Для того щоб створити власну карту з допомогою JavaScript API Яндекс.Карти, спочатку необхідно завантажити всі JavaScript-файли в браузер. Завантажувач, який підключає всі ці файли, міститься за адресою api-maps.yandex.ru/2.0-stable/.

На наступному етапі необхідно зробити контейнер для карти (div), в якому вказати атрибути карти (ширину і висоту) і створити екземпляр класу карти, вказавши геокоординати центру карти і масштабування. Для Інтернет-сайту «Зроби місто кращим!» координати центру карти [49.5535,25.5948] (м.Тернопіль), а коефіцієнт масштабування карти становить 16.

Важливі інструменти при роботі з картами, які надає API Яндекс.Карти, є мітки і лінії. При роботі з власною картою, а саме позначення об'єктів на карті, використовувався один з цих інструментів, а саме — мітки, які реалізуються за допомогою класу Placemark. При створенні мітки можна задавати її параметри: вигляд, текст мітки, текст при наведені на мітку і текст балуна, який відкривається при натисканні на мітці.

Усі дані, які записуються в мітці, можна зберігати в базі даних і виводити їх на карту за допомогою формату JSON.

Для зручності роботи зі створеною картою і для спрощення пошуку на карту була додана панель пошуку (SearchControl).

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Отже, використання карт у Інтернет-сайтах дозволяє покращити ефективність сайту і зробити його функціональним, привабливішим для користувачів і відвідувачів. Спектр застосування карт надзвичайно широкий (міська інфраструктура, шопінг, маршрути, погода тощо).

API Яндекс.Карти володіють потужним інструментарієм для створення і удосконалення карт, які користувач може розміщувати на власних Інтернет-сайтах і блогах. Можна створювати, як статичні карти, так і динамічні, що оновлюються в режимі реального часу.

Перспективи подальших досліджень вбачаємо в удосконалені розробленої карти, з метою подальшої її використання на Інтернет-сайті «Зроби місто кращим!»

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Яндекс.Карти. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%AF%D0%BD%D0%B4%D0%B5%D0%BA%D1%81.%D0%9A%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B8
2. Карты на вашем сайте. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://api.yandex.ru/maps/solutions/?p=about
3. API Яндекс.Карт. О продукте. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://api.yandex.ru/maps/doc/intro/concepts/intro.xml
4. API Яндекс.Карт. Введение. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://api.yandex.ru/maps/doc/jsapi/2.0/dg/concepts/about.xml

Кіндзер Т.

Науковий керівник – доц. Галан В.Д.

ПРО СПІВВІДНОШЕННЯ МІЖ КЛАСАМИ НЕПЕРЕРВНИХ ФУНКЦІЙ, ВИЗНАЧЕНИХ З ДОПОМОГОЮ ВИПУКЛИХ ВГОРУ МОДУЛІВ НЕПЕРЕРВНОСТІ.

1. В цій статті досліджуються співвідношення між класами $W^rH_k^\omega$ у випадку, коли ω є випуклим вгору (в.в.) модулем неперервності (м.н.). Нехай f – неперервна на множині I функція ($I = [a;b]$ або у випадку неперіодичних функцій, а у випадку періодичних $I = R$ – числова пряма), $k \in N$.

Нехай ω – похідна функція типу м.н.

$F(\omega;x) \cong ln\omega(x)ln^{-1}x, x \in (0;1)$, (1) число $\beta \geq 0$, число $\alpha \in [0;\beta]$ і $\Omega(\alpha;\beta)$ – множина функцій ω типу м.н., які мають степінь гладкості $q(\omega) \cong \lim\limits_{x\to+0} F(\omega;x) = \alpha$, (2), а для кожної з яких $\overline{q}(\omega) \cong \lim\limits_{x\to+0} F(\omega;x) = \beta$, (3).

Всі в.в. функції ω типу м.н. є м.н. першого порядку (наприклад, для самої себе). Тому далі такі функції будуть називатися випуклими вгору модулями неперервності (в.в.м.н.). Але якщо ω є м.н. першого порядку і $\omega \equiv 0$, то $\forall x \geq 0$ $\omega(x) \leq \frac{\omega(1)}{2}x$ і в силу (3) число $\overline{q}(\omega) = \beta \leq 1$. Звідси випливає якщо $\Omega(\alpha;\beta)$ – множина в.в.м.н., то число $\beta \in [0;1]$.

2. Справедливі наступні твердження.

Теорема 1. Для будь-яких $\beta \in [0;1]$ і $\alpha \in [0;\beta]$ в множині $\Omega(\alpha;\beta)$ знайдеться функція ω така, що при кожному цілому $r \geq 0$ клас $W^rH_2^\omega$ буде ширшим за клас $W^rH_1^\omega$.

Зауваження. Якщо $\alpha \in (0;1)$ і при деякому в.в.м.н. ω клас $W^rH_2^\omega$ буде ширшим за клас $W^rH_1^\omega$, то в силу теореми 6 з [1] це розширення буде несуттєвим.

Теорема 2. Яка б не була функція $\omega \in \Omega(\alpha;\beta)$ при всіх цілих $r \geq 0$ і кожному натуральному $k \geq 3$ класи $W^rH_k^\omega$ співпадають з класами $W^rH_2^\omega$.

3. Доведення теореми 1 буде грунтуватися на таких допоміжних твердженнях.

Лема 1. При всеможливих $0 \leq \alpha \leq \beta \leq 1$ серед функцій типу м.н. існують функції $\breve{\omega}$ і $\tilde{\omega}$, які володіють такими властивостями:

a) вони будуть строго в.в. і неперервнодиференційованими функціями на

b) $\lim_{x\to+0} F(\tilde{\omega};x)=\alpha$ і $\lim_{x\to+0} F(\tilde{\omega};x)=\beta$; (4)

c) функція g , задана на $(0;+\infty$) рівністю

$$g(x)=\frac{\tilde{\omega}(x)}{\breve{\omega}(x)}, \quad (5)$$

буде строго спадною на $(0;1]$ функцією, причому

$$\lim_{x\to+0} g(x)=+\infty, \quad (6)$$

d) для всіх $0<x<1$ буде виконуватись порядкова рівність:

$$x\varpi'(x)\asymp\varpi(x), \quad (7)$$

Доведення. Визначимо функції $\breve{\omega}$ і $\tilde{\omega}$ наступним чином. Покладемо $\breve{\omega}(0)=\tilde{\omega}(0)=0$ і $\breve{\omega}(x)=\tilde{\omega}(x)=1$ коли $x>1$. На $(0;1]$функцію $\breve{\omega}$ визначимо так: якщо $\beta=0$, то покладемо $\breve{\omega}(x)=2\left(\ln e^2/x\right)^{-1}$ а якщо $0<\beta\le1$, то будемо вважати $\breve{\omega}(x)=2^{-\beta}\vartheta^{\beta}(x)$, де $\vartheta(x)=x\ln e^2/x$.

Тепер в залежності від $\breve{\omega}$ і співвідношень між α і β, функцію $\tilde{\omega}$ визначимо (на $(0;1]$) так:

1) у випадку $\alpha=\beta=0$ покладемо $\tilde{\omega}(x)=\sqrt{\breve{\omega}(x)}$;
2) у випадку $0=\alpha<\beta\le1$ будемо вважати $\tilde{\omega}(x)=2^{\beta}\vartheta^{-\beta}(x)$;
3) у випадку $0<\alpha<\beta\le1$ покладемо $\tilde{\omega}(x)=2^{-\alpha}\vartheta^{\alpha}(x)$;
4) у випадку $\alpha=\beta\in(0;1]$ будемо вважати

$$\tilde{\omega}(x)=4^{-\beta}\vartheta^{\beta}(x)\left(\left[\ln\frac{e^2}{x}\right)\right]^{\beta}$$

Отже, визначені (на $(0;+\infty]$)) функції $\breve{\omega}$ і $\tilde{\omega}$, як легко переконатися безпосередньою перевіркою, володіє всіма властивостями, вказаними в лемі.

Нехай $\breve{\omega}$ і $\tilde{\omega}$ – дві довільні функції з тими ж властивостями, що і в попередній лемі. Використовуючи їх, побудуємо функцію ω так: візьмемо точку $A_0=(1;1)$ і число $\gamma>1$. Корінь рівняння $g(x)=1+\gamma$ позначимо через x_2. Через точку $A_2=(x_2;\breve{\omega}(x_2))$, проведемо дотичну до графіка функції $\breve{\omega}$. Точки перетину її з кривою $y=\varpi(x)$ позначимо через A_1 і A_3, їх абсциси відповідно через x_1 і x_3, причому будемо вважати $x_2<x_1$. Далі побудову проводимо так само індукцією по n, $n\ge2$.

$$A_{2n}=[(x]_{2n};\breve{\omega}(x_{2n})).$$

Через точку $(x_{2n-1};\tilde{\omega}(x_{2n-1}))=A_{2n-1}$ проведемо дотичну (нову) до графіка функції $\breve{\omega}$. Абсцису одержаної точки дотику позначимо через x_{2n}, а точку дотику – через Другу точку перетину побудованої дотичної до графіка функції $\tilde{\omega}$ позначимо через $A_{2n+1}=(x_{2n+1};\tilde{\omega}(x_{2n+1}))$. Далі точки $A_0, A_1, \ldots, A_{2n-1}, \ldots$ сполучимо послідовно прямими відрізками і до цієї ламаної приєднаємо ще один початок координат і праву частину прямої $y=1$, починаючи з точки A_0. Функцію, графіком якої буде так побудована лінія, позначимо через ω .

З побудов видно, що ω є в.в.м.н.

Лема 2. Послідовність $(x_k)_{k\in N}$ збігається до нуля, причому

$$\lim_{k\to\infty} x_k x_{k+1}^{-1} = +\infty \quad (8)$$

Доведення. Нехай $n\in N$ і x_{2n+1}^* -- корінь рівняння $\tilde\omega(x) = \tilde\omega(x_{2n})$.

Очевидно, що $x_{2n+1} < x_{2n+1}^* < x_{2n}$. Оскільки функція g строго спадає, то $\forall n\in N$ $g\ (x_1(2n+2)) > g(x_1 2n) \ge g(x_1 2) = 1+\gamma$.

В силу (5), рівності $\tilde\omega(x_{2n}) = \tilde\omega\,(x_{2n+1}^*)$ і того факту, що $\tilde\omega$ є м.н. першого порядку (і, таким чином, $\forall\gamma > 1$ і $\forall x \ge 0$

$\omega^*(\gamma x) \le (\gamma+1)\ \omega^*(x)$), маємо співвідношення

$g(x_{2n}) = \varpi\,($

$x_1(2n+1)^\dagger * x_1 2n\ ([x_1(2n+1)^\dagger *)] ^\dagger(-1))([\omega^*(x_1(2n+1)^\dagger *)] ^\dagger(-1)) \le$

$x_{2n}\left([x_{2n+1}^*)\right]^{-1} + 1 < x_{2n} x_{2n+1}^{-1}$, (10).

Тоді звідси $\forall n\in N$ $x_{2n} x_{2n+1}^{-1} > \gamma$, але послідовність $(x_k)_{k\in N}$ спадна, тому $x_{2n+1} < \gamma^{-1} x_{2n} < \gamma^{-1} x_{2n-2} < \cdots < \gamma^{-n} x_2 < \gamma^{-n}$. А тоді

Переходячи до доведення другої частини леми 2, позначимо через x_{2n-1}^* корінь рівняння $\omega(x) = \varpi[(x]_{2n})$. Зрозуміло, що $x_{2n} < x_{2n-1}^* < x_{2n-1}$. Враховуючи (5), рівність $\tilde\omega[(x]_{2n}) = \omega(x_{2n-1}^*)$ і той факт, що ω є м.н. першого порядку отримаємо: $g(x_{2n}) = \omega\left(x_{2n}\, x_{2n-1}^*\, x_{2n}^{\ 1}\right)\left([\tilde\omega(x_{2n}))\right]^{-1} \le x_{2n-1}^* x_{2n}^{\ 1} + 1 = x_{2n-1} x_{2n}^{\ -1} + 1$

.

Лема 3. Функція $\omega\in\Omega(\alpha;\beta)$.

Доведення. Вище було відмічено, що ω є в.в.м.н.. Залишилося довести тільки, що $q(\omega) = \alpha$ і що $\bar q(\omega) = \beta$. Насправді в силу опуклості вгору функцій $\tilde\omega$ і $\bar\omega$ та способу побудови точок A_k при всіх значеннях $x\in[x_1(2n+1); x_1(2n-1)\ ]$, $\tilde\omega(x) \le\ \omega(x) \le \bar\omega(x)$, причому рівність в правій частині вірна тільки на кінцях сегмента, а в лівій – тільки в точці x_{2n}. Враховуючи (1), при $0 < x < 1$ маємо такі співвідношення:

$$F(\varpi; x) \le F(\omega; x) \le F(\varpi; x).$$

Але тоді в силу (2) і (4) маємо:

$$q(\omega) = \lim_{x\to+0} F(\omega; x) \ge \lim_{x\to+0} F(\varpi; x) = \alpha$$

$$\bar q(\omega) = \beta$$

Аналогічними міркуваннями (але з врахуванням (3)) переконуємось, що .

Доведення теореми 1.Очевидно, що не зменшуючи загальності можна обмежетись випадком, коли $r = 0$.

Нехай ω – побудована вище функція, $f(0) = 0$ і при $x > 0$

$$f(x) = x\int_x^{+\infty} \omega(u) u^{-2}\,du.$$

Оскільки одгноω – м. н. першого порядку, то для $\forall t \geq 0$ і всіх uϵ [t;2t], $\omega(t) \leq \omega(u) \leq \omega(2t) \leq 3\omega(t)$ тоді $\omega_2(f;t) = 2t\int_t^{2t}\omega(u)u^{-2}du \approx \omega(t)$ і таким чином $f \epsilon H_2^{\omega}$.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Галан Д.М. Об одной гипотезе Дзядика.- Укр. матем. жур.н., 1975, 27, Л 5, с.579 – 588.
2. Галан Д.М. О классах неприливних функцій, определяемих с помощю функции типа модуля непереривності со степеню гладкості $q = 1$.- Укр. матем. жур.н., 1980, 32, Л 5, с.585 – 592.
3. Галан В.Д., Галан Д.М. О непереривних функціях с заданой степеню гладкості и их классифікация. :Международная конференція потеории приближения функцій: Тезиси докладов. Киев, 1993 с 40.
4. Гусейнов В.Г., Ильясов Н.А. Дифференциально и гладкосние свойста непереривних функцій. – Мат. Заметки, 1977, 29,56, с.785-794.
5. Вовчук И.А. Некоторие замечания о функціях типа модуля неперервности порядка $k = 2$. – вопроси теори приближений функции.УССР, 1976, С.194-199.
6. Дзядик В.К.Введения в теорію равномерного приближения функцій полиномами. – Наука, 1977.

Янік Д.

Науковий керівник – Качурівський Р. І.

ПОЧАТКОВА ЗАДАЧА ДЛЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-ФУНКЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ.

Постановка проблеми. Одним із шляхів пізнання навколишнього середовища є дослідження математичної моделі відповідного процесу чи явища. Значну роль при побудові таких моделей відіграють диференціальні рівняння з відхиленням аргументу. Зокрема, широко використовуються в теорії автоматичного керування, в теорії коливальних систем, при вивчені проблем пов'язаних із горінням палива у двигунах ракет, а також при вивчені проблем тривалого прогнозування в економіці, фізиці, хімії та інших областях науки і техніки, де наявність відхилень (запізнень) є причиною явищ, які й впливають на хід процесів.

Із розвитком інформаційних та новітніх технологій виникла потреба у виявленні і попереджені проблем, які створюються за рахунок відхилень. В системах автоматичного регулювання запізненням є проміжок часу, який практично завжди існує і необмежений для регулювання імпульсу на вході. Причиною нестабільного горіння палива у ракетних двигунах є, як прийнято вважати, наявність часу запізнення, який необхідний для перетворення паливної речовини у продукт горіння тощо. У зв'язку із цим, вивчення теорії диференціальних рівнянь з відхиленням аргументу, на мою думку, є актуальним.

Мета роботи - надати основні відомості з теорії диференціальних рівнянь з відхиленням аргументу, а саме: класифікувати рівняння, описати алгоритм знаходження початкової множини при сталому і змінному відхиленнях, а також описати найпростіший метод знаходження неперервного розв'язку, провести доведення теореми існування і єдиності розв'язку диференціального рівняння з відхиленням аргументу, а також надати відомості з теорії періодичних розвязків нелінійних різницевих рівнянь.

Аналіз останніх досліджень. У зв'язку із потребами багатьох прикладних наук, систематичне вивчення рівнянь з відхиленням аргументу розпочалося в 40-х роках ХХ століття такими вченими як: А. Мишкіс, Е. Райт, Р. Белман; і набуло продовження у працях А. Ельсгольца, С. Норкина, Дж. Хейла, А. Халаная, Г. П. Пелюха, А. М. Шарковського та інших.

Теоретичне вирішення проблеми вимагає насамперед уточнення змісту вказаних понять: диференціальні рівняння із відхиленням аргументу, початкова задача для диференціальних рівнянь із відхиленням аргументу, початкова множина, початкова точка, метод кроків, характеристичний квазіполіном.

Диференціальним рівнянням з відхиленням аргументу називають диференціальні рівняння, в якому невідома функція і її похідна входять при різних значеннях аргументу, наприклад: $x'(t) = f(t, x(t), x(t-\tau)), \quad \tau > 0$.

Основна початкова задача, аналогічна задачі Коші, полягає у визначенні неперервного розв'язку $x(t)$ рівняння $x'(t) = f(t, x(t), x(t-\tau))$, де $\tau > 0$, при $t > t_0$, якщо $x(t) = \varphi(t)$ на множині $[t_0 - \tau, t_0]$. Тобто розв'язком даного рівняння є інтегральна крива визначена на відрізку $[t_0 - \tau, t_0] \cup [t_0, +\infty)$, де неперервна функція $\varphi(t)$ задана на відрізку $[t_0 - \tau, t_0]$ називається *початковою*.