t} - \tilde{x}_{i,t})^2,$$

де  $x_{i,t} = x_i(t)$  — відомі статистичні дані динамічних рядів для  $i$ -го підприємства в момент часу  $t$ , а  $\tilde{x}_{i,t}$  — відповідні значення в цей же момент часу, отримані в результаті проведених ітераційних процедур.

Дослідимо систему (4.2.39) на прикладі найбільших операторів мобільного зв'язку України. Для цього були зібрані дані про кількість користувачів за період з 31.03.2003р. по 30.09.2012р. Для вивчення вибрано три компанії з ринковою часткою більш, ніж 5% («Київстар», «МТС» і «Астеліт» (бренд life:)). Ринкові частки всіх інших компаній можна об'єднати і розглядати їх в ролі четвертого гравця ринку. Оскільки їх сумарна частка незначна і протягом досліджуваного періоду майже не змінюється, то для спрощення розрахунків умовного четвертого гравця включати в модель не будемо.

Розв'яжемо задачу оцінки невідомих параметрів шляхом побудови економетричної моделі (4.2.41) для операторів мобільного зв'язку «Київстар», «МТС» і «Life». Використавши функцію *Solver* в програмі MS Excel, отримали систему рівнянь:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = 0,3069x_1 - 0,0092x_1^2 - 0,002x_1x_2 - 0,0049x_1x_3, \\ \Delta x_2 = 0,305x_2 - 0,0128x_2^2 - 0,0003x_2x_1 - 0,0067x_2x_3, \\ \Delta x_3 = 0,6623x_3 - 0,0203x_3^2 - 0,0195x_3x_1. \end{cases} \quad (4.2.43)$$

Коефіцієнти детермінації для кожного з рівнянь становлять  $R_1^2 = 0,794$ ,  $R_2^2 = 0,907$ ,  $R_3^2 = 0,179$ . Змодельовані дані про кількість користувачів трьох операторів подано на (рис.4.2.9). Коефіцієнт дете-

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

рмінації для третього рівняння має мале значення, що піддає сумніву правомірність використання побудованої моделі. З рис. 4.2.9 видно, що третє рівняння системи (4.2.43) не досить добре описує динаміку кількості абонентів оператора Life.

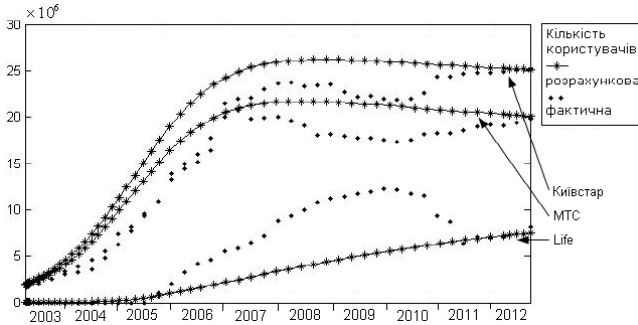


Рис. 4.2.9. Фактичні та розрахункові значення кількості абонентів операторів мобільного зв'язку Київстар, МТС і Life, березень 2003 р. — вересень 2012 р.

Оцінимо параметри моделі (4.2.39) методом повної дискретизації з використанням програми Tomlab PROPT. Після оцінки отримали наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 0,3324x_1 - 0,0063x_1^2 - 0,0074x_1x_2 - 0,0041x_1x_3, \\ \frac{dx_2}{dt} = 0,2311x_2 - 0,007x_2^2 - 0,0103x_2x_3, \\ \frac{dx_3}{dt} = 1,4559x_3 - 0,0107x_3^2 - 0,0581x_3x_1. \end{cases} \quad (4.2.44)$$

Коефіцієнти детермінації для кожного з рівнянь становлять  $R_1^2 = 0,987$ ,  $R_2^2 = 0,997$ ,  $R_3^2 = 0,959$ .

Аналіз системи (4.2.44) показує, що оператори «Київстар» та «МТС» ( $a_1 = 0,3324$ ,  $a_2 = 0,2311$ ) характеризуються значно меншим темпом росту, ніж оператор «Life» ( $a_3 = 1,4559$ ). Саме високі темпи росту оператора «Life» дозволило зайняти свою нішу на ринку послуг мобільного зв'язку, навіть при тому, що він вийшов на цей ринок лише в 2006 році. Частка користувачів оператора «Life» низька лише тому, що він піддається сильному впливу конкуруючого оператора «Київстар» ( $\alpha_{31} = 0,0581$ ). Проведені розрахунки дають координати

## Моделі сталого розвитку

точки рівноваги системи:  $x_1 = 23,44$  млн. чол.;  $x_2 = 20,09$  млн. чол.;  $x_3 = 8,77$  млн. чол. Використавши методи теорії динамічних систем встановлено, що отримана особлива точка є точкою нестійкої рівноваги. Це підтверджує факт жорсткої конкуренції між операторами. Система навіть перебуваючи в стані рівноваги не зможе надалі залишатися в стані спокою. Вона постійно буде прагнути до коливних процесів, що описує перехід користувачів від одного оператора до іншого. Такі процеси помітні вже з 2007 року, оскільки, за даними інформаційно-аналітичного агентства iKS-Consulting, рівень номінального проникнення мобільного зв'язку в 2006 році склав 105% (реальний рівень 63%), що є близьким до стану насичення. На кінець 2012 року номінальний рівень склав 120%. З 2007 року основним джерелом нових абонентів є перетікання їх від інших операторів. Змодельовані дані про кількість користувачів трьох операторів подано на рис. 4.2.10.

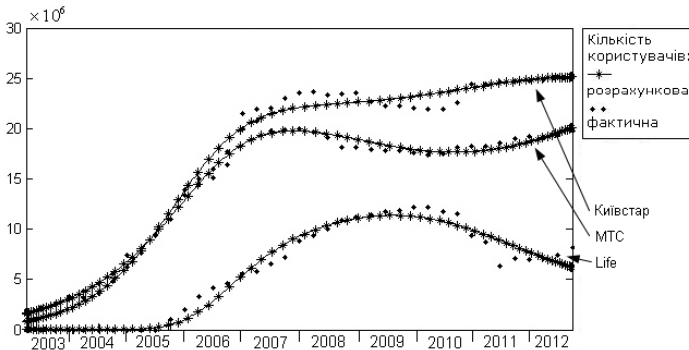


Рис. 4.2.10. Фактичні та розрахункові значення кількості абонентів операторів мобільного зв'язку Київстар, МТС і Life, березень 2003 р. — вересень 2012 р.

З рис. 4.2.10. видно, що система з сталими коефіцієнтами досить добре описує динаміку користувачів мобільного зв'язку протягом досліджуваного періоду. Але поява нових послуг та пропозицій від операторів може змінити частки користувачів в довготерміновій перспективі. Так поглинання в 2010 році оператором «Київстар» оператора «УРС» (бренд Veeline, 4,35% — ринкова частка на 30.09.2010р.) дозволило збільшити свою частку на ринку до 45% і закріпити свої лідируючі позиції. З цього моменту частка користувачів оператора «Life» почала стрімко падати.

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

Для неперервних динамічних систем характерним є зміна параметрів з часом, що може призвести до зміни положень рівноваги. Для коректування моделі (4.2.39) врахуємо можливий лінійний або нелінійний характер коефіцієнтів  $a_i$ ,  $a_{ii}$ ,  $a_{ij}$  [1, с.137; 8]. Розглянемо коефіцієнти конкуренції як функції від ринкової частки підприємств:

$$a_{ij} = \frac{b_i x_j}{1 + c_i x_j},$$

де  $b_i$ ,  $c_i$  — невід’ємні параметри, які підлягають оцінці.

Вибір такої нелінійної функції зумовлений тим, що збільшення кількості користувачів вимагає від оператора виділяти більше ресурсів. Але, оскільки ресурси обмежені, то їх обсяг через деякий час досягне деякого максимального значення (рис. 4.2.11).

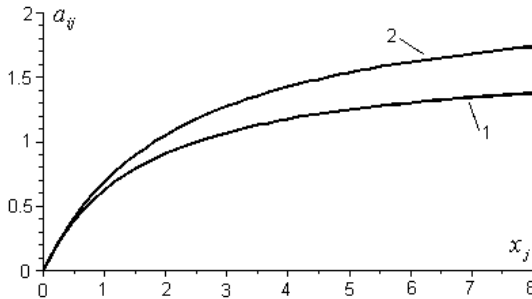


Рис. 4.2.11. Графіки залежності коефіцієнта конкуренції  $a_{ij}$  від кількості користувачів  $x_j$ : (1) —  $b_i = 1$ ,  $c_i = 0,6$ ; (2) —  $b_i = 1$ ,  $c_i = 0,45$

Після оцінки параметрів з використанням програми Tomlab PROPT отримали систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 0,2837x_1 - 0,006x_1^2 - 0,0003x_2x_1x_2 - \frac{0,0009x_3}{1 + 0,1619x_3}x_1x_3, \\ \frac{dx_2}{dt} = 0,2574x_2 - 0,0104x_2^2 - 0,0006x_3x_2x_3, \\ \frac{dx_3}{dt} = 0,8234x_3 - 0,0155x_3^2 - 0,0012x_1x_3x_1. \end{cases}$$

Коефіцієнти детермінації для кожного з рівнянь становлять  $R_1^2 = 0,989$ ,  $R_2^2 = 0,997$ ,  $R_3^2 = 0,964$ , які є вищими у порівнянні з коефіцієнтами детермінації моделі (4.2.44). Введення змінних коефіцієн-

## Моделі сталого розвитку

тів конкуренції дозволяє краще описати динаміку реальних даних. Графіки перехідних процесів кількості користувачів візуально співпадають з графіками наведеними на рис. 3. Розрахунки дають координати точки рівноваги:  $x_1 = 23,59$  млн. чол.;  $x_2 = 18,94$  млн. чол.;  $x_3 = 10,03$  млн. чол. Вона є точкою нестійкої рівноваги.

### 4.2.6. Оцінка нерівності населення України за джерелами доходів

Реформування економічної системи України за період її незалежності супроводжується багатьма негативними соціальними явищами. Зокрема, кризові явища в соціально-економічній сфері пов'язані із формування поляризованого соціуму із різними формами соціальної нерівності (бідність, надмірна диференціація в розподілі доходів та суспільної власності).

Проблема нерівності доходів є досить актуальною не лише в Україні, але і поза її межами. Питанням дослідження нерівності населення за доходами присвячено багато робіт вітчизняних і зарубіжних вчених [9–14], у яких розглядаються підходи до вимірювання диференціації та поляризації населення за допомогою показників нерівності за доходами. Науковці у своїх роботах використовують відомі статистичні показники відносної нерівності — індекси Джині, Пальма, Аткінсона, Тейла, децильні (квінтільні) коефіцієнти диференціації, коефіцієнт контрастів доходів та ряд інших. Зокрема, в роботах [12–14] для диференціації населення за доходами використовується індекс Джині, при знаходженні якого використовуються як статистичні, так і математичні методи.

Одним із численних показників економічного розвитку будь-якої країни є мінімальний розрив між найбагатшими та найбіднішими верствами населення, який можна вимірювати індексом Джині.

У методичних вказівках Державної служби статистики України індекс Джині для дискретних розподілів доходів (витрат) розраховують за формулою [15]

$$G = 1 - 2 \sum_{i=1}^n X_i \cdot cum Y_i + \sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_i,$$

де  $X_i$  — частка населення  $i$ -ї групи в загальній чисельності населення,  $Y_i$  — частка доходів  $i$ -ї групи населення,  $x_i = cum X_i$  — кумулятивна частка населення  $i$ -ї групи  $y_i = cum Y_i$  — кумулятивна частка доходів  $i$ -ї групи,  $n$  — кількість груп. Для обчислення індексу Джині суспільство поділяється на 5 (квінтилів) або 10 (децилів) частин, що містять однакову кількість елементів (родин або людей). Даний метод розрахунку індексу Джині не вимагає побудови кривої Лоренца, яка показує залеж-

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

ність між чисельністю населення і обсягом отриманого сумарного доходу.

Інтегральна формула для знаходження індексу Джині має вигляд

$$G = 2 \int_0^1 (x - y(x)) dx, \quad (4.2.45)$$

де  $y(x)$  — функція розподілу населення за доходами (крива Лоренца),  $y = x$  — функція рівномірного розподілу населення за доходами.

Знайдемо функцію Лоренца за статистичними даними розподілу грошових доходів по децильних групах населення, наприклад, за 2019 рік (табл. 4.2.3). Функцію Лоренца будемо шукати у вигляді полінома.

*Табл. 4.2.3 Розподіл грошових доходів за децильними (10%-ми) групами населення у 2019 році*

Група населення	$X_i$	$Y_i$	$x_i = \text{cum } X_i$	$y_i = \text{cum } Y_i$
Перша (з найменшими доходами)	0,1	0,04	0,1	0,04
Друга	0,1	0,055	0,2	0,095
Третя	0,1	0,065	0,3	0,16
Четверта	0,1	0,074	0,4	0,234
П'ята	0,1	0,082	0,5	0,316
Шоста	0,1	0,093	0,6	0,409
Сьома	0,1	0,105	0,7	0,514
Восьма	0,1	0,12	0,8	0,634
Дев'ята	0,1	0,145	0,9	0,779
Десята (з найбільшими доходами)	0,1	0,221	1	1

При використанні поліномів високих степенів виникають обчислювальні труднощі. Тому використаємо сплайн інтерполяцію. Застосуємо поліноми четвертого степеня на відповідних інтервалах:

$$y_1 = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x, \quad 0 \leq x \leq 0,4;$$

$$y_2 = b_4x^4 + b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0, \quad 0,4 \leq x \leq 0,7;$$

$$y_3 = c_4x^4 + c_3x^3 + c_2x^2 + c_1x + c_0, \quad 0,7 \leq x \leq 1.$$

Невідомі параметри поліномів знайдемо розв'язавши системи рівнянь (рівність значень функцій та їх перших похідних):

## Моделі сталого розвитку

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1(0,1) = 0,04, \\ y_1(0,2) = 0,095, \\ y_1(0,3) = 0,16, \\ y_1(0,4) = 0,234, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} y_2(0,4) = 0,234, \\ y_2(0,5) = 0,316, \\ y_2(0,6) = 0,409, \\ y_2(0,7) = 0,514, \\ y_2'(0,4) = y_1'(0,4), \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} y_3(0,7) = 0,514, \\ y_3(0,8) = 0,634, \\ y_3(0,9) = 0,779, \\ y_3(1) = 1, \\ y_3'(0,7) = y_2'(0,7). \end{array} \right.$$

Отримали наступні поліноми:

$$y_1 = 1,67x^4 - 1,83x^3 + 1,18x^2 + 0,3x \text{ при } 0 \leq x \leq 0,4,$$

$$y_2 = -3,89x^4 + 8,72x^3 - 6,66x^2 + 2,93x - 0,33 \text{ при } 0,4 \leq x \leq 0,7,$$

$$y_3 = 25,83x^4 - 79,33x^3 + 92,19x^2 - 46,8x + 9,11 \text{ при } 0,7 \leq x \leq 1.$$

Застосувавши формулу (4.2.45), отримаємо значення індексу Джині

$$G = 1 - 2 \left( \int_0^{0,4} y_1 dx + \int_{0,4}^{0,7} y_2 dx + \int_{0,7}^1 y_3 dx \right) = 0,272.$$

Результати обчислень індексу Джині за період 2008–2020рр., а також дані Світового банку та Державної служби статистики України наведено в табл. 4.2.4.

З таблиці 4.2.4 видно, що значення індексу Джині отримані з різних джерел відрізняються незначно. Характерним для України є те, що до 2014 року відбувалося зниження індексу Джині, а починаючи з 2015 року — його збільшення. Суттєво він зріс у 2020 році, на 7,55%. Індекс Джині більший для населення, яке проживає у міських поселеннях, ніж у сільській місцевості, що пояснюється більшою диференціацією доходів у містах.

Використовуючи останні дані Світового банку, опираючись на значення індексу Джині у 2018 році, можна відзначити, що Південна Африка, Намібія, Шрі-Ланка, Китай є одними з найбільш нерівних країн з точки зору розподілу доходів. У той же час, Україна знаходиться в даному рейтингу поряд із Голандією, Словатчиною, Бельгією, які відносяться до найбільш рівноправних країн у світі. Численні соціологічні дослідження стверджують, що чим більш демократичнішою є країна — тим менша в ній нерівність населення за доходами. В країнах, які розвиваються, спостерігається більша нерівність, ніж у розвинених.



## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

Табл 4.2.4. Значення індексу Джинні для України у 2008–2020 рр.

Рік	Світовий банк	Усі домогосподарства (Держстат України)	У тому числі, які проживають		Розраховано авторами	Абсолютна зміна, ΔG, %	Метод Шоркса
			у міських поселеннях	у сільській місцевості			
2008	0,266	0,278	0,266	0,256	0,282		
2009	0,253	0,277	0,274	0,246	0,279	-0,36	0,204
2010	0,248	0,271	0,269	0,248	0,275	-2,17	0,195
2011	0,246	0,263	0,259	0,239	0,266	-2,95	0,257
2012	0,247	0,248	0,242	0,232	0,250	-5,70	0,225
2013	0,246	0,251	0,252	0,220	0,253	1,21	0,221
2014	0,240	0,240	0,241	0,223	0,236	-4,38	0,202
2015	0,255	0,243	0,243	0,231	0,253	1,25	0,212
2016	0,250	0,244	0,246	0,228	0,248	0,41	0,220
2017	0,260	0,256	0,258	0,241	0,265	4,92	0,240
2018	0,261	0,261	0,263	0,240	0,262	1,95	0,249
2019	0,266	0,265	0,263	0,246	0,272	1,53	0,258
2020		0,285	0,282	0,268	0,286	7,55	0,276

## Моделі сталого розвитку

---

Україна протягом останніх 15 років із значенням індексу Джині біля 0,25, знаходиться серед європейських країн. Однак реально українське суспільство дуже розшароване. Очевидно, що така оцінка нерівності не однозначна, якщо не опиратися лише на фінансові показники, а й оцінювати рівень життя, то результат буде іншим. Зокрема, за даними Всесвітньої доповіді про щастя 2021 Україна займає 110-е місце серед 149 країн [16]. Дані результати опираються, наприклад, на показники ВВП на душу населення, очікуваний рівень життя, ставлення до корупції.

Причинами невідповідності є: низька якість вітчизняних статистичних даних про доходи найбагатших та найбідніших верств населення, адже значна частина їх доходів не декларується і має тіньовий характер; в Україні практично відсутній середній клас, який би врівноважував дисбаланс між кількістю бідних і багатих. Науковці часто у своїх розробках пропонують методики розрахунку індексу Джині, у яких здійснюють його корегування. Зокрема в роботі [14] автор для обчислень використовує статистичний розподіл населення за рівнем середньодушових загальних доходів населення. Такий підхід не враховує сумарну частку доходів, які отримала кожна група населення такого розподілу. Так, проведене дослідження для 2010 року показує, що індекс Джині після застосування запропонованої методики зріс з 0,262 до 0,424.

Індекс Джині зручно використовувати для порівняння досліджуваної ознаки (доходів, витрат, податкових відрахувань) в сукупностях з різною кількістю елементів (наприклад, регіонів з різною кількістю населення) або для порівняння розподілу ознаки в різних групах населення (наприклад, індексу Джині для сільського населення і індекс Джині для міського населення) або в різних країнах. Він доповнює дані, наприклад, про ВВП, середньодушовий дохід. Однак є й недоліки індексу Джині. Наприклад, він не враховує джерела доходів.

В численних наукових дослідженнях здійснюється пошук чинників, які впливають на нерівність суспільства. До таких чинників відносять, наприклад, рівень економічного розвитку країни, безробіття, бідності, успішність проведення ринкових, соціально-політичних реформ та інші. Зазначимо те, що індекс Джині не має тісного кореляційного зв'язку із різними економічними показниками.

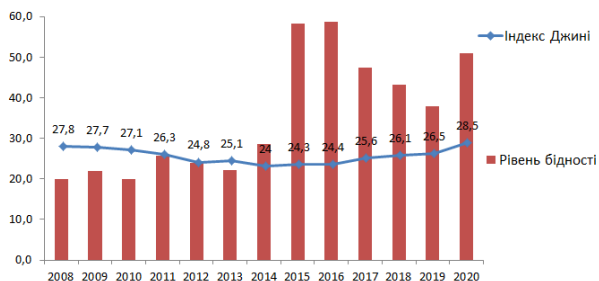
Якщо співставити динаміку зміни індексу Джині в Україні з динамікою економічного розвитку, то помітно, що одночасно із спадом економіки відбувався значний ріст нерівності із 0,297 в 1992 році до 0,39 в 1995 році. Можна припустити, що непослідовні економічні

#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

реформи в перехідний період призвели до спаду економіки і відповідно значному росту нерівності доходів населення. У період економічного зростання в 2000–2006 рр. відбулася стабілізація нерівності на рівні 0,29, ймовірно завдяки економічним реформам, що були здійснені у ці роки. А у періоді з 2009–2017 рр. рівень нерівності становив приблизно 0,25, хоча й було падіння економіки в 2009 і 2015 роках.

За останні п'ять років відбувається щорічне зростання нерівності, особливо в 2020 році із одночасним падінням ВВП на 4 % у цьому ж році, збільшенням рівня безробіття та бідності населення починаючи з 2015 року. Такі процеси об'єктивно можна пов'язати із політико-економічною кризою 2014 року, великий потік вимушених переселенців з Донбасу і Криму погіршили ситуацію із нерівномірністю розподілу доходів населення. Багато жителів Донбасу раптово внаслідок бойових дій втратили майно та фінансові джерела для існування. Понад 5 млн. жителів Східної України потрапили до групи збіднілих.

З 2020 року з'явився ще один чинник, який за припущенням негативно впливає на нерівність населення за доходами. В цьому році економіка України зазнала удару від пандемії COVID-19. Карантинні обмеження спричинили економічний спад в окремих галузях економіки, особливо в усіх секторах послуг. Тому значна частка економічно активного населення України втратила роботу та, відповідно, доходи. Рівень бідності у 2020 році за витратами нижче фактичного прожиткового мінімуму склав 51% (рис. 4.2.12).



*Рис. 4.2.12. Динаміка індексу Джині (за величиною грошових доходів) та рівня бідності (за витратами нижче фактичного прожиткового мінімуму), 2008–2020 роки*

Маючи лише значення індексу Джині, неможливо визначити причину і чинники, які впливають на нерівномірність розподілу доходів населення. Для визначення джерела доходу, який робить найбільш

## Моделі сталого розвитку

ший внесок у загальну нерівність розподілу доходів, використаємо метод, запропонований Е. Шороксом [17], декомпозиції доходу. Цей метод було розроблено для вимірювання ваги оплати праці, трансферних оплат (виплати населенню за програмами соціального страхування, грошових допомог і пільг), які є компонентами доходу.

Даний метод полягає у розрахунку коефіцієнтів концентрації

$$G_k = \frac{2}{n^2 \mu_k} \sum_{i=1}^n \left( r_i - \frac{n+1}{2} \right) y_i^k,$$

де  $n$  — кількість груп домогосподарств,  $y_i^k$  — компонента  $k$ -го доходу  $i$ -ї групи домогосподарств (грн.),  $\mu_k$  — середньодушовий розмір доходу по  $k$ -й компоненті (грн.),  $r_i$  —  $i$ -й ранг домогосподарств по шкалі загального доходу (для домогосподарств з найнижчим рівнем доходів  $r_1 = 1$ , а з найбільшим —  $r_n = n$ ).

Індекс Джині дорівнює сумі добутків коефіцієнта концентрації відповідної компоненти сукупного грошового доходу та частки  $\frac{\mu_k}{\mu}$  останнього в сумарному доході, тобто

$$G = \sum_{k=1}^m \frac{\mu_k}{\mu} G_k,$$

де  $m$  — кількість компонент доходу,  $\mu$  — середньодушовий розмір грошових еквівалентних доходів (грн.).

Пропорційний внесок  $k$ -го джерела доходу у загальну нерівність можна розрахувати за формулою

$$s_k = \frac{\text{cov}(Y^k, \bar{Y})}{\sigma^2(\bar{Y})}, \quad Y^k = (y_1^k, y_2^k, \dots, y_n^k), \quad \bar{Y} = (\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_n), \quad k = \overline{1, m},$$

де  $\bar{Y}_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) — середньодушове значення доходу  $i$ -ї групи населення (грн.).

Еластичність індексу Джині по відношенню до  $i$ -ї компоненти доходу розраховується за формулою [18]

$$\varepsilon_k = \frac{\mu_k}{G\mu} (G_k - G), \quad k = \overline{1, m}.$$

Здійснимо декомпозицію коефіцієнта Джині за джерелом доходів населення. Для цього, опираючись на дані Держстату, виокремимо наступні компоненти джерел доходів, які формують загальний дохід домогосподарств:  $y^1$  — оплата праці;  $y^2$  — доходи від підприєм-

#### Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

ницької діяльності та самозайнятості;  $y^3$  — доходи від продажу сільськогосподарської продукції;  $y^4$  — доходи від власності;  $y^5$  — пенсії;  $y^6$  — стипендії;  $y^7$  — допомоги, пільги, субсидії та компенсаційні виплати, надані готівкою (допомога по безробіттю, допомога малозабезпеченим, допомога на дітей, субсидії на оплату ЖКП, електроенергії та палива);  $y^8$  — грошова допомога від родичів та інших осіб;  $y^9$  — аліменти;  $y^{10}$  — інші грошові доходи. При знаходженні індексу Джині не будемо враховувати негрошові доходи. Усі домогосподарства поділено за децильними (10%-ми) групами залежно від розміру середньо-душових еквівалентних грошових доходів. Отримані результати декомпозиції індексу Джині наведено в табл. 4.2.5 [19].

*Таб. 4.2.5. Результати декомпозиції індексу Джині за компонентами грошових доходів за 2009–2020 роки*

	Рік	Компоненти, (у середньому за місяць у розрахунку на одне домогосподарство, грн)									
		$y^1$	$y^2$	$y^3$	$y^4$	$y^5$	$y^6$	$y^7$	$y^8$	$y^9$	$y^{10}$
	2014	53,56	5,73	3,58	1,07	25,09	0,75	3,70	4,89	0,32	1,33
$\frac{\mu_k}{\mu} \cdot 100, \%$	2015	52,85	6,12	3,81	1,26	23,89	0,68	3,67	6,12	0,29	1,33
	2016	54,32	6,06	3,48	1,68	22,57	0,58	3,63	6,03	0,22	1,47
	2017	59,89	5,11	3,38	1,57	19,60	0,39	3,10	5,15	0,26	1,55
	2018	60,58	6,66	2,79	1,46	19,48	0,34	2,28	4,48	0,25	1,71
	2019	62,32	7,12	2,61	1,15	17,79	0,30	2,60	4,14	0,30	1,68
	2020	63,27	6,14	1,81	0,22	19,38	0,26	3,48	4,00	0,24	1,27
	$s_k \cdot 100, \%$	2014	70,73	12,66	2,71	0,91	11,11	-0,12	-2,73	3,64	0,05
2015		67,34	15,53	4,38	0,65	7,63	-0,23	-1,58	5,49	-0,07	0,86
2016		75,92	13,15	2,92	1,09	0,89	0,31	-1,84	6,22	-0,05	1,39
2017		84,84	9,20	2,64	0,20	-1,29	-0,11	-1,46	4,26	-0,07	1,79
2018		82,59	12,14	1,16	0,14	2,38	0,07	-1,53	1,43	-0,02	1,64
2019		82,98	14,07	0,98	-0,17	0,37	-0,03	-1,83	1,49	-0,01	2,14
2020		85,44	10,40	1,26	0,44	-0,46	-0,02	-1,34	1,46	0,05	2,76
$\varepsilon_k, \%$	2014	0,182	0,047	-0,007	-0,001	-0,129	-0,008	-0,067	-0,012	-0,002	-0,003
	2015	0,158	0,071	0,005	-0,004	-0,151	-0,008	-0,055	-0,007	-0,004	-0,005
	2016	0,210	0,058	-0,002	-0,003	-0,202	-0,003	-0,053	0,000	-0,002	-0,002
	2017	0,262	0,031	-0,007	-0,012	-0,208	-0,005	-0,049	-0,012	-0,003	0,001
	2018	0,231	0,044	-0,013	-0,012	-0,178	-0,002	-0,038	-0,029	-0,002	-0,001
	2019	0,225	0,058	-0,015	-0,013	-0,181	-0,003	-0,045	-0,026	-0,002	0,002
	2020	0,227	0,032	-0,005	0,002	-0,193	-0,003	-0,047	-0,025	-0,002	0,013

## Моделі сталого розвитку

---

Відповідно до отриманих числових результатів дослідження, основний вклад у диференціацію доходів населення вносить оплата праці. Її частка у структурі сукупного доходу та пропорційний вклад у нерівність постійно зростали та у 2020 року склали 63,27% і 85,44% відповідно. Це говорить про те, що для зменшення нерівності необхідно створювати умови для підвищення доходів зайнятого населення.

Частка доходів від підприємницької діяльності за останні роки залишається незмінною (приблизно 6%).

У період з 2014 по 2020 рр. зменшується частка пенсій у структурі доходу (від 25,09 % до 19,38 %), із досить низьким пропорційним внеском у нерівність розподілу доходів. Проте в Україні пенсійне забезпечення здійснюється практично повністю із солідарної системи, що не передбачає значної різниці в розмірі пенсій. В Україні і досі не запроваджено загальнообов'язкове накопичувальне страхування, а добровільне пенсійне страхування є мало поширеним, яке б могло вплинути на пенсійне забезпечення.

Слід звернути увагу на те, що компонента доходу у<sup>7</sup> (допомоги, пільги, субсидії та компенсаційні виплати, надані готівкою) проявляють понижувальний ефект. Метою дії системи соціальних трансферів є зниження нерівності. За всі періоди соціальні трансфери сприяли, хоч і незначно, зменшенню нерівності доходів суспільства. Така динаміка структурних змін нерівності за доходами є наслідком більш чіткого спрямування (адресності) соціальних трансферів на підтримку верств із низьким рівнем доходів.

Такі джерела доходів, як пенсії, стипендії та аліменти, у різні роки мали як позитивний так і негативний вплив на перерозподіл доходів. Попри свою невелику частку у структурі сукупного доходу (близько 1%) у 2020 році ці компоненти доходів сприяли зменшенню нерівності доходів при послабленні економіки України.

### ***4.2.7. Застосування методу аналізу ієрархій для дослідження факторів впливу на форми влаштування дітей сиріт***

Майбутнє держави, її життєдайність визначається наявністю молодих поколінь. Захист дитинства є перш за все пріоритетним напрямом соціального розвитку країни. Реалізація права дитини-сироти та дитини, позбавленої батьківського піклування, на виховання в сімейному оточенні, активізація усиновлення є одним із першочергових напрямків діяльності органів державної влади. Дане питання вирішу-

#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

---

ється на державному рівні за допомогою різних механізмів урегулювання, дослідження яких допомагає вдосконалити сферу соціального захисту дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування. Однак є багато проблем у цій сфері.

З огляду на важливість для розвитку дитини сімейного оточення, вважаємо, що діяльність у соціальній сфері повинна бути спрямована на створення сімейних форм утримання і виховання дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування, які здатні до певної міри замінити сім'ю.

Потенційні батьки–вихователі, прийомні батьки, усиновлювачі, які вирішили взяти участь у вихованні дитини–сироти або дитини, позбавленої батьківського піклування, зустрічаються із питанням вибору форми влаштування (виховання) таких дітей. Для вивчення факторів впливу на їх вибір, удосконалення та розробки організаційно-економічних механізмів управлінської діяльності сфери соціального влаштування дітей доцільним є використання методу аналізу ієрархій (МАІ).

До сімейних форм відносимо такі: усиновлення, опіка (піклування), прийомна сім'я (ПС) та дитячий будинок сімейного типу (ДБСТ). У наукових дослідження особливу увагу приділяють питанню усиновлення, як найбільш пріоритетній формі влаштування дитини з діючих сімейних форм.

Попри спільну назву «сімейні форми», яка фактично означає виховання дітей в сім'ї, кожна із зазначених форм відрізняється одна від одної як за правовими, так і за організаційними ознаками. Безперечно, найкращою із усіх діючих форм сімейного влаштування дітей є усиновлення, тобто прийняття дитини у сім'ю на правах рідної. Тільки ця форма влаштування з усіх існуючих відповідає «найвищим інтересам дитини» та позбавляє дитину статусу дитини–сироти або дитини, позбавленої батьківського піклування.

Правові, організаційні, соціальні засади та гарантії державної підтримки дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування, молоді із числа дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування, визначаються Законом України «Про забезпечення організаційно-правових умов соціального захисту дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування». Таким дітям та батькам–вихователям, прийомним батькам встановлено гарантовані державою соціальні стандарти і нормативи.

Державні соціальні стандарти, нормативи споживання, нормативи

## Моделі сталого розвитку

---

забезпечення є однаковими для всіх дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування, а також осіб із їх числа, незалежно від форми їх влаштування та утримання, і залежать від величини прожиткового мінімуму. Саме цей показник є державним нормативом, що використовується при визначенні більшості показників соціального блоку бюджету.

Розмір прожиткового мінімуму в Україні досить низький і зростає незначними темпами. Для розрахунку прожиткового мінімуму основних соціально–демографічних груп населення використовується мінімальний споживчий кошик. Викликає величезні сумніви адекватність набору послуг мінімального споживчого кошика. Гострою є проблема включення до складу прожиткового мінімуму мінімальних витрат на послуги охорони здоров'я, освіти, транспорту, зв'язку, що у дедалі більшому обсязі стають платними.

Варто зауважити, що встановлення прожиткового мінімуму на нижчому рівні, ніж це об'єктивно обґрунтовано, призводить до зниження, допомог малозабезпеченим українцям, у тому числі сім'ям із дітьми–сиротами та дітьми, позбавленими батьківського піклування, і зменшенню їх реальних доходів, оскільки він використовується для їхнього нарахування. Саме тому існуючі підходи до встановлення державних соціальних стандартів в Україні потребують негайного докорінного перегляду.

Далі звернемо увагу на виплати при усиновленні дитини. Допомога при усиновленні дитини призначається на кожну дитину незалежно від віку, у розмірі, встановленому для виплати допомоги при народженні першої дитини, а саме: у сумі, кратній 30 розмірам прожиткового мінімуму для дитини віком до шести років, на дату набрання законної сили рішення про усиновлення. Вважаємо, що ця норма закону не стимулює усиновлення, так як при усиновленні двох та більше дітей розмір виплат не збільшується, тому необхідно переглянути розміри виплат допомоги при народженні та усиновленні дітей. Варто наголосити, що уряд встановив єдиний розмір допомоги при народженні дитини не залежно який він за черговістю. На нашу думку це дозволить відновити принцип соціальної справедливості при народженні та усиновленні дітей.

Хоча розмір допомоги при усиновленні дитини становить 30 прожиткових мінімумів для дитини віком до шести років та враховуючи, що на усиновлену дитину призупиняються всі соціальні виплати та гарантії — це не така вже і велика сума. Тому було б доцільно розроби-



#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

---

ти єдину систему усиновлення дітей з пільгами для прийомних батьків (на сьогодні вона не є мотиваційною та повноцінною) та розробити систему, за якою дитина набуватиме статусу усиновленої, додавши до нього якусь соціальну пільгу, наприклад — пільговий вступ до вищого навчального закладу, щорічне оздоровлення дитини в оздоровчих таборах регіону, де проживає усиновлена дитина. На нашу думку, саме такий підхід стимулював би до збільшення чисельності усиновлених дітей у регіоні.

Допомога на дітей, над якими встановлено опіку чи піклування, надається у розмірі, що становить два прожиткових мінімуми для дитини відповідного віку.

Вважаємо, що було б доцільно передбачити на законодавчому рівні механізм накопичення на рахунку дитини певної «неспалимої суми», мінімальний накопичувальний варіант соціального забезпечення (наприклад, депозит).

Розмір соціальної допомоги на дітей при влаштуванні їх у прийомну сім'ю чи дитячий будинок сімейного типу становить два прожиткових мінімуми для дітей відповідного віку. Розмір грошового забезпечення становить 35 відсотків розміру соціальної допомоги на кожну дитину вихованця та на кожну прийомну дитину, але не більше п'яти прожиткових мінімумів для працездатної особи одному з батьків-вихователів і не більше ніж півтора прожиткового мінімуму для працездатної особи одному з прийомних батьків.

Грошове забезпечення прийомних батьків та батьків-вихователів при вихованні від 3 та 7 дітей відповідно не збільшується, це не стимулює батьків добирати дітей-сиріт на виховання. Пропонуємо переглянути нарахування грошових виплат, як пряму залежність прожиткового мінімуму на працездатну особу від чисельності дітей, які виховуються в родині. Вважаємо за необхідність передбачити на законодавчому рівні механізм накопичення на рахунку дитини певної «неспалимої суми» щомісячно впродовж дії договору про спільне проживання, виховання та утримання дітей у сім'ї. Контроль за цим повинен забезпечувати орган опіки та піклування регіону. Таким чином, навіть у разі дострокового припинення дії договору дитина-сирота буде мати власні заощадження, які в подальшому підвищать її соціальний захист.

Змушені також констатувати, що нині не має технологій адекватного бюджетного аналізу видатків на дітей-сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування, та ефективності їх використання, гнуч-

## Моделі сталого розвитку

---

ких механізмів перерозподілу чи переорієнтації цих видатків з метою максимального врахування потреб дитини. Це є вкрай серйозною проблемою, яка, з одного боку стримує регіональний розвиток сімейних форм виховання, а з другого — потребує законодавчого врегулювання.

Варто зауважити, що останнім часом спостерігаються позитивні зрушення щодо забезпечення соціального захисту дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування, а саме: вдосконалюється законодавча база та посилюється регіональний контроль за виконанням організаційних умов соціального захисту дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування.

На нашу думку спостерігається поступ в напрямку поліпшення соціального захисту дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування, та осіб з їх числа в цілому, а також про посилення регіонального контролю за захистом їх прав та інтересів. Водночас, у системі соціальної взаємодії дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування, залишається неподоланим розрив між досвідом повсякденності та системою задекларованих норм.

Розглянемо приклад застосування МАІ для аналізу факторів, які враховуються при виборі форми влаштування дитини потенційними батьками–вихователями, прийомними батьками, усиновлювачами.

Опираючись на методи управлінської діяльності сфери соціального влаштування дітей (економічні, соціально–психологічні, організаційні) можемо виділити критерії оцінки можливого вибору форми влаштування дитини:

- 1) Соціально–економічний:
  - гарантовані соціальні виплати та пільги для дітей–сиріт ( $\Phi_1$ );
  - стандарт грошового забезпечення прийомних батьків та батьків–вихователів ( $\Phi_2$ );
  - разової державної фінансової допомоги після досягнення повноліття ( $\Phi_3$ );
  - гарантованого першого робочого місця ( $\Phi_4$ );
  - житлове забезпечення ( $\Phi_5$ );
- 2) Організаційно–правовий:
  - юридичний захист дітей ( $\Phi_6$ );
  - юридична допомога батькам ( $\Phi_7$ );
- 3) Морально–етичні:
  - соціалізація влаштованих дітей ( $\Phi_8$ );

## *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

– підготовка і психологічний супровід батьків ( $\Phi_9$ ).

Для кількісного оцінювання вагомості критеріїв при їх попарному порівнянні можна скористатись шкалою відносної вагомості, розробленою Т.Сааті [20] (табл.4.2.6).

Якщо під час порівняння одного фактора чи варіанта з іншим отримано одне із значень відносної вагомості, наведених у табл. 4.2.6 (наприклад, 2), то при порівнянні другого з першим отримаємо обернену величину (а саме 1/2).

*Табл. 4.2.6. Шкала відносної вагомості критеріїв*

Відносна вагомість (бали)	Визначення
Однозначна (точна) оцінка	
1	Рівнозначна вагомість
3	Помірна перевага
5	Суттєва перевага
7	Значна перевага
9	Абсолютна перевага
2, 4, 6, 8	Проміжні (компромісні) рішення між двома сусідніми оцінками

На першому кроці МАІ здійснимо декомпозицію та представлення задачі в ієрархічній формі. Ми розглядаємо домінантні ієрархії, які будуються з вершинами (ціль — з точки зору управління) через проміжні рівні (критерії, від яких залежать наступні рівні) до найнижчого рівня, який є переліком альтернатив.

Управлінську діяльність сфери соціального влаштування дітей пропонуємо розглядати через пріоритетність форм влаштування дітей: головна мета влаштування дитини (рівень 1), врахування інтересів і вигод для усіх сторін, які беруть участь у соціальному влаштуванні дітей:  $\Phi_1 - \Phi_9$  (рівень 2) та самі форми влаштування дітей: усиновлення, опіка, прийомна сім'я, дитячий будинок сімейного типу (рівень 3).

Для реалізації методу введено закон ієрархічної безпосередності, відповідно до якого потрібно, щоб елементи кожного рівня були порівняння по відношенню до елементів вищого рівня. Між рівнями будуються матриці попарних порівнянь щодо важливості елементів кожного рівня по відношенню один до одного.

## Моделі сталого розвитку

Для рівня 2 будуюмо матрицю попарних порівнянь, на основі думок експертів (табл.4.2.7).

Табл.4.2.7. Матриця експертних оцінок вагомості

Відповідність інтересів	$\Phi_1$	$\Phi_2$	$\Phi_3$	$\Phi_4$	$\Phi_5$	$\Phi_6$	$\Phi_7$	$\Phi_8$	$\Phi_9$	Вектор пріоритетів
$\Phi_1$	1	3	7	2	1/7	2	3	2	3	0,137
$\Phi_2$	1/3	1	3	1	1/8	1	3	1	3	0,077
$\Phi_3$	1/7	1/3	1	1/4	1/9	1/5	1/4	1/8	1/7	0,017
$\Phi_4$	1/2	1	4	1	1/7	3	4	1	3	0,098
$\Phi_5$	7	8	9	7	1	7	8	3	7	0,411
$\Phi_6$	1/2	1	5	1/3	1/7	1	5	1	3	0,081
$\Phi_7$	1/3	1/3	4	1/4	1/8	1/5	1	1/3	1	0,035
$\Phi_8$	1/2	1	8	1	1	1	3	1	1	0,100
$\Phi_9$	1/3	1/3	7	1/3	1/7	1/3	1	1	1	0,046
$Q_{\max} = 10,3, CI = 0,16, CIS_9 = 1,45, CR = 0,11$										

На основі отриманих результатів можна зробити висновок, що на думку експертів, найвагомішими факторами впливу на вибір форми влаштування дітей є гарантовані соціальні виплати та пільги для дітей–сиріт, житлове забезпечення та соціалізація влаштованих дітей.

Визначивши важливість інтересів і вигод для усіх сторін, які беруть участь у соціальному влаштуванні дітей, складаємо відповідно до правил матриці пріоритетності матриці попарних порівнянь для рівня 3 шляхом порівняння альтернатив (усиновлення, опіка, ПС, ДБСТ) між собою щодо факторів  $\Phi_1 - \Phi_9$  [21].

Табл. 4.2.8. Матриці бальних оцінок щодо форм влаштування

$\Phi_1$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1/9	1/9	1/9	0,036
Опіка	9	1	1	1	0,321
ПС	9	1	1	1	0,321
ДБСТ	9	1	1	1	0,321
$Q_{\max} = 4, CI = 0,00, CIS_4 = 0,9, CR = 0,00$					

### Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

$\Phi_2$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1	1/6	1/9	0,056
Опіка	1	1	1/6	1/9	0,056
ПС	6	6	1	1/3	0,284
ДБСТ	9	9	3	1	0,603
$Q_{\max} = 4,09, CI = 0,03, CIS_4=0,9, CR = 0,03$					
$\Phi_3$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1/3	1/3	1/3	0,092
Опіка	3	1	1/3	1/3	0,159
ПС	3	3	1	1/3	0,275
ДБСТ	3	3	3	1	0,476
$Q_{\max} = 4,31, CI = 0,10, CIS_4=0,9, CR = 0,12$					
$\Phi_4$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1	1/7	1/7	0,063
Опіка	1	1	1/7	1/7	0,063
ПС	7	7	1	1	0,438
ДБСТ	7	7	1	1	0,438
$Q_{\max} = 4, CI = 0,00, CIS_4=0,9, CR = 0,00$					
$\Phi_5$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1	1/8	1/8	0,055
Опіка	1	1	1/8	1/8	0,055
ПС	8	8	1	2	0,522
ДБСТ	8	8	1/2	1	0,369
$Q_{\max} = 4,09, CI = 0,03, CIS_4=0,9, CR = 0,03$					
$\Phi_6$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1	1/5	1/5	0,07
Опіка	3	1	1/2	1/2	0,193
ПС	5	2	1	1	0,369
ДБСТ	5	2	1	1	0,369
$Q_{\max} = 4, CI = 0,00, CIS_4=0,9, CR = 0,00$					

## Моделі сталого розвитку

$\Phi_7$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1/2	1/3	1/3	0,11
Опіка	2	1	1/2	1/2	0,189
ПС	3	2	1	1	0,351
ДБСТ	3	2	1	1	0,351
$Q_{\max} = 4, CI = 0,00, CIS_4=0,9, CR = 0,00$					
$\Phi_8$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1/3	1/5	1/5	0,07
Опіка	3	1	1/2	1/2	0,193
ПС	5	2	1	1	0,368
ДБСТ	5	2	1	1	0,368
$Q_{\max} = 4, CI = 0,00, CIS_4=0,9, CR = 0,00$					
$\Phi_9$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1/3	1/6	1/6	0,064
Опіка	3	1	1/3	1/3	0,157
ПС	6	3	1	1	0,427
ДБСТ	6	3	1	1	0,427
$Q_{\max} = 4,32, CI = 0,11, CIS_4=0,9, CR = 0,12$					

Отримавши сукупність матриць порівняння, можна приймати рішення на основі їх змістовного аналізу, щодо оцінки альтернатив за визначеними критеріями. Для отримання узагальнених оцінок використаємо [20, с. 37] середньгеометричні усереднення і нормування отриманих оцінок. Зокрема, пропонується для кожної матриці розрахувати вектори пріоритетів

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n), \quad x_i = \frac{d_i}{\sum_{i=1}^n d_i}, \quad d_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}, \quad i = \overline{1, n},$$

де  $a_{ij}$  ( $i, j = \overline{1, n}$ ) — елементи матриць попарних порівнянь.

Також доцільним є розрахунок для кожної матриці ієрархії індексу узгодженості ( $CI$ ), який є кількісною оцінкою суперечливості результатів порівнянь. Неузгодженість отриманих результатів можлива як при похи-

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

бках обчислень, так і при суб'єктивних помилках експертів. Індекс узгодженості завжди має додатне значення, яке знаходимо за формулою

$$CI = \frac{Q_{\max} n}{n-1}, \quad Q_{\max} = \sum_{j=1}^n \left( x_j \sum_{i=1}^n a_{ij} \right).$$

Також знаходимо відношення узгодженості ( $CR$ ) як відношення індексу узгодженості до середньостатистичного значення індексу узгодженості ( $CIS_n$ ) при випадковому виборі коефіцієнтів матриці порівняння

$$CR = CI / CIS_n.$$

Значення  $CR$  не повинно бути більшим за 0,1 (у деяких випадках допускається не більше 0,2).

Відповідні вектори пріоритетів і значення для  $CI$  та  $CR$  наведено у таблицях 4.2.7 та 4.2.8.

На наступному етапі застосування МАІ визначимо глобальні пріоритети форм влаштування дітей відносно критеріїв (табл.4.2.9). Глобальні пріоритети знаходимо як суму добутків по рядках координат векторів пріоритету форми влаштування дітей щодо критерію, отриманого з таблиці 4.2.7, на вагу кожного критерію, отриманого в таблиці 4.2.8.

*Табл. 4.2.9. Результати розрахунків глобальних пріоритетів форм влаштування дітей*

	Пріоритет	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ
$\Phi_1$	0,137	0,036	0,321	0,321	0,321
$\Phi_2$	0,077	0,056	0,056	0,284	0,603
$\Phi_3$	0,017	0,092	0,158	0,275	0,475
$\Phi_4$	0,098	0,063	0,063	0,438	0,438
$\Phi_5$	0,411	0,055	0,055	0,522	0,369
$\Phi_6$	0,081	0,070	0,193	0,368	0,368
$\Phi_7$	0,035	0,109	0,189	0,351	0,351
$\Phi_8$	0,100	0,070	0,193	0,368	0,368
$\Phi_9$	0,046	0,064	0,157	0,427	0,427
Глобальні пріоритети		0,059	0,128	0,426	0,391

На основі розрахунків можна зробити висновки, що найпривабливішими для потенційними прийомних батьків, вихователів чи усиновлювачів з чотирьох форм влаштування дітей є прийомна сім'я та дитячі будинки сімейного типу, які отримали найвищі оцінки 0,426 та 0,391

## Моделі сталого розвитку

---

відповідно. Зрозуміло, що такі результати аналізу обумовлені вагомістю економічних факторів при виборі форми влаштування дітей.

Даний аналіз дає орієнтири для розподілу ресурсів у залежності від ступеня важливості управлінської мети (влаштування дитини). Один із шляхів вирішення фінансового забезпечення влаштованих дітей у сімейні форми, це перерозподіл зекономлених коштів за рахунок зменшення чисельності закладів інтернатного типу. Фактично більша частина коштів, які виділяються державою, витрачається на утримання самих закладів та штату такого типу. Утримання дитини в інтернаті за діючим механізмом нині обходиться втричі дорожче, ніж якби був задіяний принцип «гроші ходять за дитиною», враховуючи прожитковий мінімум на дитину 2100 (2618) гривень відповідного віку.

Між тим, маючи призначені державою гроші, дитина могла б претендувати на виховання у сім'ї. 25200 або 31416 гривень на рік на дитину (похідні від двох прожиткових мінімумів на місяць в залежності від віку дитини) плюс 35% від цієї суми для оплати послуг батьків-вихователів або прийомних батьків не тільки дають економію бюджетних коштів держави, вони дозволяють дитині швидше знайти родину, в якій вона зростатиме; дитячий садок, у якому вона гратиметься з однолітками; школу, в якій навчатиметься.

Враховуючи, що на сьогодні система усиновлення не є мотиваційною та повноцінною, то можна запропонувати розробити єдину систему усиновлення дітей з пільгами для прийомних батьків та розробити систему, за якою дитина набуватиме статус усиновленої, додавши до нього певну соціальну пільгу, наприклад пільговий вступ до вищого навчального закладу чи безкоштовне оздоровлення дитини в оздоровчих таборах. Саме такий підхід стимулював би до збільшення чисельності усиновлених дітей.



## **Моделі сталого розвитку**

---

33. Бутко М. Методологія оцінки ролі експортного потенціалу в економічному розвитку регіону [Електронний ресурс] / М. Бутко, М. Козік // Економіст. 2015. Режим доступу: [http://nbuv.gov.ua/jpdf/econ\\_2015\\_10\\_4.pdf](http://nbuv.gov.ua/jpdf/econ_2015_10_4.pdf)
34. Михайлов В.С. Деякі методологічні питання побудови індексів зовнішньої торгівлі в Україні / В. Михайлов // Статистика України, 2004. № 2. С. 21–23.

### **4.2.4**

1. Лук'яненко І. Прогнозування податкових надходжень за допомогою моделей корегування помилки / І. Лук'яненко, Ю. Городніченко // Фінанси України. 2001. № 7. С. 89–9]
2. Березька К. М. Деякі аспекти прогнозування обсягів портфельних інвестицій в Україну / К. М. Березька, В.В. Маслій // Матеріали VIII-ої міжнародної конференції «Актуальні проблеми економіки 2014», м. Київ, 12 грудня 2014 р. К.: Національна академія управління, 2015. С. 7 – 12.

### **4.2.5–4.2.7**

1. Братусь А. С., Новожилов А.С., Платонов А. П. Динамические системы и модели биологии. Москва : Физматлит, 2010. 400 с.
2. Алілуйко А.М. Дослідження динаміки взаємодії підприємств з використанням конкурентної моделі Лоткі–Вольтерра. Східно–Європейський журнал передових технологій. 2013. №1/3 (61). С. 25–29.
3. Алілуйко А.М. Дослідження конкурентної взаємодії на ринку послуг мобільного зв'язку. Інноваційна економіка. 2013. №2 (40). С. 221–226.
4. Vossara N. Modeling complex systems. New York : Springer–Verlag, 2003. 397 p.
5. Колесников А. А. Синергетические методы управления сложными системами: Теория системного синтеза. Москва : КомКнига, 2006. 240 с.

## *Список використаних джерел*

---

6. Коляда Ю. В. Моделювання дуополюно–дуопсонієвої конкуренції з долученням режиму насичення. Актуальні проблеми економіки. 2011. №5 (119). С. 293–299.
7. Michalik C., Hannemann R., Marquardt W. Incremental single shooting – A robust method for the estimation of parameters in dynamical systems. Computers & Chemical Engineering. 2009. Vol. 33, №7. P. 1298–1305.
8. Hernandez M–J. Dynamics of transitions between population interactions: a nonlinear interaction  $\alpha$ -function defined. Proc. R. Soc. Lond. B. 1998. Vol. 265. P. 1433–1440.
9. Лібанова Е. М. Бідність населення України: методологія, методика та практика аналізу. Умань : Видавець "Сочінський М.М.", 2020. 456 с.
10. Гвелесіані А. Г. Оцінка структури грошових доходів населення України методом декомпозиції коефіцієнта Джині. Демографія та соціальна економіка. 2009. Вип. 2(12). С. 153–161.
11. Щерба Х. І. Розподіл доходів населення України та декомпозиція коефіцієнта Джині. Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Менеджмент та підприємництво в Україні: етапи становлення і проблеми розвитку. 2013. № 767. С. 368–373.
12. Yitzhaki S., Schechtman E. The Gini methodology : a primer on a statistical methodology. New York : Springer, 2013. 548 p.
13. Дмитришин Л. І. Моделювання взаємозв'язку нерівномірності розподілу доходів населення з життєвим рівнем та рівнем бідності. Моделювання регіональної економіки. 2013. № 1. С. 59–70.
14. Костробій П., Кавалець І., Гнатів Л. Математичне моделювання індексу суспільної нерівності. Фізико–математичне моделювання та інформаційні технології. 2013. Вип. 17. С. 81–91.
15. Витрати і ресурси домогосподарств України у 2009–2019 році : статистичний збірник / Державна служба статистики України. URL: <http://www.ukrstat.gov.ua> (дата звернення: 1.09.2021).

## **Моделі сталого розвитку**

---

16. World Happiness Report 2021. URL: <https://worldhappiness.report/ed/2021> (дата звернення: 1.09.2021).
17. Shorrocks A. F. Inequality decomposition by factor components. *Econometrica*. 1982. № 50. P. 193–211.
18. Ниворожжина Л. Способы декомпозиции коэффициента Джини по компонентам общего дохода. *Вопросы статистики*. 1998. № 5. С. 61–67.
19. Алілуйко А.М., Єрмоєнко В.О., Стефурак Н.А. Оцінка нерівності населення України за джерелами доходів. *Інноваційна економіка*. 2021. № 3–4 (87). С. 98–105.
20. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем : пер. с англ. Москва. Радио и связь, 1991. 224 с.
21. Алілуйко А.М., Миколюк С.М., Стефурак Н.А. Застосування методу аналізу ієрархій в управлінській діяльності сфери соціального влаштування дітей. *Інноваційна економіка*, 2019. № 3–4 (79). С. 125–131.

### **Розділ 5**

1. Школьник, І. О. Фінансовий ринок України: сучасний стан і стратегія розвитку [Текст] : монографія / О. Школьник. Суми : ВВП “Мрія-1” ТОВ, УАБС НБУ, 2008. 348 с
2. Абрамова І. В. Особливості діяльності кредитних спілок на ринку послуг небанківських фінансово-кредитних установ. *Вісник ЖНАЕУ*. 2016. № 2 (57), т. 2. С.148–153
3. Добровольська О. В. Кредитна спілка — неприбуткова організація в ринкових умовах господарювання. *Аграрна наука ХХІ століття: реалії та перспективи: наук.-практ.конф. (м. Дніпро 01–03 берез. 2017 р.)*. Дніпро, 2017. С. 44–45. Режим доступу : <http://dspace.dsau.dp.ua/jspui/handle/123456789/916>
4. Абрамова І. В. Особливості розвитку кредитних спілок в Україні. *Наукові читання . Житомир: «Житомирський національний агроєкологічний університет»*. 2014. т. 3. С. 40–44