

$$t_{2n+3-2i} = (-1)^i (2n+3) \frac{(2n+2-i)!}{i!(2n+3-2i)!} 2^{2n+2-2i}.$$

Підставивши значення  $t_{2n+3-2i}$  у формули (6), одержимо:

$$c_{2k} = \tau \left( (-1)^{n-k+1} (2n+3) \frac{(2k+1)!}{(2k+1)!} \sum_{i=0}^n \frac{(2n+2-i)!}{i!(2n+1-2i)!} \prod_{m=i}^{n-k-1} (2n-2m+2v) \frac{2^{2n+2-2i}}{h^{2n+3-2i}} \right).$$

Одержали формули (1) для коефіцієнтів многочлена  $y_{2n}(x)$ .

Використовуючи формули (1), запишемо  $c_0$ :

$$c_0 = \tau \left( (-1)^{n-k+1} (2n+3) \sum_{i=0}^n \frac{(2n+2-i)!}{i!(2n+1-2i)!} \prod_{m=i}^{n-1} (2n-2m+2v) \frac{2^{2n+2-2i}}{h^{2n+3-2i}} \right).$$

Врахувавши рівності  $0 = -2vc_0 - \tau \frac{t_1}{h} + 2v$  та  $t_1 = (-1)^{n+1} (2n+3)$ , матимемо:

$$\tau \left( 2v(-1)^{n+1} (2n+3) \sum_{i=0}^n \frac{(2n+2-i)!}{i!(2n+1-2i)!} \prod_{m=i}^{n-1} (2n-2m+2v) \frac{2^{2n+2-2i}}{h^{2n+3-2i}} + \frac{(-1)^{n+1} (2n+3)}{h} \right) = 2v,$$

$$\tau \left( 2v(-1)^{n+1} (2n+3) \sum_{i=0}^{n+1} \frac{(2n+2-i)!}{i!(2n+1-2i)!} \prod_{m=i}^n (2n-2m+2v) \frac{2^{2n+2-2i}}{h^{2n+3-2i}} \right) = 2v,$$

звідки

$$\tau = 2v \left( (-1)^{n+1} (2n+3) \sum_{i=0}^{n+1} \frac{(2n+2-i)!}{i!(2n+1-2i)!} \prod_{m=i}^n (2n-2m+2v) \frac{2^{2n+2-2i}}{h^{2n+3-2i}} \right)^{-1}.$$

Одержали формулу (2) для  $\tau$ . Отже, коефіцієнти многочлена  $y_{2n}(x)$  і  $\tau$  справді шукаються відповідно за формулами (2) і (3).

*Теорема доведена.*

**Приклад.** Розглянемо функцію Бесселя першого роду порядку 1

$$J_1(x) = x\varphi(x), \quad x \in [-1; 1].$$

Побудувавши за А-методом многочлен четвертого степеня для наближення функції  $\varphi(x)$ , одержимо:

$$y_4(x) = \frac{1068704}{1068711} - \frac{133504}{1068711} x^2 + \frac{5376}{1068711} x^4.$$

Для наближення функції  $J_1(x) = x\varphi(x)$ ,  $x \in [-1; 1]$ , маємо многочлен

$$P_5(x) = \frac{1068704}{1068711} x - \frac{133504}{1068711} x^3 + \frac{5376}{1068711} x^5.$$

Для оцінки модуля різниці  $|J_1(x) - P_5(x)|$  обчислені значення модуля цієї різниці в точках проміжку  $[-1; 1]$  з кроком 0,1. Найгірше відхилення дорівнює 0,000002059.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций. Часть I. — М.: ИЛ, 1949. — 800 с.
2. Дзядык В. К. Аппроксимационные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. — Киев: Наук. думка, 1988. — 304 с.
3. Дзядык В. К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами. — М.: Наука, 1976. — 512 с.
4. Дзядык В. К. Об эффективном построении многочленов, которые осуществляют близкое к наилучшему приближение функций  $e^x$ ,  $\sin x$  и др. // Укр. мат. журн. — 1973. — 25. №5 — с. 435-453.
5. Кафтanova Ю. В. Специальные функции математической физики. Научнопопулярное издание. — Х.: ЧП Издательство «Новое слово», 2009. — 596 с.
6. Люк Ю. Специальные математические функции и их аппроксимации. — М.: Мир, 1980. — 610 с.

Юськів В.

Науковий керівник — доц. Балик Н.Р.

### РОЗРОБКА ВЛАСНОЇ ІНТЕРАКТИВНОЇ КАРТИ З ВИКОРИСТАННЯМ API ЯНДЕКС.КАРТИ 2.0 ДЛЯ ІНТЕРНЕТ-САЙТУ «ЗРОБИ МІСТО КРАЩИМ!»

**Постановка проблеми.** Сучасний Інтернет простір стрімко розвивається, створюються нові і багатофункціональні сайти та Інтернет-портали. Одним із критеріїв функціонування і подальшого використання Інтернет-сайту є ефективність сайту.

Однією з технологій, що дає можливість зробити Інтернет-сайт ефективним, є використання API Яндекса.Карт. Використання карт дозволяє утримувати користувача на ресурсі, не дає йому піти з сайту для того,

щоб скористатися якимись зовнішніми інструментами. З їх допомогою можна позначити адресу, прокласти маршрут до потрібного місця, проінформувати користувача про розташування потрібного об'єкту.

Для того щоб Інтернет-сайт був ефективним, функціональним і цікавим для користувачів, використовують технологію API Яндекс.Карти..

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Теоретичні основи використання API Яндекс.Карти були досліджені у роботах М.Степанової, С.Угольникова, В.Зайцева. Технологію API Яндекс.Карти, як одну із технологій, що дозволяють збільшувати ефективність Інтернет-сайту, було досліджено у роботі О.Першини.

Метою статті є аналіз основних понять, а саме: API, Яндекс.Карти. Проаналізовано технологію додавання карти на сайт, інструменти для роботи з картою. Теоретичні положення підтверджені практичним досвідом, а саме додаванням карти на створений Інтернет-сайт «Зроби місто кращим!».

#### МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Під час дослідження використовувались методи: аналіз науково-технічної літератури і документації по роботі з API Яндекс.Картами.

#### РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ Визначення основних понять

Інтернет-портал «Яндекс» надає користувачеві для роботи близько 50 сервісів, які умовно можна поділити на такі групи: пошуково-інформаційні (Пошук, Карти, Авто, Погода), персональні і розважальні (Диск, Календар, Мій Круг, Пошта), мобільні (Мобільний Яндекс), сервіси вебмайстру (Метрика, Пошук для сайту, Вебмайстер, Пошта для домену), для бізнесу (Статистика, Довідник, Реклама). Усі ці сервіси вільно поширюються, мають продуманий інтерфейс, централізоване сховище даних і користуються високою конкурентно-спроможністю в сучасному Інтернет-просторі. Саме один із цих сервісів, а саме Яндекс.Карти використовувався нами при розробці краудсорсингового Інтернет-сайту «Зроби місто кращим!».

API (Application Programming Interface) — це набір готових інструментів якоїсь програми, які можна використовувати в сторонніх продуктах [2]. API створювався для того, щоб програміст реально міг полегшити завдання написання того чи іншого додатка завдяки використанню готового коду (наприклад, функцій). Всім відомий JQuery, написаний на JavaScript, є теж свого роду API.

API Яндекс.Карти — це програмний інтерфейс, за допомогою якого ви можна встановити карту і весь необхідний для роботи з нею інструментарій на сайт.

Варто зазначити, що сервіс Яндекс.Карти в Україні був запущений в 2006 році і містить на даний момент карти 204 міст. Користувачі Яндекс.Карти можуть переглядати карту в будь-якому з трьох відображень: схему, супутниковий знімок і гібрид (поєднану) [1].

API надає доступ до всього вмісту Яндекс.Карти — це сотні докладних схем міст, карта світу, супутникові знімки планети, народна карта.

API Яндекс.Карти має ряд своїх переваг, серед яких:

- Підтримка мобільних пристроїв

На сучасних телефонах з підтримкою JavaScript карта повністю зберігає свої можливості.

- Відображення великих обсягів інформації

API Яндекс.Карти дозволяє показувати десятки тисяч об'єктів без зниження продуктивності.

- Налаштування зовнішнього вигляду

Карта легко впишеться в дизайн будь-якого сайту. Користувач може управляти практично всіма її параметрами: розміром, масштабом, положенням центру, видом міток, тощо [2].

- Маршрути

З допомогою Яндекс.Карт можна прокладати маршрути з урахуванням транспортних пробок в Україні.

- Геокодер

З допомогою сервісу геокодування, що входить до складу API Яндекс.Карт, можна визначити географічні координати об'єкта за його адресою. Існує і зворотня можливість — дізнатися адресу за координатами точки, поставленої в довільному місці карти [2].

- Спеціальні інструменти

Створити карту можна навіть без знання програмування за допомогою Конструктора карт або сервісу «Мої карти».

Для зручної роботи і зберігання даних в API Яндекс.Картах розроблена спеціальна мова розмітки геоінформації: YMapsML [2].

**Використання API Яндекс.Карти в Інтернет — сайті «Зроби місто кращим!»**

Сервіс Яндекс.Карти надає користувачу п'ять програмних інтерфейсів (Конструктор карт, JavaScript API 2.0, Static API 1.x, Пошук по карті, Пошук по народній карті), призначених для роботи з картою і географічними даними. Кожен з інтерфейсів пропонує свій набір інструментів, що дозволяють вирішувати ту чи іншу задачу.

Для того щоб створити власну карту, за допомогою Конструктора карт, потрібно мати обліковий запис на Яндексі.

Процес створення власної карти складається з трьох етапів:

- Вибір необхідного об'єкта на карті і позначення його за допомогою міток або ліній;

- Попередній перегляд створеної карти;

- Генерація коду карти.

Для того щоб вставити готову карту на сайт, необхідно згенерований код карти вставити в готовий код сторінки Інтернет-сайту.

Static API 1.x дозволяє розміщувати статичні зображення Яндекс.Карт на сторінках сайтів, не вдаючись до програмування на JavaScript або використанню динамічного завантаження сторінок [3].

Пошук по карті дозволяє користувачеві відшукати необхідний йому об'єкт, розміщений на карті [3]. Можна здійснювати пошук за назвою об'єкту, його адресою, визначити його геокоординати. Також є можливість за допомогою геокоординат об'єкта визначити його адресу. Сервіс геокодування є зручним і доволі простим у використанні. З допомогою цього сервісу, для створеного Інтернет-сайту «Зроби місто кращим!» було визначено геокоординати Тернополя, оскільки він є центром карти, використаної на сайті.

JavaScript API Яндекс.Карти надає програмний інтерфейс (API) на JavaScript, що дозволяє інтегрувати інтерактивні карти у веб-сторінки [4].

За допомогою JavaScript API можна:

- показувати зображення місцевості у вигляді схеми, супутникових знімків і народної карти;

- створювати карти, які інтерактивно взаємодіють з користувачем;

- показувати на карті різні об'єкти (мітки, лінії, підказки);

- проводити пошук об'єктів на карті: визначити координати об'єктів за їх назвами і навпаки;

- прокладати маршрути;

- створювати власні карти [4].

Варто відзначити і той важливий факт, що JavaScript API Яндекс.Карти є сумісний з усіма сучасними браузерами: Microsoft Internet Explorer 8.x і вище, Mozilla Firefox 28 і вище, Opera 12.x і вище, Google Chrome 34 і вище, Яндекс.Браузер 14.2 і вище.

Стосовно локалізації, то API Яндекс.Карти підтримує і українську мову для відображення текстової інформації.

З огляду усіх цих перерахованих можливостей і переваг, саме JavaScript API Яндекс.Карти було вибрано для створення власної інтерактивної карти для Інтернет-сайту «Зроби місто кращим!». На цій карті користувачі сайту мають можливість повідомляти про певні проблеми в місті і пропонувати власні ідеї їх розв'язання. Для цього на цій карті потрібно знайти відповідну адресу, позначити її, заповнити форму і ця пропозиція буде відобразитися на карті у вигляді мітки.

Для того щоб створити власну карту з допомогою JavaScript API Яндекс.Карт, спочатку необхідно завантажити всі JavaScript-файли в браузер. Завантажувач, який підключає всі ці файли, міститься за адресою [maps.yandex.ru/2.0-stable/](http://maps.yandex.ru/2.0-stable/).

На наступному етапі необхідно зробити контейнер для карти (div), в якому вказати атрибути карти (ширину і висоту) і створити екземпляр класу карти, вказавши геокоординати центру карти і масштабування. Для Інтернет-сайту «Зроби місто крацим!» координати центру карти [49.5535,25.5948] (м. Тернопіль), а коефіцієнт масштабування карти становить 16.

Важливі інструменти при роботі з картами, які надає API Яндекс.Карт, є мітки і лінії. При роботі з власною картою, а саме позначення об'єктів на карті, використовувався один з цих інструментів, а саме — мітки, які реалізуються за допомогою класу Placemark. При створенні мітки можна задавати її параметри: вигляд, текст мітки, текст при наведенні на мітку і текст балуна, який відкривається при натисканні на мітку.

Усі дані, які записуються в мітку, можна зберігати в базі даних і виводити їх на карту за допомогою формату JSON.

Для зручності роботи зі створеною картою і для спрощення пошуку на карту була додана панель пошуку (SearchControl).

#### ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Отже, використання карт у Інтернет-сайтах дозволяє покращити ефективність сайту і зробити його функціональним, привабливішим для користувачів і відвідувачів. Спектр застосування карт надзвичайно широкий (міська інфраструктура, шопінг, маршрути, погода тощо).

API Яндекс.Карт володіють потужним інструментарієм для створення і удосконалення карт, які користувач може розміщувати на власних Інтернет-сайтах і блогах. Можна створювати, як статичні карти, так і динамічні, що оновлюються в режимі реального часу.

Перспективи подальших досліджень вбачаємо в удосконаленні розробленої карти, з метою подальшої її використання на Інтернет-сайті «Зроби місто крацим!»

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Яндекс.Карты. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%AF%D0%BD%D0%B4%D0%B5%D0%BA%D1%81.%D0%9A%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B8>
2. Карты на вашем сайте. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://api.yandex.ru/maps/solutions/?p=about>
3. API Яндекс.Карт. О продукте. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://api.yandex.ru/maps/doc/intro/concepts/intro.xml>
4. API Яндекс.Карт. Введение. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://api.yandex.ru/maps/doc/jsapi/2.0/dg/concepts/about.xml>

Кіндзер Т.

Науковий керівник – доц. Галан В.Д.

### ПРО СПІВВІДНОШЕННЯ МІЖ КЛАСАМИ НЕПЕРЕРВНИХ ФУНКЦІЙ, ВИЗНАЧЕНИХ З ДОПОМОГОЮ ВИПУКЛИХ ВГОРУ МОДУЛІВ НЕПЕРЕРВНОСТІ.

1. В цій статті досліджуються співвідношення між класами  $W^r H_k^\omega$  у випадку, коли  $\omega$  є випуклим вгору (в.в.) модулем неперервності (м.н.). Нехай  $f$  – неперервна на множині  $I$  функція ( $I = [a; b]$  або у випадку неперіодичних функцій, а у випадку періодичних  $I = R$  – числова пряма),  $k \in N$ .

Нехай  $\omega$  – похідна функція типу м.н.

$F(\omega; x) \equiv \ln \omega(x) \ln^{-1} x, x \in (0; 1)$ , (1) число  $\alpha \in [0; \beta]$  і  $\Omega(\alpha; \beta)$  – множина

функцій  $\omega$  типу м.н., які мають степінь гладкості  $q(\omega) \equiv \lim_{x \rightarrow +0} F(\omega; x) = \alpha$ , (2), а для кожної з яких  $\bar{q}(\omega) \equiv \lim_{x \rightarrow +0} F(\omega; x) = \beta$ , (3).

Всі в.в. функції  $\omega$  типу м.н. є м.н. першого порядку (наприклад, для самої себе). Тому далі такі функції будуть називатися випуклими вгору модулями неперервності (в.в.м.н.). Але якщо  $\omega$  є м.н.

першого порядку і  $\omega \equiv 0$ , то  $\forall x \geq 0 \quad \omega(x) \leq \frac{\omega(1)}{2} x$  і в силу (3) число  $\bar{q}(\omega) = \beta \leq 1$ . Звідси випливає якщо  $\Omega(\alpha; \beta)$  – множина в.в.м.н., то число  $\beta \in [0; 1]$ .

2. Справедливі наступні твердження.

Теорема 1. Для будь-яких  $\beta \in [0; 1]$  і  $\alpha \in [0; \beta]$  в множині  $\Omega(\alpha; \beta)$  знайдеться функція  $\omega$  така, що при кожному цілому  $r \geq 0$  клас  $W^r H_2^\omega$  буде ширшим за клас  $W^r H_1^\omega$ .

Зауваження. Якщо  $\alpha \in (0; 1)$  і при деякому в.в.м.н.  $\omega$  клас  $W^r H_2^\omega$  буде ширшим за клас  $W^r H_1^\omega$ , то в силу теореми 6 з [1] це розширення буде несуттєвим.

Теорема 2. Яка б не була функція  $\omega \in \Omega(\alpha; \beta)$  при всіх цілих  $r \geq 0$  і кожному натуральному  $k \geq 3$  класи  $W^r H_k^\omega$  співпадають з класами  $W^r H_2^\omega$ .

3. Доведення теореми 1 буде ґрунтуватися на таких допоміжних твердженнях.

Лема 1. При всеможливих  $0 \leq \alpha \leq \beta \leq 1$  серед функцій типу м.н. існують функції  $\tilde{\omega}$  і  $\tilde{\omega}$ , які володіють такими властивостями: