ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Леськів Ігор
Науковий керівник- доц. Громяк М. І.

ПЕРІОДИЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ КОШІ ДЛЯ НЕЛІНІЙНОГО ХВИЛЬОВОГО ІНТЕГРО- ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ З ЛІНІЙНИМИ ВІДХИЛЕННЯМИ АРГУМЕНТІВ

Інтегро- диференціальні функціональні рівняння широко застосовуються в багатьох областях сучасної науки. Особливо багаточисельні застосування знайшли такі рівняння в фізиці, біології, економіці і теорії автономного регулювання. Це, очевидно, і мало велике значення для активного розвитку самої теорії таких рівнянь, який спостерігається в останні десятиріччя.

В даний час існує велика кількість робіт, в яких досліджено багато задач для різних класів інтегро- диференціально функціональних рівнянь.

Серед них помітне місце займають роботи М.В. Азбелєва, Р. Беллмана, Р. Драйвера, К.Л. Кука, Д.І. Мартинюка, Ю.О. Митропольського, А.Д. Мишкіса, А.М. Самойленка.

Дуже часто дослідження інтегро- диференціально функціональних рівнянь суттєво ускладнюється в порівнянні з дослідженням відповідних рівнянь без відхилень аргументів і приводить до принципових відмінностей.

Особливо це стосується інтегро- диференціально функціональних рівнянь з частинними похідними гіперболічного типу. Наприклад, введення в рівняння невідомої функції з аргументами, що відхиляються, може призвести до порушення єдиності розв'язку задачі Коші.

Основною в цій статті є теорема 1.1 про існування неперервного Т-періодичного за t розв'язку системи інтегральних рівнянь:

$$u(x,t)=\frac{1}{2}\left(v\left(t-\frac{x}{a}\right)+v\left(t+\frac{x}{a}\right)\right)+\frac{a}{2}\int_{t-\frac{x}{a}}^{t+\frac{x}{a}}\mu(\tau)\,d\tau-$$
$$-\frac{1}{2a}\int_0^x dn\int_{t+\frac{(n-x)}{a}}^{t+\frac{(x-n)}{a}}F[u,u_t,u_x,v,y,z,q](n,\tau)d\tau,$$

$$u_t(x,t)=\frac{1}{2}\left(v'\left(t-\frac{x}{a}\right)+v'\left(t+\frac{x}{a}\right)\right)+\frac{a}{2}\left(\mu\left(t+\frac{x}{a}\right)-\mu\left(t-\frac{x}{a}\right)\right)-$$
$$-\frac{1}{2a}\int_0^x\sum_{i=0}^{1}(-1)^i F[u,u_t,u_x,v,y,z,q]\left(n,t+(-1)^i\frac{x-n}{a}\right)dn,$$
(0.1)
$$u_x(x,t)=\frac{1}{2}\left(v'\left(t+\frac{x}{a}\right)-v'\left(t-\frac{x}{a}\right)\right)+\frac{a}{2}\left(\mu\left(t+\frac{x}{a}\right)+\mu\left(t-\frac{x}{a}\right)\right)-$$
$$-\frac{1}{2a}\int_0^x\sum_{i=0}^{1}(-1)^i F[u,u_t,u_x,v,y,z,q]\left(n,t+(-1)^i\frac{x-n}{a}\right)dn,$$

який при деяких додаткових умовах є розв'язком задачі Коші.

Розглянемо задачу Коші для нелінійного хвильового рівняння з лінійними відхиленнями аргументів:

$$u_{tt} - a^2 u_{xx} = f\Big[x, t, u(x,t), u_t(x,t), u_x(x,t), u(\mu_1 x + k_1, \lambda_1 t + l_1), u_t(\mu_2 x + k_2, \lambda_2 t + l_2), u_x(\mu_3 x + k_3, \lambda_3 t + l_3), \int_0^{h(x,t)} \varphi\big(x, t, s, u(x,s), u_t(x,s), u_x(x,s), u(\mu_1 x + k_1, \lambda_1 s + l_1), u_t(\mu_2 x + k_2, \lambda_2 s + l_2), u_x(\mu_3 x + k_3, \lambda_3 s + l_3)\big) ds\Big], t \in R, s \in R, x \in [0;1]$$

,(0.2)

$$u(0,t) = v(t), u_x(0,t) = \mu(t),$$ (0.3)

де $a > 0, 0 < \mu_i < 1, 0 \le k_i \le l - l\mu_i, l_i \in R, i = 1,2,3 -$ довільні цілі числа ($\lambda_i \neq 0$);

$f[x, t, u, u_t, u_x, v, y, z, q]: [0;1] \times R \times R \times R \times R \times R \times R \times R \times R \to R$,

$\varphi[x, t, s, u, u_t, u_x, v, y, z]: [0;1] \times R \times R \times R \times R \times R \times R \times R \times R \to R$,

$h(x,t): [0;1] \times R \to R$, $v(t), \mu(t): R \to R$ - деякі задані функції.

Позначимо

$$f\Big[x, t, u(x,t), u_t(x,t), u_x(x,t), u(\mu_1 x + k_1, \lambda_1 t + l_1), u_t(\mu_2 x + k_2, \lambda_2 t + l_2), u_x(\mu_3 x + k_3, \lambda_3 t + l_3), \int_0^{h(x,t)} \varphi(x, t, s, u(x,s), u_t(x,s), u_x(x,s), u(\mu_1 x + k_1, \lambda_1 s + l_1), u_t(\mu_2 x + k_2, \lambda_2 s + l_2), u_x(\mu_3 x + k_3, \lambda_3 s + l_3)) ds\Big] = F[u, u_t, u_x, v, y, z, q](x,t)$$

;

$$\varphi\big(x, t, s, u(x,s), u_t(x,s), u_x(x,s), u(\mu_1 x + k_1, \lambda_1 s + l_1), u_t(\mu_2 x + k_2, \lambda_2 s + l_2), u_x(\mu_3 x + k_3, \lambda_3 s + l_3)\big) = \varphi[u, u_t, u_x, v, y, z](x,t)$$

,

де

$$v(x,t) = u(\mu_1 x + k_1, \lambda_1 t + +l_1),$$
$$y(x,t) = u_t(\mu_2 x + k_2, \lambda_2 t + +l_2),$$
$$z(x,t) = u_x(\mu_3 x + k_3, \lambda_3 t + +l_3),$$
$$q(x,t) = \int_0^{h(x,t)} \varphi(u, u_t, u_x, v, y, z)(x,t) ds$$

Теорема 1.1

Нехай функція $f[x, t, u, u_t, u_x, v, y, z]$ визначена в області $[0;1] \times R \times [-b;b] \times [-c;c] \times [-d;d] \times [-b;b] \times [-c;c] \times [-d;d] \times R$, неперервна за своїми змінними, Т-періодична за t, і виконуються умови:

$$|f(x, t, u, u_t, u_x, v, y, z, q)| \le M,$$
$$|f(x, t, u'', u_t'', u_x'', v'', y'', z'', q'') - f(x, t, u', u_t', u_x', v', y', z', q')| \le K_1(|u'' - u'| + |u_t'' - u_t'| + |u_x'' - u_x'|) + K_2(|v'' - v'| + |y'' - y'| + |z'' - z'|) + K_3|q'' - q'|$$

,

а функція $\varphi(x,t,s,u,u_t,u_x,v,y,z)$ визначена в області $[0;1]\times R\times R\times[-b;b]\times[-c;c]\times[-d;d]\times[-b;b]\times[-c;c]\times[-d;d]$, неперервна за своїми змінними, Т-періодична за t, і виконуються умови:

$$|\varphi(x,t,s,u,u_t,u_x,v,y,z)|\le M_1,$$
$$|\varphi(x,t,s,u'',u_t'',u_x'',v'',y'',z'')-\varphi(x,t,s,u',u_t',u_x',v',y',z')|\le K_4(|u''-u'|+$$
$$+|u_t''-u_t'|+|u_x''-u_x'|)+K_5(|v''-v'|+|y''-y'|+|z''-z'|)$$
.

Функція $h(x,t)$ визначена в області $[0;1]\times R$, неперервна за своїми змінними Т-періодична за t, і виконується умова: $|h(x,t)|\le H$, де $M,M_1,K_1,K_2,K_3,K_4,K_5,H$ - довільні сталі.

Тоді для довільних Т-періодичних функцій $\mu(t)\in C$, $v(t)\in C^1$ таких, що

$$\|v(t)\|+l\|\mu(t)\|\le b-\frac{Ml^2}{2a^2},$$
$$\|v'(t)\|+a\|\mu(t)\|\le c-\frac{Ml}{a}, \quad (0.4)$$
$$\frac{\|v'(t)\|}{a}+\|\mu(t)\|\le d-\frac{Ml}{a^2},$$

причому константи $a,b,c,d,M,K_1,K_2,K_3,K_4,K_5,H$ задовільняють нерівності:

$$\frac{Ml^2}{2a^2}\le b,\frac{Ml}{a}\le c,\frac{Ml}{a^2}\le d,\frac{1}{a}\left(K_1+K_2+K_3H(K_4+K_5)\right)\left(\frac{l}{2a}+1+\frac{l}{a}\right)=\gamma<1$$
,

система інтегральних рівнянь

$$u(x,t)=\frac{1}{2}\left(v\left(t-\frac{x}{a}\right)+v\left(t+\frac{x}{a}\right)\right)+\frac{a}{2}\int_{t-\frac{x}{a}}^{t+\frac{x}{a}}\mu(\tau)d\tau-$$
$$-\frac{1}{2a}\int_0^x dn\int_{t+\frac{(n-x)}{a}}^{t+\frac{(x-n)}{a}}F[u,u_t,u_x,v,y,z,q](n,\tau)d\tau$$
,

$$u_t(x,t)=\frac{1}{2}\left(v'\left(t-\frac{x}{a}\right)+v'\left(t+\frac{x}{a}\right)\right)+\frac{a}{2}\left(\mu\left(t+\frac{x}{a}\right)-\mu\left(t-\frac{x}{a}\right)\right)-$$
$$-\frac{1}{2a}\int_0^x\sum_{i=0}^{1}(-1)^iF[u,u_t,u_x,v,y,z,q](n,t+(-1)^i\frac{x-n}{a})dn \quad ,(0.5)$$

$$u_x(x,t)=\frac{1}{2a}\left(v'\left(t+\frac{x}{a}\right)-v'\left(t-\frac{x}{a}\right)\right)+\frac{1}{2}\left(\mu\left(t+\frac{x}{a}\right)+\mu\left(t-\frac{x}{a}\right)\right)-$$
$$-\frac{1}{2a^2}\int_0^x\sum_{i=0}^{1}F[u,u_t,u_x,v,y,z,q](n,t+(-1)^i\frac{x-n}{a})dn$$
,

має неперервний Т-періодичний за t розв’язок.

Теорема 1.2

Нехай виконані умови теореми 1.1 і, крім того, $F[u,u_t,u_x,v,y,z](x,t)\in C^1$. Тоді кожний неперервно- диференційований розв’язок системи інтегральних рівнянь (0.5) є Т-періодичним за t розв’язком задачі Коші (0.2), (0.3).

Доведення:

Безпосереднім диференціюванням першого рівняння системи (0.5) переконуємось, що $(u(x,t))'_t = u_t(x,t)$, $(u(x,t))'_x = u_x(x,t)$. Далі, із другого і третього рівнянь системи (0.5), знаходимо

$$u_{tt}(x,t) = \frac{1}{2}\left(v''\left(t-\frac{x}{a}\right)+v''\left(t+\frac{x}{a}\right)\right)+\frac{a}{2}\left(\mu'\left(t+\frac{x}{a}\right)-\mu'\left(t-\frac{x}{a}\right)\right)-$$
$$-\frac{1}{2a}\int_0^x \sum_{i=0}^{1}(-1)^i \frac{\partial F[u,u_t,u_x,v,y,z]}{\partial t}\left(n,t+(-1)^i\frac{x-n}{a}\right)dn$$

,

$$u_{xx}(x,t) = \frac{1}{2a^2}\left(v''\left(t+\frac{x}{a}\right)+v''\left(t-\frac{x}{a}\right)\right)+\frac{1}{2a}\left(\mu'\left(t+\frac{x}{a}\right)-\mu'\left(t-\frac{x}{a}\right)\right)-$$
$$-\frac{1}{a^2}F[u,u_t,u_x,v,y,z](x,t)-\frac{1}{2a^3}\int_0^x \sum_{i=0}^{1}(-1)^i \frac{\partial F[u,u_t,u_x,v,y,z]}{\partial t}\left(n,t+\right.$$
$$\left.+(-1)^i\frac{x-n}{a}\right)dn$$

,

де $\frac{\partial F}{\partial t}$- похідна по t складеної функції F як функції від x,t.

Із останніх співвідношень легко побачити, що $u_{tt} - a^2 u_{xx} = F[u,u_t,u_x,v,y,z](x,t)$.

Теорема 1.2 доведена.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Митропольський Ю. А., Хома Г. П., Громяк М. И. «Асимптотические методы исследования квазиволновых уравнений гиперболического типа»-Киев, 1991.-232с.
2. Тихонов А. Н., Самарский А. А. «Уравнения математической физики» - Москва, 1951.-660с.

Глива Уляна

Науковий керівник — доц.Качурівський Р. І.

ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМИ MOODLE В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ

Сьогодні відбувається стрімкий розвиток інформаційних ресурсів. Практично працівники усіх галузей використовують інтернет для підвищення професійного рівня, отримання знань чи отримання додаткових знань з того чи іншого предмету. Навчальні портали та інформаційно-навчальні ресурси у в поєднанні із сервісами пошукових систем стали ефективним інструментом ля самонавчання. За рахунок цього постає задача побудови інформаційно-освітніх середовищ із сукупності ресурсів багатопредметного і міжпредметного web-середовища, яке б стало основою для організації навчання з використанням технологій дистанційного навчання, які дозволяють організовувати самостійну роботу тих, хто навчається.

На формування і розвиток особистості найбільше впливає середовище, в якому вона живе, навчається, працює. Тому для ВНЗ важливою і актуальною проблемою є створення такого освітньо-наукового середовища, в якому студент знаходиться в процесі всього періоду навчання. Студенти мають можливість отримати доступ до навчальних матеріалів у будь-який час та в будь-якому місці завдяки електронному навчанні. Використання цих технологій зробить навчальний процес більш привабливим, комфортним і заохочуватиме студентів до самоосвіти. Одним із таких засобів інформанційно-комунікаційних технологій, є система Moodle - модульне об’єктно-орієнтоване динамічне навчальне середовище. Moodle - це не тільки засіб для організації навчального процесу, але і середовищем спілкування його учасників.

Система Moodle має багато позитивних характеристик:

- гнучкість - можливість викладення матеріалу курсу з урахуванням підготовки, здібностей студентів;