● Особистий помічник. Люди можуть використовувати бота як особистого радника для отримання рекомендацій. Крім того, чат бот здатний запам'ятовувати всі ваші дії та надати більш точні результати під час наступного відвідування.

LUIS – технологія, яка дозволяє розробникам створювати інтелектуальні додатки, що розуміють природню мову та взаємодіють з користувачами. Саме з даною технологією ми можемо навчити бота вивчати вхідні дані і відповідати на різного роду запитання. У відповідь на кожне таке повідомлення LUIS повертає всю інформацію в JSON форматі.

Інтелектуальна служба розпізнавання мови призначена не тільки для синтаксичного аналізу, вона дає пряму відповідь на деякі сценарії програми, пов'язані з розумінням мови, і дозволяє використовувати програмний код в бізнес-логіці програми. Наприклад, є додаток для бронювання авіаквитків. Його інтерфейс містить форму з полями «Пункт відправлення», «Пункт прибуття» і «Дата/час». За допомогою LUIS ви можете отримати введені значення з речення на природній мові (наприклад, «Мені потрібен рейс з Києва в Львів на 23 липня»). LUIS чудово підходить для вирішення завдань на розуміння мови. Ця служба дозволяє безпосередньо знайти наступні значення (пункт відправлення, пункт прибуття, дата/час), укладені в дужки.

Замовити рейс з {Києва} в {Львів} на {29.06.2018}.

Забронюйте мені рейс до {Львова} на {29 жовтня}.

Мені потрібен рейс з {Києва} до {Львова} {наступної суботи}.

Таким чином, ми можемо отримати потрібну нам інформацію і, в разі відсутності певного значення, попросити користувача заповнити необхідні відомості.

При використанні LUIS спочатку потрібно зареєструвати сценарії («Intent»), наприклад «Замовити рейс», «Дізнатися погоду». Далі для кожного сценарію слід зареєструвати шаблони речень (висловлювання) і навчити систему. (В інтерфейсі сервісу є кнопка «Навчити», яка дозволяє вивчити існуючі шаблони.) Тепер можна використовувати кінцеву точку виклику REST LUIS. REST, як згадувалось вище, видасть в форматі JSON результат, що співпадає із зареєстрованим сценарієм. LUIS активно навчається, завдяки чому можна коригувати незнайомі для системи речення.

LUIS розуміє не тільки слова, а й контекст речення. Наприклад, якщо ввести «Забронюйте рейс {місто} на 29 жовтня», слово {місто} буде проаналізовано як пункт призначення. У LUIS потрібно заздалегідь отримати зареєстрований шаблон. Тому дана служба не підходить для вирішення специфічних завдань, наприклад пошуку по природній мові, відповідей на спеціальні питання тощо. Більше того, LUIS тільки отримує ключові фрази, але не аналізує їх. Розглянемо наступний приклад: «Мені потрібен червоний горщик, який поєднується з червоними квітами».

LUIS може отримати фразу «горщик, який поєднується з червоними квітами» як ключову, але це не те ж саме, що «горщик і червоні квіти». Якщо ви хочете проаналізувати цю фразу, тобто вивчити потреби конкретного клієнта, потрібно використовувати API лінгвістичного аналізу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Language Understanding [Електронний ресурс]: режим доступу https://www.luis.ai/
2. Cognitive services [Електронний ресурс]: режим доступу https://azure.microsoft.com/ru-ru/services/cognitive-services/
3. Chatbots and the role of AI [Електронний ресурс]: режим доступу https://chatbotslife.com/chatbots-and-the-role-of-ai-448f75b291fe
4. What are the benefits of using chatbots? [Електронний ресурс]: режим доступу https://www.marutitech.com/benefits-chatbot/

Лопухова А.
Науковий керівник – доц. Кравчук В.Р.

РАЦІОНАЛЬНА АПРОКСИМАЦІЯ ГІПЕРБОЛІЧНОГО КОСИНУСА

Для розв’язування багатьох задач практичного характеру часто доводиться шукати наближені розв’язки задач Коші для диференціальних рівнянь. Найбільш простим і найбільш вивченим апаратом наближення функцій є множина многочленів або множина раціональних функцій. Відомо, що раціональні функції порядку (n, m) здійснюють краще наближення, ніж многочлени степеня $n+m$, що підтверджують й отримані у статті результати.

Існує багато методів отримання раціональних наближень функцій. У статті використано метод апроксимації, запропонований В. К. Дзядиком [2]. Як показують результати, одержані у статті, цей метод дозволяє для функції $y = chx$, $x \in [-h; h]$, $h > 0$, будувати раціональні функції, що здійснюють її асимптотично найкраще наближення.

Сформулюємо і доведемо спочатку твердження, яке стосується наближення функції $y = chx$ многочленами і яке буде необхідним для подальшої раціональної апроксимації цієї функції.

Теорема 1. Для будь-якого натурального значення *n* алгебраїчний многочлен $y_{2n+2}(x)=\sum_{i=0}^{n+1}c_{2i}x^{2i}$

, де

$$c_{2i}=\frac{1}{2i!}\left(1-\tau\sum_{k=0}^{i}\frac{(2k)!t_{2k}}{h^{2k}}\right), \quad (1)$$

t_{2k} — коефіцієнти многочлена Чебишова степеня 2*n* + 4,

$$\tau=\left(\sum_{k=0}^{n+2}\frac{(2k)!t_{2k}}{h^{2k}}\right)^{-1}, \quad (2)$$

має ту властивість, що: 1) для всіх $x\in[-h;h]$ виконується рівність

$$chx-y_{2n+2}(x)=\tau\left(T_{2n+4}\left(\frac{x}{h}\right)+\int_0^x \mathrm{sh}(x-t)T_{2n+4}\left(\frac{t}{h}\right)dt\right); \quad (3)$$

2) має місце асимптотична рівність

$$\left\|chx-y_{2n+2}(x)\right\|_{C_{[-h;h]}}=\left(1+O\left(\frac{1}{n}\right)\right)E_{2n+4}(chx)_{C_{[-h;h]}}. \quad (4)$$

Доведення. Функція $y(x)=chx$, $x\in[-h;h]$ є розв’язком задачі Коші

$$y''(x)-y(x)=0;\ y(0)=1,\ y'(0)=0. \quad (5)$$

Замінимо задачу Коші еквівалентним їй інтегральним рівнянням:

$$\int_0^t(y''(z)-y(z))dz=\int_0^t 0dt,\ y'(t)-\int_0^t y(z)dz=0;\ y(x)-1-\int_0^x\int_0^t y(z)dzdt=0.$$

Маємо інтегральне рівняння

$$y(x)=\int_0^x\int_0^t y(z)dzdt+1. \quad (6)$$

Функцію $y(x)=chx$ будемо наближати многочленом $y_{2n+2}(x)=\sum_{i=0}^{n+1}c_{2i}x^{2i}$, який є розв’язком рівняння

$$y_{2n+2}(x)=\int_0^x\int_0^t y_{2n+2}(z)dzdt+1-\tau T_{2n+4}\left(\frac{x}{h}\right), \quad (7)$$

де τ — деяка стала. Із цього рівняння маємо

$$\sum_{i=0}^{n+1}c_{2i}x^{2i}=\sum_{i=0}^{n+1}c_{2i}\frac{x^{2i+2}}{(2i+1)(2i+2)}+1-\tau\sum_{i=0}^{n+2}t_{2i}\frac{x^{2i}}{h^{2i}}, \quad (8)$$

де t_{2i}— коефіцієнти многочлена Чебишова $T_{2n+4}(x)$.

Прирівнявши в (8) коефіцієнти при однакових степенях *x*, матимемо систему з $n+3$ рівнянь з $n+3$ невідомими c_0, c_2, ..., c_{2n+2} і τ, з якої одержуємо формули (1) і (2) для коефіцієнтів многочлена $y_{2n+2}(x)$ і τ.

Розглянемо різницю $chx-y_{2n+2}(x)=y(x)-y_{2n+2}(x)=r(x).$ Від рівності (6) віднімемо рівність (7), отримаємо рівняння: $r(x)=\int_0^x\int_0^t r(z)dzdt+\tau T_{2n+4}\left(\frac{x}{h}\right)$. Його розв’язком є функція

$r(x)=\tau\left(T_{2n+4}\left(\frac{x}{h}\right)+\int\limits_0^x sh(x-t)T_{2n+4}\left(\frac{t}{h}\right)dt\right)$. Це означає, що для всіх $x\in[-h;h]$ виконується рівність (4). Запишемо цю рівність у вигляді $r(x)=\tau\left(T_{2n+4}\left(\frac{x}{h}\right)+\alpha_n(x)\right)$, де $\alpha_n(x)=\int\limits_0^x sh(x-t)T_{2n+4}\left(\frac{t}{h}\right)dt.$

Далі використаємо таку оцінку:

$$\left|\alpha_n(x)\right|=\left|shx\int\limits_0^{kx}T_{2n+4}\left(\frac{t}{h}\right)dt\right|<\frac{2shh}{2n+5},$$ де $0<k<1$.

Таким чином, для натуральних $n>shh-2,5=n_0$ в усіх точках відрізка $[-h;h]$ виконується нерівність $\left|\alpha_n(x)\right|<1.$ В такому випадку відхилення $r(x)=chx-y_{2n+2}(x)$ в $2n+5$ точках $s_k=-h\cos\frac{k\pi}{2n+4},\ k=\overline{0,2n+4}$, набуває значень з почерговими знаками. Тому на основі теореми Валле-Пуссена:

$$E_{2n+4}(chx)_{C_{[-h;h]}}>\min_{k=0,2n+4}\left|ch(s_k)-y_{2n+2}(s_k)\right|=\min_{k=0,2n+4}\left|\tau\left(T_{2n+4}\left(\frac{s_k}{h}\right)+\alpha_n(s_k)\right)\right|>$$
$$>|\tau|\left(1-\left|\alpha_n(s_k)\right|\right)=|\tau|\left(1-|\alpha_n|\right),$$

звідки $|\tau|<\frac{1}{1-|\alpha_n|}E_{2n+4}(chx)_{C_{[-h;h]}}$. Крім того, для будь-якого $x\in[-h;h]$ маємо:

$$\left|chx-y_{2n+2}(x)\right|=\left|\tau\left(T_{2n+4}\left(\frac{x}{h}\right)+\alpha_n\right)\right|<|\tau|\left(1+|\alpha_n|\right).$$

Врахувавши дві останні нерівності, матимемо:

$$\left\|chx-y_{2n+2}(x)\right\|_{C_{[-h;h]}}<\frac{1+|\alpha_n|}{1-|\alpha_n|}E_{2n+4}(chx)_{C_{[-h;h]}}.$$

Оскільки $|\alpha_n|<\frac{2shh}{2n+5}$, то $\frac{1+|\alpha_n|}{1-|\alpha_n|}=1+O\left(\frac{1}{n}\right)$. Тому

$$\left\|chx-y_{2n+2}(x)\right\|_{C_{[-h;h]}}<\left(1+O\left(\frac{1}{n}\right)\right)E_{2n+4}(chx)_{C_{[-h;h]}}.$$

Для будь-якого многочлена $y_{2n+2}(x)$ виконується нерівність

$$\left\|chx-y_{2n+2}(x)\right\|_{C_{[-h;h]}}\geq E_{2n+4}(chx)_{C_{[-h;h]}}.$$

З двох останніх нерівностей випливає, що

$$\left\|chx-y_{2n+2}(x)\right\|_{C_{[-h;h]}}=\left(1+O\left(\frac{1}{n}\right)\right)E_{2n+4}(chx)_{C_{[-h;h]}}.$$

Отже, ми довели рівність (4). Цим *теорему 1 доведено*.

Висновок. З рівності (4) випливає, що многочлени $y_{2n+2}(x)$ здійснюють асимптотично найкраще наближення функції $y(x)=chx$, $x\in[-h;h]$.

Тепер сформулюємо і доведемо наступну теорему.

Теорема 2. Раціональна функція $R_{2n,2}(x)=\dfrac{P_{2n}(x)}{x^2+a}$, де коефіцієнти многочлена $P_{2n}(x)=\sum\limits_{i=0}^{n} b_{2i}x^{2i}$ і число a визначаються з рівняння $y_{2n+2}(x)(x^2+a)=P_{2n}(x)+\tau' T_{2n+4}\left(\dfrac{x}{h}\right)$, (9)

в якому $y_{2n+2}(x)$ — многочлен, побудований за А-методом для наближення функції $y(x)=chx$, $x\in[-h;h]$, а τ' — деякий параметр, задовольняє нерівність:

$$\left\|chx-R_{2n,2}(x)\right\|_{C_{[-h;h]}}<\frac{4+shh}{n+3}\cdot\left(1+O\left(\frac{1}{n}\right)\right)E_{2n+4}\left(chx\right)_{C_{[-h;h]}}. \quad (10)$$

Доведення. Прирівнявши в рівностях (8) і (9) коефіцієнти при двох найвищих степенях, отримаємо систему з невідомими *a* і τ', з якої знаходимо:

$$\tau'=(2n+3)(2n+4)\tau,\quad a=-(2n+1)(2n+2)-\frac{8n+9}{8n+12}h^2.$$

При знайдених значеннях *a* і τ' многочлен $P_{2n}(x)$ знаходимо з рівняння (9). Оцінимо величину $\left\|chx-R_{2n,2}(x)\right\|_{C_{[-h;h]}}$: $chx-R_{2n,2}(x)=chx-y_{2n+2}(x)+y_{2n+2}(x)-R_{2n,2}(x)=$

$$=\tau\left(T_{2n+4}\left(\frac{x}{h}\right)+\int_0^x sh(x-t)T_{2n+4}\left(\frac{t}{h}\right)dt\right)+\frac{\tau'}{x^2+a}T_{2n+4}\left(\frac{x}{h}\right)=$$

$$=\tau\left(\left(1+\frac{(2n+3)(2n+4)}{x^2+a}\right)T_{2n+4}\left(\frac{x}{h}\right)+\int_0^x sh(x-t)T_{2n+4}\left(\frac{t}{h}\right)dt\right)=\tau\left(k_nT_{2n+4}\left(\frac{x}{h}\right)+\alpha_n\right),$$

де $k_n=1+\dfrac{(2n+3)(2n+4)}{x^2+a},\quad \alpha_n=\displaystyle\int_0^x sh(x-t)T_{2n+4}\left(\frac{t}{h}\right)dt.$ Матимемо: $\left|k_n\right|<\dfrac{4}{n+1}$

для $n\geq 2$. Для $\left|\alpha_n\right|$ ми мали оцінку $\left|\alpha_n\right|<\dfrac{2sh\,h}{2n+5}$. Тому

$$\left\|chx-R_{2n,2}(x)\right\|_{C_{[-h;h]}}=\left\|\tau\left(k_nT_{2n+4}\left(\frac{x}{h}\right)+\alpha_n\right)\right\|_{C_{[-h;h]}}\leq\left|\tau\right|\left(\frac{4}{n+1}+\frac{shh}{n+3}\right)<$$

$$<\left|\tau\right|\left(\frac{4}{n+3}+\frac{shh}{n+3}\right)=\frac{4+shh}{n+3}\cdot\left|\tau\right|.$$

Оскільки $\left|\tau\right|<\left(1+O\left(\dfrac{1}{n}\right)\right)E_{2n+4}\left(chx\right)_{C_{[-h;h]}}$, то

$$\left\|chx-R_{2n,2}(x)\right\|_{C_{[-h;h]}}<\frac{4+shh}{n+3}\cdot\left(1+O\left(\frac{1}{n}\right)\right)E_{2n+4}\left(chx\right)_{C_{[-h;h]}}.$$

Теорему доведено.

Висновок. Побудовані раціональні функції порядку $(2n,2)$ наближають функцію $y(x)=chx$, $x\in[-h;h]$ по порядку в $2n+4$ рази краще, ніж многочлени степеня $2n+4$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Дзядик В. К. Апроксимаційні методи розв'язування диференціальних та інтегральних рівнянь. — Київ: Наук. думка, 1988. — 304 с.
2. Дзядик В. К. А-метод і раціональна апроксимація. //Укр. мат. журн. — 1985. — 37, №2, с.250–252.
3. Дзядык В. К. Об эффективном построении многочленов, которые осуществляют близкое к наилучшему приближение функций e^x, sinx и др. //Укр. мат. журн.— 1973.— 25, №5 — с. 435–453.
4. Кравчук В. Р. Про один простий спосіб раціональної апроксимації функцій. //Укр. мат. журн. — 1992. — 44, №7 — с. 248–253.