

## МОДЕЛЮВАННЯ ЯВИЩ І ПРОЦЕСІВ В НАБЛИЖЕННІ СУЦІЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА

**Грод Інна Миколаївна**

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри інформатики та методики її навчання,  
Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка  
[grodin@fizmat.tnpu.edu.ua](mailto:grodin@fizmat.tnpu.edu.ua)

**Чопик Павло Іванович**

асистент кафедри фізики та методики її навчання,  
Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка  
[chip@fizmat.tnpu.edu.ua](mailto:chip@fizmat.tnpu.edu.ua)

**Сідляк Роман Ігорович**

магістрант спеціальності Середня освіта (Інформатика)  
Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка  
[sidlyak\\_ri@fizmat.tnpu.edu.ua](mailto:sidlyak_ri@fizmat.tnpu.edu.ua)

Вміння побудувати модель проблеми реальної дійсності, дослідження цієї моделі в процесі розв'язування задачі і правильна інтерпретація результатів є на сьогодні важливими елементами інформаційної культури [1].

Одним із шляхів подолання труднощів при розв'язуванні задач є використання методу моделювання у навчальному процесі з фізики. Моделювання має ряд дидактичних можливостей [2], однак мало вивченим є вплив даного методу на процес розв'язування фізичних задач.

Абстрактне поняття „суцільного середовища” широко використовується в науці. В багатьох ситуаціях рідину, газ, тверді тіла, плазму можна розглядати як „суцільні”, відштовхуючись від їх молекулярної і атомарної будови.

Існуючі задачі поділяють на два класи: статистичні і динамічні. В першому випадку величини, які характеризують суцільне середовище, не залежать від часу і треба знайти їх просторовий розподіл.

Приклад: Який розподіл у просторі значення напруженості електричного поля, створеного нерухомим точковим зарядом?

Складнішими є динамічні задачі про електричне поле, що створюється рухомими зарядами. Визначити, як воно змінюється в часі в кожній точці простору складно.

Якщо це поле створене одним точковим зарядом  $Q$ , то величина напруженості поля залежить від відстані  $r$  від  $Q$  до даної точки простору  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$ , її напрям – вздовж радіуса від заряду (якщо  $Q$  позитивний). Це поле існує незалежно від заряду і може розглядатися як суцільне середовище. Існують дві взаємопов'язані характеристики електричного поля: напруженість  $E$  (векторна) і потенціал  $\varphi$  (скалярна). Для поля точкового заряду  $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$ . Якщо поле створено не одним, а декількома зарядами, то напруженість і потенціал в кожній точці можна знайти із відомого принципу суперпозиції  $\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$ ;  $\varphi = \sum_i \varphi_i$ . Знаючи потенціал в кожній точці поля, тобто функцію  $\Phi = \varphi(x, y, z)$ , можна

знайти напруженість в кожній точці математичним шляхом, що відображає факт: проекція вектора напруженості на  $\nabla$  напрям є взятою із зворотнім знаком похідною функції потенціалу в цьому напрямі:  $E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}$ ;  $E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}$ ;  $E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}$ .

Можна довести, що для  $\nabla$  електростатичного поля множина точок, потенціали в яких однакові (тобто точок, які задовольняють рівнянню  $\varphi(x, y, z) = \varphi_0 \nabla \varphi_0$  утворюють замкнуту поверхню. Силкові лінії – це лінії, дотичні до яких в кожній точці задають напрям вектора напруженості поля. Силкові лінії ніколи не перетинаються між собою. Вони починаються на позитивних зарядах і або закінчуються на негативних зарядах, або тягнуться у нескінченність.

Обговоримо практичний метод побудови картини поверхонь рівного потенціалу (еквіпотенціальних поверхонь) для системи, яка складається із декількох точкових зарядів довільної величини; знаку, які довільним чином розташовані в просторі. Введемо деяку систему координат, початок якої розташований в точці, де відсутні точкові заряди. Нехай в цій точці координати точкових зарядів мають значення  $r_j = (x_j, y_j, z_j)$ ,  $j = \overline{1, p}$ , а  $p$  – число зарядів.

Оскільки зображати тривимірну поверхню складно, розглянемо спочатку побудову ліній рівного потенціалу (ізоліній), які утворені перетином еквіпотенціальної поверхні деякою площиною; нехай, для визначеності, це буде площина  $xu$ . Скористаємося методом сіток, що відіграють у моделюванні властивостей суцільних середовищ важливу роль. Виберемо прямі паралельні осях  $x$  і  $y$  і розміщені на відстанях  $h_x$  і  $h_y$  одна від одної. Точки перетину цих прямих – вузли сітки. Пронумеруємо їх:  $(0,0)$  – початок координат;  $(0,1)$  – по осі  $x$  вправо;  $(0,-1)$  – по осі  $x$  вліво;  $(1,0)$  – по осі  $y$  ввверх;  $(-1,0)$  – по осі  $y$  вниз і т.д. Значення потенціалу, що створює система зарядів  $Q_1, \dots, Q_p$  у вузлі  $(i, k)$ , згідно з принципом суперпозиції  $\Phi_{ik} = -\sum_{l=1}^p \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_l}{\sqrt{(x_l - kh_x)^2 + (y_l - ih_y)^2}}$ .

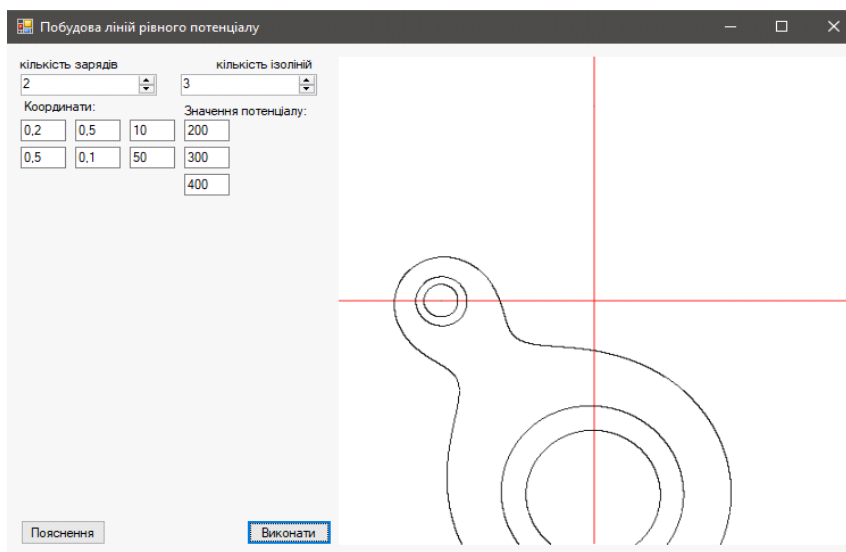
Обмежимося прямокутною областю в площині  $xu$ :  $[-mh_x, mh_x]$  по осі  $x$  і  $[-mh_y, mh_y]$  по осі  $y$ . В цій області  $(2m+1)(2n+1)$  вузлів. Обчисливши значення потенціалу в кожному з них, отримаємо матрицю значень потенціалу. Фіксуємо деяке значення потенціалу  $\tilde{\Phi}$  і побудуємо ізолінію, яка відповідає цьому значенню. Для цього проходимо, наприклад, по  $i$ -ій горизонтальній лінії сітки і шукаємо серед її вузлів такі сусідні, значення потенціалу в яких „захоплюють”  $\tilde{\Phi}$  між собою; ознакою цього може служити виконання нерівності  $(\Phi_{ik} - \tilde{\Phi})(\Phi_{ik+1} - \tilde{\Phi}) < 0$ . Якщо така пара вузлів знайдена, то координату точки, в якій  $\Phi = \tilde{\Phi}$ , знайдемо наближено з допомогою лінійної інтерполяції:  $x = kh_x + \frac{\tilde{\Phi} - \Phi_{ik}}{\Phi_{ik+1} - \Phi_{ik}} h_x$ ,  $y = ih_y$ .

Знайшовши в даній горизонталі всі такі точки, переходимо до наступної горизонталі, поки не вичерпаємо всі. Для цього треба здійснити подвійний

циклічний прохід: в зовнішньому циклі перебрати  $i$  від  $-n$  до  $+n$ , у внутрішньому перебрати  $k$  від  $-m$  до  $+m$ .

Після цього треба аналогічно зайнятися пошуком потрібних точок на вертикальних лініях сітки. Тоді  $y = ih_y + \frac{\tilde{\Phi} - \Phi_{ik}}{\Phi_{i+1k} - \Phi_{ik}} h_{xy}$ ,  $x = kh_x$ .

Після проходження всіх горизонтальних і вертикальних ліній сітки знаходяться всі ті точки на цих лініях, в яких потенціал рівний  $\tilde{\Phi}$ . Провівши криву, яка плавно проходить через найближчі точки, отримаємо шукану ізолінію. Тоді беремо інші значення  $\tilde{\Phi}$  і повторюємо вказану процедуру. Отримаємо сімейство ізоліній. Опишемо роботу програми, яка реалізує вказані побудови (програму побудови ліній однакового потенціалу).

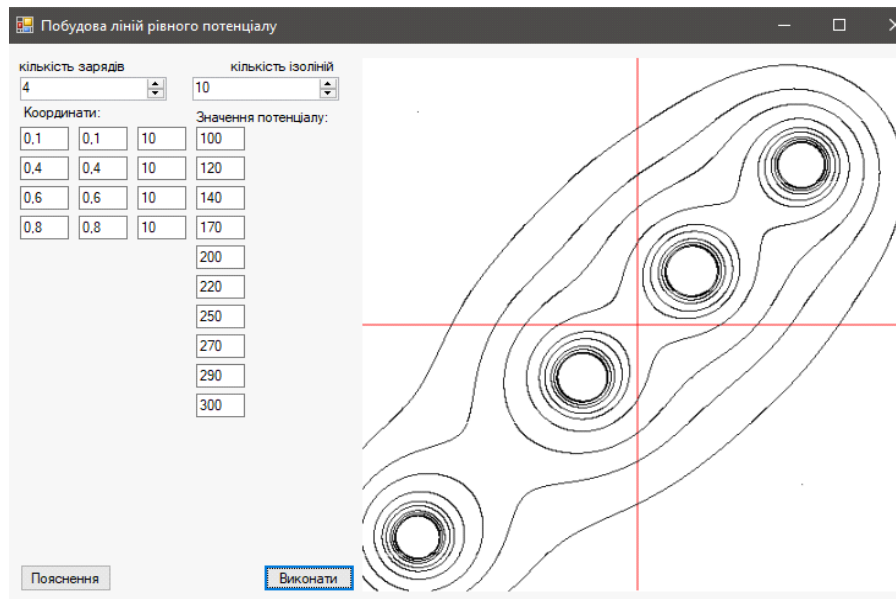


Для початку в програмі потрібно вибрати кількість зарядів і кількість ізолій, для кожного з зарядів потрібно задати координати  $X$ ,  $Y$  і  $Z$ . Оскільки в нас лише 2D проекція 3D моделі, то від координати  $Z$  буде залежати, на якій висоті буде відбуватися зріз.

Для кожної з ізолій нам потрібно вказати значення потенціалу, в залежності від цих значень відстань від лінії до центру буде відрізнятися.

Між двома вузлами дійсно лежить одна точка, в якій  $\Phi = \tilde{\Phi}$ , якщо потенціал між цими точками змінюється монотонно. Якщо ж вузли далеко один від одного (тобто  $h_x$  або  $h_y$  дуже великі), то потенціал між сусідніми вузлами змінюється не монотонно і отримані числа не мають ніякого відношення до реальних точок.

Ще один з прикладів використання такої моделі:



На зображеннях видно залежність ізолій від висоти зрізу (значення  $Z$ ); від значення потенціалів (чим більше значення потенціалів тим менший радіус ізолій).

Отже, для отримання ізолій слід брати досить малі  $h_x$  і  $h_y$ . Перевірка достовірності (емпірична) полягає в тому, що будується картина ізолій з деякими  $h_x$  і  $h_y$  (часто беруть  $h_x = h_y$ ), а потім з вдвоє меншими значеннями; якщо отримані картини близькі, то побудова на цьому завершується. Навіть якщо всі заряди лежать в одній площині, поле існує і поза цією площиною. Один із способів наглядної побудови зображення поля – знайти ізолії, які відповідають деякому фіксованому набору значень  $\Phi$  в декількох паралельних площинах і представити їх на загальному малюнку, який дає уявлення про екіпотенціальні поверхні.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Грод І.М. Роль задач в розвитку пізнавального інтересу, творчих можливостей при вивченні математичного моделювання. Сучасний рух науки. Матеріали VI Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції. Дніпро, 2021. С. 272-276
2. Калапуша Л.Р. Моделі в науці та навчальному процесі з фізики Ч. I, II / Л.Р.Калапуша // Фізика та астрономія в школі : Науково-методичний журнал. – К.: «Педагогічна преса», 2007. - №1. - С. 10-13, - 2007. - № 3. - С. 13-17.

## НАУКОВИЙ ПІДХІД ДО ЕКОЛОГО-НАТУРАЛІСТИЧНОГО СПРЯМУВАННЯ БІОЛОГІЧНОЇ ОСВІТИ

**Баштовенко Оксана Анатоліївна**

Кандидат біологічних наук, доцент, завідувач кафедри фізичної культури, біології та основ здоров'я Ізмаїльського державного гуманітарного університету

[osiabasht@gmail.com](mailto:osiabasht@gmail.com)