6. Хара О. В. Виникнення та сучасні умови функціонування дистанційної освіти // Освіта — XXI століття. — 2006. - №3. – 14- 16.
7. Шляхи удосконалення навчального процесу в контексті інноваційних змін у системі ВШ. Тернопіль- 2011. – с 65- 73.

Смолин О.

Науковий керівник – доц. Галан В. Д.

ЗНАХОДЖЕННЯ ТОЧНОЇ КОНСТАНТИ В ОЦІНЦІ МОДУЛЯ ПОХІДНОЇ АЛГЕБРАЇЧНОГО МНОГОЧЛЕНА n – ГО СТЕПЕНЯ

В 1956 р. В. К. Дзядиком була доведена наступна теорема:

Якщо при деякому дійсному s алгебраїчний многочлен $P_n(x)$ степені n задовольняє у всіх точках $x \in [-1;1]$ нерівність $|P_n(x)| \leq M\rho_n^s(x)$, $M = const$, то при довільному фіксованому натуральному n, його похідна k – го порядку задовільняє нерівність

$$\left|P_n^{(k)}(x)\right| \leq A_1 M \rho_n^{s-k}(x), \qquad (1)$$

де A_1 – стала, яка залежить тільки від s та n.

В даній роботі вивчається питання про знаходження точної константи в нерівності (1).

Нехай $n \in N$, $|x| \leq 1$, $P_n(x)$ – довільний алгебраїчний многочлен степеня n, s – будь яке фіксоване дійсне число, $C[-1;1]$ – множина неперервних на $[-1;1]$ функцій, $f \in C[-1;1]$, $\|f\| = \max_{x\in[-1;1]}|f(x)|$ і $\rho_n(x)$ – функція, задана на $[-1;1]$ рівнянням:

$$\rho_n(x) = \frac{1}{n^2} + \frac{\sqrt{1-x^2}}{n}.$$

Неважко побачити, що функція $\rho_n(x)$ слабо еквівалентна функції $\breve{\rho}_n(x)$, де

$$\breve{\rho}_n(x) = \frac{1}{n}\sqrt{\frac{1}{n^2} + 1 - x^2}.$$

Враховуючи це, відому нерівність В. К. Дзядика (1) запишемо у вигляді нерівності

$$\left\|\frac{P_n'(x)}{\breve{\rho}_n^{s-1}(x)}\right\| \leq c\left\|\frac{P_n(x)}{\breve{\rho}_n^{s}(x)}\right\|, \qquad (2)$$

в якому c – константа, яка залежить від s.

У випадку натуральних $k = s$ ми встановимо точну оцінку константи c в нерівності (2) (вона буде виражатися як через k, так і через степінь n многочлена), а також знайдемо асимптотично точні значення c, які не залежать від n.

Мають місце наступні результати.

Теорема 1.

Нехай k і n – натуральні числа, причому ($n \geq k$) і $P_n(x)$ – довільний алгебраїчний многочлен степеня n. Тоді має місце нерівність

$$\left\|\frac{P_n'(x)}{\breve{\rho}_n^{k-1}(x)}\right\| \leq ((1+kb_n)^2 - k)\left\|\frac{P_n(x)}{\breve{\rho}_n^{k}(x)}\right\|, \qquad (3)$$

де

$$b_n = \sqrt{1+\frac{1}{n^2}} - \frac{1}{n}.$$

Теорема 2.

При кожному натуральному k і будь-якому натуральному $n \geq k$ у множині алгебраїчних многочленів степеня n існує многочлен $\tilde{P}_n(x)$ такий, що

$$\left\| \frac{\tilde{P}_n'(x)}{\rho_n^{k-1}(x)} \right\| \leq ((1+kb_n)^2 - k) \left\| \frac{\tilde{P}_n(x)}{\rho_n^k(x)} \right\|, \qquad (4)$$

де

$$b_n = \sqrt{1+\frac{1}{n^2}} - \frac{1}{n}.$$

Так як $b_n < 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 1$ і $b_n \to 1$, коли $n \to \infty$, то очевидними наслідками теорем 1 і 2 є такі теореми.

Теорема 1'.

При кожному натуральному k і будь-якому натуральному $n \geq k$ для довільного алгебраїчного многочлена $P_n(x)$, $|x| \leq 1$, степеня n має місце нерівність

$$\left\| \frac{P_n'(x)}{\rho_n^{k-1}(x)} \right\| \leq (1+k+k^2) \left\| \frac{P_n(x)}{\rho_n^k(x)} \right\|.$$

Теорема 2'.

Для будь-якого числа $\varepsilon > 0$ знайдеться таке натуральне число $N = N(\varepsilon)$, що при кожному натуральному $n > \max\{k, N\}$ у множині алгебраїчних многочленів степені n знайдеться многочлен $\tilde{P}_n(x)$, для якого буде мати місце нерівність

$$\left\| \frac{\tilde{P}_n'(x)}{\rho_n^{k-1}(x)} \right\| \leq (k^2+k+1-\varepsilon) \left\| \frac{\tilde{P}_n(x)}{\rho_n^k(x)} \right\|.$$

При доведенні теорем 1 і 2, використовуються наведені нище леми.

Введемо потрібні позначення. Нехай число $a \in (0,1)$, число $\alpha \in [0,\pi)$, $t \in R$, k і n – натуральні числа. Позначимо

$$\rho_{n,a}(t) := \rho_n(t) := \frac{1}{n}\sqrt{\frac{(1-a)^2}{4a} + \sin^2 t},$$

$$S_{n,k,a,\alpha}(W) := S_{n,\alpha}(W) := \left(\frac{1}{2\sqrt{a}n}\right)^k e^{i\alpha} W^{n-2k}(W^2-a)^k, W = e^{it};$$

$$Q_{n,k,a,\alpha}(t) := Q_{n,\alpha}(t) := Re S_{n,\alpha}(e^{it}).$$

При $\alpha = 0$ будемо писати

$$S_{n,0}(W) := S_n(W), Q_{n,0}(t) = Q(t).$$

В цих позначеннях справедливі наступні леми.

Лема 1.

При будь-яких k, n і α для тригонометричного полінома $Q_{n,\alpha}(t)$ мають місце нерівності:

$$|Q_{n,\alpha}(t)| \leq \rho_n^k(t),$$

$$|Q'_{n,\alpha}(t)| \leq \sqrt{\frac{\left(1-\left(1-\frac{2k}{n}\right)a\right)^2}{4a} + \left(1-\frac{2k}{n}\right)sin^2 t\, \beta_n^{k-1}(t)}.$$

Лема 2.

Для тригонометричного полінома $Q_{n,\alpha}(t)$ на $(0,2\pi]$ існує $2n$ точок

$0 < t_1 < t_2 < \cdots < t_{2n-1} < t_{2n} \leq \pi,$

в яких, по-перше,

$$|Q_{n,\alpha}(t_j)| = \beta_n^k(t_j), \qquad j \in \{1,2,\ldots,2n\}$$

І, по-друге, $Q_{n,\alpha}(t_j)$ почергово змінює знак.

Лема 3.

Якщо для тригонометричного полінома $T_n(t)$ порядку n з дійсними коефіцієнтами справедлива нерівність

$|T_n(t)| \leq \beta_n^k(t),$

то для похідної $T'_n(t)$ буде мати місце нерівність

$$|T'_n(t)| \leq \sqrt{\frac{\left(1-\left(1-\frac{2k}{n}\right)a\right)^2}{4a} + \left(1-\frac{2k}{n}\right)sin^2 t_0 \beta_n^{k-1}(t)}.$$

В подальших розглядах припустимо, що $\alpha = 0$

Лема 4.

Для тригонометричного полінома $Q_{n,\alpha}(t)$ існує $2n$ точок $0 < \eta_1 < \eta_2 < \cdots < \eta_{2n} < 2\pi$, що, по-перше,

$$|Q'_n(\eta_j)| = \sqrt{\frac{\left(1-\left(1-\frac{2k}{n}\right)a\right)^2}{4a} + \left(1-\frac{2k}{n}\right)sin^2 \eta_j\, \beta_n^{k-1}(\eta_j)},$$

і по-друге, $Q'_n(\eta_j)$ почергово змінює знак, якщо j перебігає множину $\{1,2,\ldots 2n\}$.

Лема 5.

При кожному $t \in [0;t^*]$ і кожному $t \in [0;t^{**}]$ має місце оцінка $|R'_n(t)| \leq |Q'_n(t)|$.

Лема 6.

Якщо $t \in (0;\pi)$, то має місце нерівність

$$\left|\frac{Q'_n(t)}{\sin t\ \beta_n^{k-1}(t)}\right| \leq \lim_{t\to+0}\left|\frac{Q'_n(t)}{\sin t\ \beta_n^{k-1}(t)}\right|.$$

Лема 7.

Нехай число $\alpha \in (0;1)$, k і n – натуральні числа, причому $n \geq k$. Тоді

$$\lim_{t\to+0}\left|\frac{Q'_n(t)}{\sin t\ \beta_n^{k-1}(t)}\right| = \lim_{t\to\pi}\left|\frac{Q'_n(t)}{\sin t\ \beta_n^{k-1}(t)}\right| =$$

$$-\frac{1-a}{2\sqrt{an}}\left|k\frac{4a}{(1-a)^2} - \left(n\left(1+\frac{2k}{n}\frac{a}{1-a}\right)\right)^2\right|.$$

Доведення теореми 1:

Нехай $P_n(x)$ – довільний алгебраїчний многочлен степеня n і такий, що $|P_n(x)| \le \rho_n^k(x), x \in [-1;1]$.

Позначимо $x = \cos t$, $0 \le t \le \pi$ і побудуємо тригонометричний поліном $R_n(t) := P_n(\cos t)$ порядку не вище n. Для нього мають силу наступні очевидні відношення:

$$|R_n(t)| = |P_n(\cos t)| \le$$

$$\le \left(\frac{1}{n}\sqrt{\frac{1}{n^2} + \sin^2 t}\right)^k, \tag{4}$$

$$|R_n'(x)| =$$

$$= |P_n'(x)||\sin t| \tag{5}$$

Переконаємся, що для $P_n'(x)$ має місце нерівність

$$|P_n'(x)| \le ((1 + kb_n)^2 - k)\rho_n^{k-1}(x).$$

Дійсно, нехай $t \in [t^*; t^{**}]$. В силу нерівності (4) поліном $R_n(t)$ задовільняє умовам леми 3. Взявши до уваги (5), матимемо

$$\left|\frac{P_n'(x)}{\rho_n^{k-1}(x)}\right| = \left|\frac{R_n'(x)}{\rho_n^{k-1}(x)}\right| \le \sqrt{\frac{\left(1-\left(1-\frac{2k}{n}\right)b_n^2\right)^2}{4b_n^2\sin^2 t} + 1 - \frac{2k}{n}} \le$$

$$\le \sqrt{\frac{\left(1-\left(1-\frac{2k}{n}\right)b_n^2\right)^2}{4b_n^2\sin^2 t^*} + 1 - \frac{2k}{n}}.$$

Враховуючи, що $\cos t^* = x^*$, $\cos t^{**} = x^{**}$, приходимо до висновку, що при всіх $x \in [x^{**}; x^*]$

$$\left|\frac{P_n'(x)}{\rho_n^{k-1}(x)}\right| \le \left|\frac{P_n'(x^*)}{\rho_n^{k-1}(x^*)}\right| = \left|\frac{P_n'(x^{**})}{\rho_n^{k-1}(x^{**})}\right|$$

Розглянемо тепер $t \in [0; t^*]$, $x \in [x^*; 1]$. В силу лем 5-7 маємо

$$\left|\frac{P_n'(x)}{\rho_n^{k-1}(x)}\right| \le \left|\frac{R_n'(t)}{\sin t\,\rho_n^{k-1}(t)}\right| \le \left|\frac{Q_n'(t)}{\sin t\,\rho_n^{k-1}(t)}\right| \le \lim_{t\to 0}\left|\frac{Q_n'(t)}{\sin t\;\rho_n^{k-1}(t)}\right| =$$

$$= \left(1 + k\sqrt{a}\right)^2 - k.$$

Аналогічні міркування переконують нас в тому, що і при всіх $x \in [-1; x^{**}]$ (і відповідно, при всіх $t \in [t^{**}; \pi]$)

$$\left|P_n'(x)\,\rho_n^{k-1}(x)\right| \le \left(1 + k\sqrt{a}\right)^2 - k.$$

Теорема 1 доведена.

Доведення теореми 2:

Для доведення достатньо покласти, що $P_n(\cos t) = Q_n(t)$.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Дзядык В. К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами. – М.: Наука, 1977. – 612с.
2. Дзядык В. К. Апроксимационныэ методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. – Киев: Наук. Думка, 1988. – 304с.

Гулькевич Л., Рижий О.

Наукові керівники –Мартинюк С. В. , Генсерук Г. Р.

РОЗРОБКА Й АНАЛІЗ ЕЛЕКТРОННОГО НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНОГО КОМЛЕКСУ З ІНФОРМАТИКИ ДЛЯ 5 КЛАСУ

Постановка проблеми в загальному вигляді. Сучасний світ — це світ інформаційних технологій. На початку XXI ст. зі стрімким розвитком інформаційних технологій освітні заклади і їх працівники, насамперед учителі, повинні йти пліч-о-пліч із сучасністним рівнем розвитку ІКТ. Науково-технічний прогрес і сучасні методи та засоби навчання вимагають від організаторів навчального процесу вдосконалення й оновлення змісту навчальних програм шкільних предметів. Одним зі способів розв'язання цього завдання є використання новітніх інформаційних технологій, які значно підвищують ефективність роботи основних учасників процесу навчання — учителів і учнів.

Основні завдання шкіл спрямовані на різнобічний розвиток індивідуальності дитини на основі виявлення її задатків і здібностей, формування ціннісних орієнтацій, бажання й уміння вчитися, виховання потреби і здатності до навчання. Тому завдання педагога — показати можливості використання мережі Інтернет не лише для спілкування в соціальних мережах, перегляду відео, прослуховування музики й пошуку необхідних матеріалів, а й використання цієї мережі для розв'язання навчальних завдань, полегшення процесу навчання і засвоєння знань.

На допомогу організаторам навчального процесу приходять засоби новітніх інформаційних технологій, які забезпечують створення і використання електронних навчально-методичних комплексів (ЕНМК). Для цього розроблено чимало проектів. Підготовлено інформаційно-технологічні бази, електронний простір, модулі, шаблони оформлення і системи управління як за оплату, так і безкоштовно.

Аналіз попередніх досліджень. Сучасні новітні технології освіти з використанням інформаційно-комунікаційних засобів навчання допоможуть організувати й удосконалити форми, методи різноманітної роботи із учнями [3, 48]. Так, сучасні освітні технології й інформатизацію навчального процесу у своїх дослідженнях описували М. І. Жалдак, І. А. Зязюн, В. І. Клочко, В. Г. Кремінь, Н. В. Морзе, Г. К. Селевко, Н. В. Кононець, Ю. С. Рамський. Обґрунтування їх застосування в професійному навчанні представлено в роботах таких науковців як В. Ю. Биков, В. М. Кухаренко, А. В. Хуторський; можливості розробки й упровадження електронних навчально-методичних предметних комплексів відображали С. М. Гончаров, Р. С. Гуревич, І. Г. Захарова, Н. В. Житник та інші. Попри це, видано нормативно-правові документи, які тлумачать основні терміни та поняття, засоби створення і принципи функціонування електронних освітніх ресурсів. З липня 2010 р. в Україні набув чинності ДСТУ 7157:2010 «Інформація та документація. Видання електронні. Основні види та вихідні відомості» і наказом Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України № 1060 від 01.10.2012 затверджено «Положення про електронні освітні ресурси».

Проблемою впровадження і застосування освітніх веб-сайтів у процесі навчання займалися М. Ю. Бухаркіна, С. Г. Григор'єв, Л. Г. Жук, Н. А. Козлов, А. В. Могільов, А. Є. Петров, Т. С. Старова, С. В. Сімоновіч, Т. С. Яшина та інші.

Однак, на відміну від інших шкільних дисциплін, курс «Інформатика» для 5 класу за новою програмою 2013 року, затвердженою МОН України, недостатньо забезпечений відповідними педагогічними програмними засобами. Тому недостатня комп'ютерна підтримка шкільного курсу інформатики зумовлює розробку нових програмно-педагогічних засобів, зокрема електронних навчально-методичних комплексів, які б максимально повно відповідали