ПРОГРАМНЕ СЕРЕДОВИЩЕ PYTHON ЯК ДОДАТКОВИЙ ІНСТРУМЕНТ ПРИ ЗАСВОЄННІ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ СТУДЕНТАМИ ІТ-СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

Грод Іван Миколайович
доктор фізико-математичних наук,
професор кафедри математики та методики її навчання,
Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка
igrod@ukr.net

Крайдуба Ярослава Василівна
магістрантка спеціальності «Середня освіта. Математика»,
Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка
slavunka1997@ukr.net

Використання інноваційних інформаційних технологій у навчальному процесі є невід'ємною частиною сучасного світу. Насамперед, розглянемо проблему вивчення математичного аналізу студентами вищих навчальних закладів ІТ-спеціальностей. Надамо деякі рекомендації, щодо поглибленого засвоєння основних понять і тверджень даного курсу та паралельно формуючи алгоритмічний стиль мислення студента.

Так як, студенти даної спеціальності вивчають мову програмування Python (програмне середовище, що набуло популярності серед відомих мов програмування; дослідження проведено українським ІТ-порталом DOU.UA. [1]), то це може допомогти, при аналізі розв'язання різного типу завдань з математичного аналізу. Таке поєднання курсів, дає змогу підвищити показники успішності і самої мови Python: адже в процесі створення алгоритмів до кожної задачі, розвивається логічне мислення, що збільшить швидкість та якість виконання різного типу завдань, покращить візуальне сприйняття матеріалу, що є важливим результатом навчальної діяльності.

Програмне середовище Python є об'єктно-орієнтовною мовою високого рівня, яка має набір конструкцій структурного програмування та підтримує модульність. Мова програмування Python містить хороший інструментарій для наукових розрахунків, доступна на будь-якій платформі: Windows, Linux, і т.д. [3].

Розробка нових методик навчання набуває особливого значення, вона потребує чималі затрати часу та зусиль, проте в умовах широкого використання комп'ютерних технологій без корегування навчального процесу не обійтися [2].

Для вирішення поставленої проблеми, пропонуємо, як приклад, розглянути наступні задачі: знаходження границі числової послідовності, зокрема цікаві границі; дослідження збіжності ряду; обчислення визначеного інтегралу; дослідження і побудова графіків функції, дослідження на неперервність функції та побудова їх графіків.

Для прикладу візьмемо числову послідовність: $\frac{1}{2};\frac{2}{3};\frac{4}{5};\ldots;\frac{n}{n+1}$. Аналітично знаходимо границю послідовності: $\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n+1}=1$. Для якої покажемо, що для будь-якого $\varepsilon > 0$ знайдеться таке число N, а саме для заданого $\varepsilon = 0{,}01$.

Оскільки, з означення границі послідовності $|x_n - a| < \varepsilon$, де $x_n = \frac{n}{n+1}$, $a = 1$, то $\left|\frac{n}{n+1} - 1\right| = \left|\frac{-1}{n+1}\right| = \frac{1}{n+1} < \varepsilon$. Розв'язавши нерівність $\frac{1}{n+1} < \varepsilon$ відносно n, отримаємо, що $n > \frac{1}{\varepsilon} - 1$. Отже, N можна вибрати таким чином: $N = \left[\frac{1}{\varepsilon} - 1\right] + 1$, для кожного фіксованого $\varepsilon > 0$.

Використовуючи мову програмування Python, запишемо алгоритм, який знаходить і виводить на екран елементи даної послідовності при зростанні n. Зауважимо, для того щоб працювати з елементарними функціями, підключаємо бібліотеки *math*, яка містить додаткові функції і сталі. У тілі програми використаємо цикл з передумовою *while*. Покажемо, що різниця між елементами даної послідовності і числом 1, стає меншою за ε. При завершенні виконанні умови, цикл припиняється і видає значення N=100.

Отже, розв'язуючи дану задачу ми теоретично знайшли границю даної послідовності, а з іншого боку експериментально підтвердили даний результат.

Інколи виникають проблеми знаходження границі, яка містить невизначеність виду $\left(\frac{0}{0}\right)$ чи невизначеність виду $(\mathbf{1}^{\infty})$. У деяких випадках, вдається розкрити дані невизначеності використавши цікаві границі, зокрема $\boldsymbol{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$, $\boldsymbol{\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x = e}$. Студентам запропоновано написати відповідні алгоритми для знаходження даних границь.

Наступна задача, яка може бути досліджена – це задача збіжності числового ряду. Завданням буде показати, чи ряд $\sum_{n=1}^{k}\frac{5}{10^n}$ – збіжний, і якщо збіжний, то до якого числа. Спершу покажемо це аналітично. Користуючись означенням, знайдемо часткові суми ряду: $S_1 = \frac{5}{10}$; $S_2 = \frac{5}{10} + \frac{5}{10^2} = \frac{55}{10^2}$; …; S_n знайдемо користуючись формулою суми n перших членів геометричної прогресії, де $b_1 = \frac{5}{10}$, $b_n = \frac{5}{10^n}$, $q = \frac{1}{10}$. $S_n = \frac{5}{10} + \cdots + \frac{5}{10^n} = \frac{b_1 - b_n * q}{1-q} = \frac{5}{9} - \frac{5}{9*10^n}$.

Знаходимо границю: $\lim_{n\to\infty}(\frac{5}{9} - \frac{5}{9*10^n}) = \frac{5}{9}$.

Отже, існує скінченна границя, ряд є збіжним і збігається до числа S = $\frac{5}{9}$.

При використанні програмного середовища студент зможе дослідити збіжність ряду, знаходячи елементи послідовності частинних сум S_n збільшуючи поступово n. Часто виникають ситуації, коли важко аналітично дослідити збіжність ряду, у такому випадку програмні засоби принаймні можуть виступити додатковим інструментом, який дасть змогу передбачити відповідь на поставлену задачу.

Чергова задача, яка може бути розглянута є задача знаходження визначеного інтегралу. Розглянемо поняття визначеного інтегралу та його геометричний зміст: *Нехай на відрізку [a;b] задана неперервна функція* $y = f(x) \geq 0$. *Фігура Ω, обмежена лініями* $x = a$ *,*$x = b$*,* $y = 0$*,* $y = f(x)$*, називається криволінійною трапецією, площу якої обчислюють за формулою:* $S = \int_a^b f(x)\,dx$.

Тобто, визначений інтеграл від невід'ємної функції чисельно рівний площі криволінійної трапеції. Запишемо, за означенням, формулу відшукання наближеного значення підінтегральної функції: $\xi \in \Delta x_i = (x_{i+1}, x_i)$,

$\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,\Delta x_i \approx \int_a^b f(x)dx$, $\lim_{\lambda\to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,\Delta x_i = \int_a^b f(x)dx$,

де $\lambda = \max_{i=\overline{1,\dots,n}} \Delta x_i$.

Як відомо, формулу для точного обчислення визначеного інтегралу, подарували нам такі відомі математики, як Ньютон і Лейбніц

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$$

Але не завжди можна скористатися цією формулою, оскільки вона вимагає знаходження первісної для заданої функції $y = f(x)$, а первісну не всіх підінтегральних функцій можна виразити через елементарні функції (наприклад, для функції e^{-x^2}). Враховуючи цей факт, виникає потреба наближеного обчислення визначеного інтегралу.

Пропонується студентам обчислити інтеграл $\int_1^6 x^2\,dx$, від неперервної на [1; 6] функції $y = x^2$, використовуючи формулу Ньютона-Лейбніца. З іншого боку ставиться задача побудувати алгоритм, який знаходить даний інтеграл із заданою точністю, використовуючи його геометричний зміст, тобто наближено. Розв'язання такої задачі, відповідно, вимагає знань основних конструкцій, типів мови програмування, можливостей її використання, а також глибокого розуміння поняття самого інтегралу.

Програмне середовище, допоможе не витрачаючи багато зусиль досліджувати сутність явища, адже проводити обчислення аналітично не завжди ефективно, а користуючись відповідною програмою це не викликає труднощів.

Ще однією із задач, яка може бути розглянута, це задача дослідження функцій, зокрема побудова графіка функції і дослідження її на неперервність, монотонність та ін. Наявність засобів об'єктно-орієнтовного та візуального програмування, дозволяють достатньо ефективно розв'язувати поставлену задачу.

На першому кроці можна досліджувати тригонометричну функцію $y = \sin(x)$, на якій продемонструвати, візуально, всі її основні властивості. У подальшому, розглядати складніші, які мають розрив першого роду, другого роду, а комп'ютерний експеримент, повинен підтверджувати результати, які отримані аналітично (зокрема можна розглянути такі функції: $y = sign(\sin(x))$, $y = \frac{1}{x-2}$).

Для дослідження та побудови графіків функцій будемо використовувати растрову графіку. Графічна бібліотека *tkinter* (для розробки графічного інтерфейсу) містить основні об'єкти для роботи з такою графікою.

Після виконаних досліджень можна зробити висновок, що під час проведення такого типу інтегрованих занять, студенти ефективніше розв'язуватимуть математичні задачі, на високому рівні аналізуючи та вникаючи в суть проблеми. Результатом впровадження запропонованих методів, у вивченні курсу «математичний аналіз» для ВНЗ стане якісний рівень підготовки студентів, що навчаються за ІТ-спеціальностями.

Список використаних джерел:

1. Рейтинг мов програмування 2019 – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://dou.ua/lenta/articles/language-rating-jan-2019/.
2. Жалдак М. І. Система підготовки вчителя до використання інформаційно-комунікаційних технологій в навчальному-2011.- №. 11. - С. 3-14.
3. Яковенко А. В. Основи програмування. Python. Частина 1 – Київ: КПІ ім.Ігоря Сікорівського - 2018. – 195с.
4. Анісімов А. В. Програмування числових методів мовою Python– К. : ВПЦ «Київський уніерситет», 2014. – 640 с.