

I. Д. Лучейко

Тернопільський державний технічний університет ім. Івана Пулюя

УДК 66.023

## ГАРМОНІЧНІ ЗБУРЕННЯ КОНЦЕНТРАЦІЇ РЕАГЕНТУ В ПРОТОЧНОМУ РЕАКТОРІ ІДЕАЛЬНОГО ЗМІШУВАННЯ (ПОСЛІДОВНА РЕАКЦІЯ $v_1 A_1 \rightarrow v_2 A_2 \rightarrow v_3 A_3$ )

### Умовні позначення

#### *Розмірні величини*

$C_1^{ex}$ ,  $C_j$  – миттєві концентрації реагентів на вході та виході, моль/м<sup>3</sup>;

$k_{0i}$  – константи швидкостей реакцій, (моль/м<sup>3</sup>)<sup>1-n<sub>i</sub></sup> · с<sup>-1</sup>;

$w_i$  – миттєві швидкості реакцій, моль/(м<sup>3</sup> · с);

$\varphi_j$  – зсуви фаз, рад;

$\tau$ ,  $\tau_0$  – час і середній час перебування реагентів в апараті, с;

$\omega$  – циклічна частота, рад/с.

#### *Безрозмірні числа та комплекси*

$a = 1 + a_1 + a_2$  – статична чутливість системи;

$a_i = \partial \bar{w}_{0i} / \partial c_{0i}$  – параметричні чутливості номінальних швидкостей реакцій;

$b_i = 1 + a_i$  – статичні чутливості підсистем «реактор + реакція  $\alpha_i A_i \rightarrow \alpha_{i+1} A_{i+1}$ »;

$c_j = C_j / C_{01}^{ex}$  – миттєві відносні концентрації;

$\bar{k}_{0i} = k_{0i} \tau_0 (C_{01}^{ex})^{n_i-1}$  – константи швидкостей реакцій;

$n_i$  – порядки реакцій;

$s_{0(i+1)} = \eta_{0(i+1)} / x_0$  – номінальні інтегральні селективності;

$\bar{w}_i = \bar{k}_{0i} c_i^{n_i}$  – миттєві швидкості реакцій;

$x_0 = 1 - c_{01}$  – номінальний ступінь перетворення реагенту  $A_1$ ;

$\alpha_j = v_j / v_1$  – нормовані стехіометричні коефіцієнти біля символів інгредієнтів  $A_j$ ;

$\varepsilon_j = (c_j / c_{0j}) - 1$  – миттєві відносні відхилення вихідних концентрацій від номіналів;

$\gamma_0 = \bar{k}_{01} / \bar{k}_{02}$  – симплекс номінальних констант швидкостей реакцій;

$\eta_{0(i+1)} = c_{0(i+1)} / \alpha_{i+1}$  – номінальні виходи продуктів  $A_2$  й  $A_3$ ;

$\varpi_o = (1 + \bar{\omega}^2)^{1/2}$  – повна чутливість реактора як апарату;

$\varpi_i = (b_i^2 + \bar{\omega}^2)^{1/2}$  – повні чутливості підсистем «реактор + реакція  $\alpha_i A_i \rightarrow \alpha_{i+1} A_{i+1}$ »;

$\bar{\tau} = \tau / \tau_0$  – відносний час;

$\bar{\omega} = \omega \tau_0$  – комплекс частоти, рад;

$\zeta_j = E_j / E$  – симплекс амплітуд вихідного та вхідного сигналів концентрацій.

#### *Індекси*

$i = 1; 2$  – значення фізичних величин, віднесені до першої та другої стадій відповідно;

$j = 1; 2; 3$  – значення величин, віднесені до інгредієнтів  $A_j$ ;

$0$  – номінальні значення.

Робота є продовженням [1-7], в яких доведено, що систему «реактор змішування + реакція» можна інтерпретувати як перетворювач-фільтр із скінченою  $\omega_{max}^{prop} \approx 10 / \tau_0 c_0$  смugoю пропускання частот сигналу

зміни концентрації реагенту, тобто при  $\omega \geq \omega_{\max}^{non}$  стаціонарність режиму практично не порушується: коефіцієнти перетворення (концентраційні чутливості) системи  $\zeta_j \ll 1$ .

Мета роботи – аналітичний розрахунок амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) для оцінки стійкості стаціонарного режиму проточного реактора ідеального змішування (РІЗ) щодо гармонічних збурень концентрації на вході при протіканні послідовної необоротної реакції з довільними стехіометрією та формальною кінетикою.

**1. Постановка задачі.** Математична модель – задача Коші для системи рівнянь балансів концентрацій інгредієнтів [зі змінним параметром  $c_1^{\text{ex}}(\bar{\tau})$  як одної причини нестаціонарності]

$$\begin{cases} dc_1/d\bar{\tau} = c_1^{\text{ex}} - c_1 - \bar{w}_1^{\text{sump}} \\ dc_2/d\bar{\tau} = -c_2 + \bar{w}_2^{\text{накоп}} - \bar{w}_2^{\text{sump}} \\ dc_3/d\bar{\tau} = -c_3 + \bar{w}_3^{\text{накоп}} \\ \bar{\tau} = 0, c_j = c_{0j}, \end{cases} \quad (1)$$

де  $\bar{w}_1^{\text{sump}}$ ,  $\bar{w}_2^{\text{sump}}$  – швидкості витрачення реагентів  $A_1$  й  $A_2$  внаслідок реакції;  $\bar{w}_2^{\text{накоп}}$ ,  $\bar{w}_3^{\text{накоп}}$  – швидкості накопичення продуктів  $A_2$  й  $A_3$ ; початкова умова відповідає стаціонарному (номінальному) режиму роботи РІЗ:  $c_1^{\text{ex}} \equiv 1 \Rightarrow dc_j/d\bar{\tau} \equiv 0$ .

Так як із врахуванням стехіометрії реакції  $\bar{w}_2^{\text{накоп}} = \alpha_2 \bar{w}_1^{\text{sump}}$ ,  $\bar{w}_3^{\text{накоп}} = (\alpha_3 / \alpha_2) \bar{w}_2^{\text{sump}}$ , то у випадку степеневої моделі кінетики

$$\begin{cases} dc_1/d\bar{\tau} = c_1^{\text{ex}} - c_1 - \bar{k}_{01} c_1^{n_1} \\ dc_2/d\bar{\tau} = -c_2 + \alpha_2 \bar{k}_{01} c_1^{n_1} - \bar{k}_{02} c_2^{n_2} \\ dc_3/d\bar{\tau} = -c_3 + \alpha_3 \alpha_2^{-1} \bar{k}_{02} c_2^{n_2} \\ \bar{\tau} = 0, c_1 = c_0, c_2 = c_{02}, c_{03} \alpha_3^{-1} = x_0 - c_{02} \alpha_2^{-1}. \end{cases} \quad (2)$$

Розв'язок для суми рівнянь (2) описує миттєвий загальний баланс концентрацій, зокрема при гармонічних збуреннях  $c_1^{\text{ex}} = 1 + E \sin \bar{\omega} \bar{\tau}$  амплітудою  $E \leq 1 \Leftrightarrow c_1^{\text{ex}} \geq 0$

$$\sum_{j=1}^{N+1} (c_j / \alpha_j) = 1 + \frac{E \bar{\omega}}{\varpi_0} \exp(-\bar{\tau}) + \frac{E}{\varpi_0} \sin \left[ \bar{\omega} \bar{\tau} - \arcsin \frac{\bar{\omega}}{\varpi_0} \right], \quad (3)$$

де в загальному випадку  $N \geq 1$  – кількість послідовних стадій, рівна кількості продуктів;  $N + 1$  – кількість інгредієнтів; величини  $c_j / \alpha_j = \eta_j(\bar{\tau})$  вільно трактувати як миттєві виходи всіх  $A_j$ , зокрема  $\eta_1 \equiv c_1$ ;  $\varpi_0 = (1 + \bar{\omega}^2)^{1/2}$  – модуль повної (комплексної) чутливості проточного РІЗ як апарату [ $1 \equiv \bar{\omega}_0 = \omega_0 \tau_0$  – дійсна (статична),  $\bar{\omega} = \omega \tau_0$  – уявна (чисто динамічна) складової].

Із (3) при  $\bar{\tau} \gg 1$  (усталений нестаціонарний режим),  $\sum \eta_{0j} = 1 \Leftrightarrow E = 0$  (стаціонарний режим)

$$\begin{aligned} \sum \eta_{0j} \varepsilon_j &= (E / \varpi_0) \sin [\bar{\omega} \bar{\tau} - \arcsin (\bar{\omega} / \varpi_0)] \Rightarrow \\ \bar{\omega} \ll 1, \sum \eta_{0j} \varepsilon_j &\approx E \sin \bar{\omega} \bar{\tau} = \varepsilon_1^{\text{ex}}; \\ \bar{\omega} \gg 1, \sum \eta_{0j} \varepsilon_j &\approx -(E / \bar{\omega}) \cos \bar{\omega} \bar{\tau}, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $\eta_{0j} = c_{0j} / \alpha_j$  – номінальні виходи  $A_j$ .

Для отримання аналітичних розв'язків (2) обмежимось умовою «практично стаціонарного» режиму функціонування системи [1-7]

$$|\varepsilon_j| \ll 1. \quad (5)$$

Врахувавши, що при «жорстко стаціонарному» режимі система диференційних рівнянь стає алгебричною з розділеними змінними  $x_0$ ,  $\eta_{0i}$

$$\begin{aligned} \bar{k}_{01}(1-x_0)^{n_1}-x_0=0 &\Rightarrow x_0=f(n_1, \bar{k}_{01}), \\ \bar{k}_{02}c_{02}^{n_2}+c_{02}-\alpha_2x_0=0 &\Rightarrow \eta_{02}=f(n_2, \bar{k}_{02}\alpha_2^{n_2-1}, x_0), \\ \eta_{03}=x_0-\eta_{02} &\Leftrightarrow s_{02}+s_{03}=1, \end{aligned} \quad (6)$$

після розкладу (2) в ряд Тейлора за малим параметром  $\varepsilon_j$  дістанемо лінійну систему рівнянь

$$\begin{cases} d\varepsilon_1/d\bar{\tau} + (1+a_1)\varepsilon_1 = (1+a_1n_1^{-1})\varepsilon_1^{\text{ex}} \\ d\varepsilon_2/d\bar{\tau} + (1+a_2)\varepsilon_2 - (1+a_2n_2^{-1})n_1\varepsilon_1 = 0 \\ d\varepsilon_3/d\bar{\tau} + \varepsilon_3 - n_2\varepsilon_2 = 0 \\ \bar{\tau} = 0, \quad \varepsilon_j = 0, \end{cases} \quad (7)$$

де  $a_i \equiv a_{0i}$  – статичні чутливості номінальних швидкостей  $\bar{w}_{0i}$  реакцій до змін відповідних вихідних концентрацій  $c_{0i}$

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{\partial \bar{w}_{01}}{\partial c_{01}} = -\frac{\partial \bar{w}_{01}}{\partial x_0} = n_1 \frac{x_0}{c_0} \Rightarrow \frac{n_1}{a_1} = \frac{c_0}{x_0} = \frac{1}{\bar{w}_{01}} - 1 \geq 0, \\ a_2 &= \frac{\partial \bar{w}_{02}}{\partial c_{02}} = n_2 \left[ \frac{x_0}{\eta_{02}(x_0)} - 1 \right] = \frac{n_2 \eta_{03}}{\eta_{02}} \Rightarrow \frac{n_2}{a_2} = \frac{\eta_{02}}{\eta_{03}} = \frac{\alpha_2 \bar{w}_{01}}{\bar{w}_{02}} - 1 \geq 0, \\ a &= 1 + a_1 + a_2 = 1 - n_2 + x_0 \left( \frac{n_1}{c_0} + \frac{n_2}{\eta_{02}} \right) \geq 1, \end{aligned} \quad (8)$$

де  $a \in f(n_1, x_0, \eta_{02})$  – сумарна статична чутливість системи.

Звідси видно, що симплекс  $\eta_{02}/\eta_{03}$  виходів продуктів буде максимальним при  $\alpha_2 \bar{w}_{01}/\bar{w}_{02} = \max \Rightarrow \alpha_2 \gamma_0 = \max$ ; конкретний зв'язок між величинами чутливостей визначається порядками ( $n_i \neq 0$ ) реакційних стадій, зокрема:  $n_1 = 1 \Rightarrow a_1 = \bar{k}_{01}$ ,  $a_1 = \gamma_0 a_2$ ,  $a = 1 + \bar{k}_{01} + \bar{k}_{02} = 1 + (\bar{k}_{01} + \bar{k}_{02})\tau_0$ .

Тоді з (6), (8) у неявній формі (через комплекси  $a_i$ ) формули для основних технологічних параметрів і відповідних чутливостей наберуть вигляду

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{a_1}{n_1 + a_1} = \frac{1}{1 + n_1 a_1^{-1}}, \quad \eta_{02} = s_{02} x_0 = \frac{n_2 x_0}{n_2 + a_2}, \quad \eta_{03} = s_{03} x_0 = \frac{a_2 x_0}{n_2 + a_2}; \\ \frac{\partial \eta_{02}}{\partial x_0} &= \frac{1}{1 + a_2}, \quad \frac{\partial \eta_{03}}{\partial x_0} = \frac{a_2}{1 + a_2}, \quad \frac{\partial s_{02}}{\partial x_0} = -\frac{\partial s_{03}}{\partial x_0} = \frac{(1-n_2)(1+n_1 a_1^{-1})}{(1+a_2)(1+n_2 a_2^{-1})}, \quad \frac{\partial \bar{w}_{02}}{\partial x_0} = \frac{\alpha_2 a_2}{1 + a_2}, \end{aligned} \quad (9)$$

де при  $n_1 = 0 \Rightarrow x_0 = \bar{k}_{01} \leq 1 \Rightarrow n_1/a_1 = 1/\bar{k}_{01} - 1$ ,  $n_2 = 0 \Rightarrow \eta_{02} = x_0 - \bar{k}_{02}/\alpha_2 \geq 0 \Rightarrow n_2/a_2 = \alpha_2 x_0 / \bar{k}_{02} - 1$ ;  $\partial \eta_{0(i+1)} / \partial x_0$ ,  $\partial s_{0(i+1)} / \partial x_0$  – статичні чутливості номінальних виходів і селективностей до зміни  $x_0$ ;  $\partial \bar{w}_{02} / \partial x_0 \equiv \partial \bar{w}_{02} / \partial \bar{w}_{01}$  – чутливість номінальної швидкості другої стадії до зміни швидкості першої.

Перше рівняння (6) служить для знаходження  $x_0 \in [0;1]$  й одночасно накладає фізичні обмеження на значення величин у взаємозв'язаних множинах  $\{n_1, \bar{k}_{01}, \alpha_2\}$  та  $\{x_0, \eta_{0(i+1)}, a_i\}$ .

Так, як випливає з формул (6) і (8), випадок необоротної реакції  $A_1 \rightarrow \alpha_2 A_2$  [ $\eta_{02}(\bar{k}_{02} \equiv 0) = x_0 = \bar{k}_{01} c_0^{n_1}$ ] відповідає умові  $a_2 \equiv 0$ , що обґруntовує формальну можливість порівняння з випадком другої стадії 0-го порядку ( $n_2 = 0 \Rightarrow a_2 = 0$ ) в рамках виконання рівності  $\eta_{02}(n_2 \equiv 0) = x_0 - \bar{k}_{02}/\alpha_2 = \bar{k}_{01} c_0^{n_1}$ ; зокрема, при фіксованих  $\bar{k}_{01}, x_0, \eta_{03} = \bar{k}_{02}/\alpha_2$  рівність визначає конкретне значення вже іншого порядку першої стадії:  $n_1 = \ln[(x_0 - \eta_{03})/\bar{k}_{01}] [\ln c_0]^{-1} < n_1(\bar{k}_{02} \equiv 0)$ .

Специфічний випадок стадій 0-их порядків ( $n_i = 0 \Rightarrow a_i = 0$ ,  $x_0 = \bar{k}_{01}$ ,  $\eta_{02} = \bar{k}_{01} - \bar{k}_{02} / \alpha_2$ ) «збігається» з випадком відсутності реакції ( $k_{01} = k_{02} \equiv 0 \Rightarrow a_i = x_0 = \eta_{0(i+1)} \equiv 0$ ), але тільки щодо нульового виходу цільового продукту  $A_2$  за «жорсткою» умови  $\alpha_2 \gamma_0 = 1 \Leftrightarrow \eta_{02} = 0$ ,  $\eta_{03} = x_0$ .

**2. Аналітичні розв'язки.** Розв'язки (7) при  $\varepsilon_1^{ex} = E \sin \bar{\omega} \bar{\tau}$  є сумами інерційних і гармонічних складових [2-4, 6]

$$\varepsilon_j = \varepsilon_j^{in} + \varepsilon_j^{exp} = \varepsilon_j^{in}(\bar{\tau}) + B_{2j-1} \sin \bar{\omega} \bar{\tau} + B_{2j} \cos \bar{\omega} \bar{\tau}. \quad (10)$$

Для усталеного коливального режиму концентрацій, теоретично при  $\bar{\tau} \rightarrow \infty$ ,  $\varepsilon_j^{in} \rightarrow 0 \Rightarrow$

$$\varepsilon_j = \varepsilon_j^{exp} = E_j \sin(\bar{\omega} \bar{\tau} + \phi_j), \quad (11)$$

де  $E_j = (B_{2j-1}^2 + B_{2j}^2)^{1/2}$  – амплітуди,  $\phi_j = \arcsin(B_{2j} / E_j)$  – зсуви фаз.

Після підстановки (10) у (7)

$$\begin{cases} b_1 c_0 B_1 - \bar{\omega} c_0 B_2 = E \\ \bar{\omega} B_1 + b_1 B_2 = 0 \\ D B_1 - b_2 B_3 + \bar{\omega} B_4 = 0 \\ D B_2 - \bar{\omega} B_3 - b_2 B_4 = 0 \\ n_2 B_3 - B_5 + \bar{\omega} B_6 = 0 \\ n_2 B_4 - \bar{\omega} B_5 - B_6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 B_1 - \bar{\omega} B_2 = E c_0^{-1} \\ b_1 B_2 + \bar{\omega} B_1 = 0, \\ b_2 B_3 - \bar{\omega} B_4 = D B_1 \\ b_2 B_4 + \bar{\omega} B_3 = D B_2, \\ B_5 - \bar{\omega} B_6 = n_2 B_3 \\ B_6 + \bar{\omega} B_5 = n_2 B_4. \end{cases} \quad (12)$$

тобто система зі 6-ти рівнянь розпадається на 3-и системи, що є відображенням необоротності реакційних стадій.

Поетапний розв'язок (12) елементарний

$$\begin{aligned} B_1 c_0 / E &= b_1 / \bar{\omega}_1^2, \quad B_2 c_0 / E = -\bar{\omega} / \bar{\omega}_1^2, \\ B_3 c_0 / E &= D(b_1 b_2 - \bar{\omega}^2) / (\bar{\omega}_1 \bar{\omega}_2)^2, \quad B_4 c_0 / E = -D \bar{\omega} (b_1 + b_2) / (\bar{\omega}_1 \bar{\omega}_2)^2, \\ B_5 c_0 / E &= -n_2 D [(b_1 + b_2) \bar{\omega}^2 - (b_1 b_2 - \bar{\omega}^2)] / (\bar{\omega}_0 \bar{\omega}_1 \bar{\omega}_2)^2, \\ B_6 c_0 / E &= -n_2 D \bar{\omega} [(b_1 + b_2) + (b_1 b_2 - \bar{\omega}^2)] / (\bar{\omega}_0 \bar{\omega}_1 \bar{\omega}_2)^2, \end{aligned} \quad (13)$$

де  $D = n_1(1 + a_2 / n_2) = n_1 / s_{02}$ .

Отже, використавши (11), (13), одержимо формули для розрахунку співвідношення  $\zeta_j = E_j / E$  амплітуд вихідних  $\varepsilon_j^{exp} = E_j \sin(\bar{\omega} \bar{\tau} + \phi_j)$  та входного  $\varepsilon_1^{ex} = E \sin \bar{\omega} \bar{\tau}$  сигналів (зрозуміло, що частотні залежності  $\zeta_j(\bar{\omega})$  – це АЧХ системи, стійкість якої зручно оцінювати й за оберненою величиною  $\zeta_j^{-1}$  [1, 6])

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= \frac{1}{c_0 \bar{\omega}_1} = \frac{1}{[(n_1 x_0 + c_0)^2 + (\bar{\omega} c_0)^2]^{1/2}} = \frac{n_1 + a_1}{n_1 \bar{\omega}_1}, \\ \zeta_2 &= \frac{a_1}{\eta_{02} \bar{\omega}_1 \bar{\omega}_2} = \frac{(n_1 + a_1)(n_2 + a_2)}{n_2 \bar{\omega}_1 \bar{\omega}_2} = \frac{n_2 + a_2}{n_2 \bar{\omega}_2} n_1 \zeta_1, \\ \zeta_3 &= \frac{a_1 a_2}{\eta_{03} \bar{\omega}_0 \bar{\omega}_1 \bar{\omega}_2} = \frac{(n_1 + a_1)(n_2 + a_2)}{\bar{\omega}_0 \bar{\omega}_1 \bar{\omega}_2} = \frac{n_2 \zeta_2}{\bar{\omega}_0}, \end{aligned} \quad (14)$$

значить коефіцієнти перетворення  $\zeta_j$  взаємозалежні, що цілком логічно.

Попередні й наступні формулі вочевидь [див. (5),  $E_j \equiv \varepsilon_j^{\max}$ ] справедливі для коливань концентрації  $c_1^{ex}$  амплітудою

$$\begin{aligned} E << \zeta_j^{-1} &\quad (n_i \neq 0; 1), \\ E < \zeta_j^{-1} &\quad (n_i = 0; 1), \end{aligned} \quad (15)$$

тобто в останньому випадку всі наведені в цій роботі вирази вірні і для «великих» ( $E \leq 1$ ) збурень  $c_1^{ex}$ : вихідна система рівнянь (2) – лінійна.

**3. Низькочастотні ( $\bar{\omega} \ll 1$ ) коливання  $c_1^{\text{ex}}$ .** При  $\bar{\omega} \rightarrow +0$  амплітуди коливань концентрацій на виході максимальні і не залежать від  $\bar{\omega}$ . Дійсно, з (14) [реально при  $\bar{\omega} \ll 1$  ( $b_i \geq 1$ )]

$$\begin{aligned}\zeta_1 &\approx \frac{1}{c_0 b_1} = \frac{1}{n_1 x_0 + c_0} = \frac{1 + a_1 n_1^{-1}}{1 + a_1}, \\ \zeta_2 &\approx \frac{b_1 - 1}{\eta_{02} b_1 b_2} = \frac{(n_1 + a_1)(n_2 + a_2)}{n_2(1 + a_1)(1 + a_2)} = \frac{1 + a_2 n_2^{-1}}{1 + a_2} n_1 \zeta_1, \\ \zeta_3 &\approx \frac{(b_1 - 1)(b_2 - 1)}{\eta_{03} b_1 b_2} = \frac{(n_1 + a_1)(n_2 + a_2)}{(1 + a_1)(1 + a_2)} = n_2 \zeta_2,\end{aligned}\quad (16)$$

де прогнозовано [див. (4)]  $\sum \eta_{0j} \zeta_j = 1$ .

Для простої необоротної реакції ( $k_2 \equiv 0 \Rightarrow a_2 \equiv 0, E_3 \equiv 0$ )

$$\zeta_2 \approx \frac{n_1 + a_1}{1 + a_1} = \frac{n_1}{n_1 x_0 + c_0} = n_1 \zeta_1, \quad \zeta_3 \equiv 0 \quad (A_1 \rightarrow \alpha_2 A_2), \quad (17)$$

що закономірно співпадає з [2-4, 6].

**4. Високочастотні ( $\bar{\omega} \gg a$ ) коливання  $c_1^{\text{ex}}$ .** За достатньо великих значень частоти зміна концентрацій компонентів на виході реактора фактично відсутня. У цьому випадку зі (14) менш строго при  $\bar{\omega} \gg b_i$  ( $a = b_1 + b_2 - 1 \geq b_i$ )

$$\begin{aligned}\zeta_1 &\approx \frac{1}{c_0 \bar{\omega}} = \frac{n_1 + a_1}{n_1 \bar{\omega}} = \frac{1 + a_1 n_1^{-1}}{\bar{\omega}} \square 1/\bar{\omega}, \\ \zeta_2 &\approx \frac{a_1}{\eta_{02} \bar{\omega}^2} = \frac{(n_1 + a_1)(n_2 + a_2)}{n_2 \bar{\omega}^2} = \frac{1 + a_2 n_2^{-1}}{\bar{\omega}} n_1 \zeta_1 \square 1/\bar{\omega}^2, \\ \zeta_3 &\approx \frac{a_1 a_2}{\eta_{03} \bar{\omega}^3} = \frac{(n_1 + a_1)(n_2 + a_2)}{\bar{\omega}^3} = \frac{n_2 \zeta_2}{\bar{\omega}} \square 1/\bar{\omega}^3.\end{aligned}\quad (18)$$

Як випливає з (18) і (15), режим РІЗ буде динамічно стійким (практично стаціонарним при  $\zeta_j \ll 1$ ) стосовно будь-яких ( $E \leq 1$ ) збурень  $c_1^{\text{ex}}$ , якщо реалізовуватиметься система нерівностей

$$\left\{ \begin{array}{l} E \ll \bar{\omega} c_0 \\ E \ll \bar{\omega}^2 \eta_{02} / a_1 \\ E \ll \bar{\omega}^3 \eta_{03} / a_1 a_2 \end{array} \right\} \Rightarrow E \ll \bar{\omega} c_0 \quad (n_i < \bar{\omega}), \quad (19)$$

де більш точно  $n_1 \leq s_{02} \bar{\omega}$ ,  $n_2 \leq \bar{\omega}$ , тобто нерівність  $E \ll \bar{\omega} c_0$  не справджується лише для випадку реакцій теоретично дуже великих порядків, наприклад:  $E = 1 \Rightarrow (\bar{\omega} c_0)_{\min} \approx 10 \Rightarrow x_0 = 0.5, \bar{\omega} = \bar{\omega}_{\max}^{\text{prop}} \approx 20 \Rightarrow n_i \geq 20$ , що в дійсності не спостерігається.

Таким чином, умова (19), як і було прогнозовано в [6], не залежить від виду реакції: першопричиною коливань  $c_j(\bar{\tau})$  є зовнішнє збурення саме  $c_1^{\text{ex}}(\bar{\tau})$ .

## РЕЗЮМЕ

Аналітично розв'язано задачу опису нестаціонарного режиму функціонування проточного РІЗ внаслідок гармонічних збурень концентрації реагенту на вході при протіканні необоротної послідовної реакції  $v_1 A_1 \rightarrow v_2 A_2 \rightarrow v_3 A_3$ . Розраховано амплітудно-частотні характеристики системи «реактор + реакція». Доведено, що при порівняно високих частотах стаціонарність режиму практично не порушується.

## РЕЗЮМЕ

Аналитически решено задачу описания нестационарного режима функционирования проточного РИС вследствие гармонических возмущений концентрации реагента на входе при протекании необратимой последовательной реакции  $v_1 A_1 \rightarrow v_2 A_2 \rightarrow v_3 A_3$ . Рассчитано амплитудно-частотные характеристики системы «реактор + реакция». Доказано, что при сравнительно высоких частотах стационарность режима практически не нарушается.

## SUMMARY

Problem of description of non-stationary mode of functioning of perfect-mixing continuous reactor owing to harmonic perturbations of inlet concentration of reagent at passing of irreversible consecutive reaction  $v_1A_1 \rightarrow v_2A_2 \rightarrow v_3A_3$  is analytically solved. Amplitude-frequency characteristics of system «reactor + reaction» are calculated. It is proved that at rather high frequencies stationarity of mode of operation practically will not be disturbed.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Лучейко І. Д. Малі збурення концентрації реагенту в реакторі ідеального витиснення (реакція  $v_1A_1 \rightleftharpoons v_2A_2$ ) / І. Д. Лучейко, М. П. Ямко // Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету ім. Володимира Гнатюка. Серія: Хімія. – 2005. – № 9. – С. 57–65.
2. Лучейко І. Частотні характеристики проточного реактора ідеального змішування при малих збуреннях концентрації реагенту (реакція  $A_1 \rightleftharpoons \alpha A_2$ ) / І. Лучейко, М. Ямко, Я. Гумницький // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2006. – Т. 11, № 3. – С. 195–204.
3. Лучейко І. Д. Переходний процес в системі проточний реактор ідеального змішування – реакція  $A_1 \rightleftharpoons \alpha A_2$  при гармонічному збуренні концентрації  $A_1$  на вході / І. Д. Лучейко // Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету ім. Володимира Гнатюка. Серія: Хімія. – 2006. – № 10. – С. 53–58.
4. Лучейко І. Особливості переходного режиму роботи проточного реактора ідеального змішування при гармонічному збуренні концентрації реагенту у випадку оборотної реакції  $A_1 \rightleftharpoons \alpha A_2$  / І. Лучейко, М. Ямко, В. Гетманюк // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2007. – Т. 12, № 1. – С. 103–111.
5. Лучейко І. Д. Розрахунок статичних параметрических чутливостей системи «проточний реактор ідеального змішування + реакція  $A_1 \rightleftharpoons \alpha A_2$ » як перетворювача сигналу концентрації / І. Д. Лучейко // Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету ім. Володимира Гнатюка. Серія: Хімія. – 2007. – № 11. – С. 43–45.
6. Лучейко І. Д. Стійкість системи «проточний реактор змішування + паралельна реакція  $A_1 \rightarrow \alpha_i A_{i+1}$ » щодо збурення входної концентрації реагенту / І. Д. Лучейко // Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету ім. Володимира Гнатюка. Серія: Хімія. – 2008. – № 13. – С. 59–64.
7. Лучейко І. Д. Дезактивація каталізатора в системі «реакція  $A_1 \rightleftharpoons \alpha A_2$  + реактор ідеального витиснення» / І. Д. Лучейко // Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету ім. Володимира Гнатюка. Серія: Хімія. – 2008. – № 14. – С. 58–65.

Поступило до редакції 20.05.2009 р.

**А. М. Українець, Г. М. Мельник, О. М. Євчук, О. І. Аксіментьєва**  
**Львівський національний університет ім. Івана Франка**

УДК 544.164

## ФІЗИКО-МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ КОМПОЗИТІВ ПОЛІБУТИЛМЕТАКРИЛАТУ І ПОЛІАНІЛІНУ

Полімерні композити на основі електропровідних полімерів і діелектричних полімерних матриць є представниками нового типу композиційних матеріалів, у яких на відміну від традиційних струмопровідних компонентів (сажа, металічні порошки та їх оксиди) використовуються полімерні наповнювачі з власною електронною провідністю [1, 2]. Полімерні композити на основі спряжених поліаміноаренів, зокрема, поліаніліну, характеризуються високою питомою провідністю, доступні за собівартістю. Плівкові композити поліаміноаренів з полівініловим спиртом, полікарбонатами, поліметилметакрилатом та іншими полімерними матрицями здатні змінювати питому провідність, а також спектральні характеристики під дією електричного поля або температури [3, 4]. Для формування таких композитів застосовують методи, які передбачають утворення електропровідного полімеру безпосередньо в діелектричній матриці полімеру [4, 5], а також методи ультразвукового диспергування та термічного пресування [3, 6]. Досліджень в галузі створення полімер-полімерних струмопровідних композитів на основі термопластичного полімеру - полібутілметакрилату досить небагато, і вони, як правило, мають пошуковий і несистематичний характер.