фізичних задач є не тільки методом дослідження реально існуючих фізичних об'єктів і явищ, а й одночасно методом побудови розв'язання фізичної задачі. При цьому, модельний підхід у навчанні розв'язання фізичних задач дозволяє:

– актуалізувати в процесі розв'язування задач математичні методи дослідження як невід'ємну частину гносеології навчання

– показати можливість пізнання реального світу, шляхом зміни та ускладнення ідеальних моделей, що лежать в основі фізичних задач;

– актуалізувати вивчення учнями цілісної структури фізичних теорій, а не лише певної системи фізичних понять; – використовувати складові моделі задачі для конструювання розв'язання інших задач. Моделі і процес моделювання одночасно є засобом унаочнення, усвідомлення задачі і методом її постановки та розв'язання. Опанування учнями методу математичного моделювання при розв'язуванні фізичних задач сприяє розвитку їх теоретичного та логічного мислення, формуванню наукового світогляду. Фізична задача, розв'язання якої передбачає використання математичного моделювання, є вагомою складовою системи навчальних завдань з елементами математичного моделювання.

ЛІТЕРАТУРА

1. Волошена В.В. Математичне моделювання в процесі розв'язання фізичних задач. Математика в рідній школі, № 6, 2015 С. 30-32.

2. Рубинштейн С. Л. О мышлении и путях его исследования /С. Л. Рубинштейн. — М.: Педагогика, 1989. — 488 с.

3. Фридман Л. М. Наглядность и моделирование в обучении. — М.: Знание, 1984. — 80 с.

4. Штофф В. А. Моделирование и философия / В. А. Штофф. – М.: Наука, 1966. - 304с.

Гетманюк О.І.

Науковий керівник- доц.Громяк М.І.

НЕТЕРОВІ ОПЕРАТОРИ В БАНАХОВИХ ПРОСТОРАХ

В сучасній математиці функціональний аналіз поряд з абстрактною алгеброю та топологією відіграє провідну роль. Його поняття, факти та методи успішно використовуються в різних розділах математики. Він є математичною основою квантової фізики.

Теорія лінійних операторів посідає центральне місце у функціональному аналізі. По суті, саме з неї він і почав свій розвиток. У різних застосуваннях теорії операторів значну роль відіграють нетерові оператори. Вони є оборотними операторами з точністю до скінченновимірних операторів і це зумовлює їх зручність в аналітичних дослідженнях. Нетерові оператори виникають у різних задачах, зокрема, такими є всі лінійні оператори, що діють з одного скінченновимірного простору в інший, сингулярний оператор Коші, різні інтегральні оператори, еліптичні диференціальні та інтегро-диференціальні оператори і низка інших. Тому загальна теорія нетерових операторів є потужним інструментом у різних математичних дослідженнях. Проте її можна також поширити на більш загальний клас задач, ввівши поняття напівнетерового оператора, який природнім чином виникає при вивченні недоозначених та переозначених крайових систем диференціальних рівнянь (в яких кількість рівнянь відмінна від кількості шуканих функцій).

Дана стаття присвячена загальним властивостям нетерових операторів, що діють в парі банахових просторів.

Отже, нехай E_1 та E_2 - банахові простори, норми в яких позначено через $\| \|_1$ і $\| \|_2$ відповідно. Нехай також $A: E_1 \to E_2$ - лінійний неперервний оператор. Будемо використовувати наступні (стандартні) позначення ядра оператора, області значень і коядра оператора A:

$$Ker\ A \coloneqq \{x \in E_1 : Ax = 0\},$$

$$ImA \coloneqq \{Ax : x \in E_1\},$$

$$Coker\ A \coloneqq E_2/ImA.$$

Сформулюємо два наступні означення нетерового оператора та його індексу.

Означення 1. Оператор A називається нетеровим, якщо його ядро $\ker A$ та коядро $coker\ A \coloneqq E_2\ /ImA$ скінченновимірні.

Індексом нетерового оператора A називається число $indA \coloneqq \dim kerA - \dim cokerA$.

Разом з оператором A розглянемо спряжений до нього оператор $A^*: E_2^* \to E_1^*$.

Означення 2. Оператор A називається нетеровим, якщо обидва простори $\ker A$ і $\ker A^*$ скінченновимірні, а область значень ImA замкнена у просторі E_2.

Індексом оператора A називається число $indA \coloneqq \dim kerA - \dim kerA^*$.

Отже, нетерів оператор має скінченний індекс. Оператори з нульовим індексом називають фредгольмовими. Клас усіх нетерових операторів, що діють із простору E_1 в простір E_2 позначають наступним чином $\Phi(E_1, E_2)$.Вище приведені означення є еквівалентними і це легко довести з використанням наступних фактів.

Лема 1. Нехай коядро оператора A скінченновимірне. Тоді область значень цього оператора замкнена в просторі E_2.

Лема 2. Нехай оператор A має скінченновимірне коядро. Тоді область значень оператора A можна представити у вигляді:

$ImA = \{y \in E_2 : l(y) = 0 \ \forall l \in \ker A^*\}$, де $A^* : E_2^* \to E_1^*$ - спряжений оператор до A. Окрім того, $\dim cokerA = \dim kerA^*$.

Розглянемо далі необхідні та достатні умови, при яких оператор буде нетеровим.

Теорема 1 (достатня умова нетеровості).

Нехай існують лінійні неперервні оператори R_1 , R_2, які відображають простір E_2 в E_1 і такі, що $R_1 A = I + T_1$ і $AR_2 = I + T_2$, де I – тотожний оператор, а T_1, T_2 – лінійні компактні оператори у просторах E_1 і E_2 відповідно. Тоді оператор A нетерів.

Оператори R_1 і R_2 відповідно називають лівим і правим регуляризатором (параметризатором) оператора A. Якщо існує оператор, який є одночасно лівим і правим регуляризатором, то його називають двобічним.

З існування лівого регуляризатора випливає скінченновимірність ядра оператора A та замкненість в E_2 множини ImA, а з існування правого – скінченновимірність $cokerA$.

Теорема 2 (необхідна умова нетеровості).

Нехай оператор A нетерів. Тоді існує лінійний обмежений нетерів оператор $R: E_2 \to E_1$ такий, що $RA = I - P_1$, $AR = I - P_2$, де P_1 є проектор простору E_1 на $Ker\ A$, а $I - P_2$ – проектор простору E_2 на ImA.

До того ж P_1, P_2 є скінченновимірні і компактні оператори у E_1, E_2 відповідно, а I – тотожний оператор.

Доцільно привести наступне означення.

Означення 3.

Лінійний оператор P називається проектором (іденпотентним) якщо $P^2 = P$. Тобто подвійне застосування оператора дає такий же результат, як і одинарне.

З теорем 1 і 2 природньо випливає наступне твердження .

Теорема 3 (критерій нетеровості).

Оператор A нетерів тоді і тільки тоді, коли він має як лівий так і правий регуляризатори.

Розглянемо далі клас $\Phi(E_1, E_2)$ нетерових операторів відносно операції множення операторів та відносно деяких збурень.

Нехай маємо E_1, E_2 і E_3 - банахові простори і оператори
$A \in \Phi(E_1, E_2)$ і $B \in \Phi(E_1, E_2)$.

Тоді добуток нетерових операторів є також нетерів $BA \in \Phi(E_1, E_2)$, причому $indBA = indB + ind\text{A}$.

Розглянемо тепер деякі доповнення до нетерових операторів, які не вплинуть на нетеровість і, більше того, на індекс початкового оператора.

Нехай T – деякий лінійний неперервний скінченновимірний оператор, заданий на усьому банаховому просторі E. Тоді $I + T$ є нетерів оператор з нульовим індексом (фредгольмів).

Теорема 4 (про мале збурення нетерового оператора).

Нехай E_1 та E_2 - банахові простори і оператор $A \in \Phi(E_1, E_2)$. Тоді існує таке число $\varepsilon = \varepsilon(A) > 0$, що для кожного лінійного неперервного оператора $D: E_1 \to E_2$, норма якого менша за ε, оператор $A + D$ є нетерів, а $ind(A + D) = indA$

Це означає, що доповнивши нетерів оператор деяким лінійним оператором малої норми ми не втратимо нетеровості і не змінимо індекс вихідного оператора. Більше того, такий же висновок можна отримати, доповнивши нетерів оператор довільним компактним лінійним операторм.

Теорема 5 (про компактне збурення нетерового оператора).

Нехай E_1 та E_2 банахові простори та $A \in \Phi(E_1, E_2)$. Тоді для довільного компактного лінійного оператора $C: E_2 \to E_1$, оператор $A + C$ є нетерів, а $ind(A + C) = indA$

Ще одна властивість, яка відіграє важливу роль в теоретичних дослідженнях – успадкування нетеровості спряженим оператором.

Теорема 6.

Нехай E_1 , E_2 - банахові простори та $A: E_1 \to E_2$ - лінійний неперервний оператор. Тоді, якщо A нетерів, то і спряжений оператор $A^*: E_1^* \to E_2^*$ також нетерів. Якщо обидва простори E_1, E_2 рефлексивні, то нетеровість оператора A і оператора A^* - еквівалентні, причому $indA^* = -indA$.

Поняття нетерового оператора можна узагальнити, якщо відкинути одну з умов скінченновимірності ядра або коядра оператора. Такі оператори називають напівнетеровими, причому, в залежності від того, яка з умов відкинута, їх розподіляють на два класи: *n*- та *d*-нормальні оператори. Всі вище наведені властивості справедливі і для напівнетерових операторів. Проте, при переході до спряженого оператора висновок теореми 6 дещо видозмінюється. Спряжений до напівнетерового оператора є також напівнетеровим оператором, але протилежного типу нормальності.

Отже, в даній статті розглянуто найважливіші факти теорії нетерових операторів:

- еквівалентність різних означень нетеровості;
- критерій нетеровості ;
- теорема про добуток нетерових операторів і його індекс;
- збереження нетеровості та стійкість індексу відносно деяких збурень;
- збереження нетеровості при переході до спряженого оператора.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ахиезер Н.І. Теорія лінійних операторів в гільбертових просторах/Н.І.Ахиезер, І.М.Глазман. - Москва: Наука, 1966. 544с.
2. Березанський Ю.М. Функціональний аналіз/ Ю.М.Березанський Г.Ф.Ус, З.Г. Шефтель.- Київ: Вища школа, 1990. 600с.
3. Колмогоров А.М. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу./ А.М.Колмогоров, С.В.Фомін.- Москва: Наука, 1976. 542с.
4. Аноп Г.В. Нетерові Оператори в банахових просторах: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. фіз.-мат. наук : спец. 01.01.01 / Г. В. Аноп; Інститут математики НАН України. -К., 2011. 16с.

Шпортак У.

Науковий керівник — доц. Балик Н.Р.

STEM-ОСВІТА ЯК ЧИННИК ВПРОВАДЖЕННЯ КОМПЕТЕНТНІСНОГО ПІДХОДУ ДО НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Вступ. Соціально-економічні зміни в Україні зумовили необхідність модернізації низки соціальних інститутів, у тому числі й системи освіти. Відповідно до «Концепції нової української школи» освітній процес повинен формувати сучасну систему універсальних знань, умінь, навичок, способів мислення, поглядів, цінностей, особистих якостей, що визначають здатність особи успішно проводити діяльність у нових непередбачуваних умовах [5], тобто сучасні ключові компетентності.

Актуальність роботи. Сучасна школа повинна готувати не тільки носія знань, а й творчу компетентну особистість, яка вміє використовувати отримані знання для конкурентоспроможної діяльності у різних сферах суспільного життя. Тобто зараз гостро постає питання організації навчального процесу з точки зору компетентнісного підходу, що є надзвичайно актуальним.

У Європі та США одним із інструментів підготовки компетентних фахівців майбутнього, котрі здатні креативно мислити та створювати інновації, вважають STEM-освіту [4]. В Україні цьому питанню вже було присвячено всеукраїнський круглий стіл «STEM-освіта в Україні: від дошкільника до компетентного випускника» [2]. На ньому розглядалися важливі завдання навчального процесу сьогодення: аналіз та реконструкція системи національної освіти, що спрямовані на розвиток особистості сучасного українця, формування мислення і творчих здібностей дитини за умови становлення інформаційного суспільства, визначення умов формування науково-орієнтованої освіти.

Перехід до інноваційної освіти європейського рівня має на меті підготовку фахівців нового рівня, здатних до теперішніх умов соціальної мобільності та засвоєння передових технологій. За теперішніх умов в Україні затребуваними стають: ІТ-фахівці, програмісти, інженери, професіонали високо технологічних виробництв, фахівці біо- і нанотехнологій. Здобуття сучасних професій потребує всебічної підготовки із різних освітніх областей природничих наук, інженерії, технологій та програмування, напрямів, які охоплює STEM-освіта [1].

Вважаємо, що активне входження STEM в навчальний процес українських загальноосвітніх шкіл стане запорукою впровадження і організації компетентнісного навчання, дозволить швидше реалізувати освітні реформи і формувати в учнів ключові компетентності Нової української школи.

Метою статті є розгляд теоретичних та методичних аспектів організації STEM-освіти як чинника впровадження компетентнісного навчання в начальних закладах України.

Питання компетентнісного підходу і його ефективного впровадження в освітню практику розглядали такі відомі міжнародні організації: Рада Європи, ПРООН, ЮНЕСКО, ЮНІСЕФ, Міжнародний департамент стандартів. Проблема визначення та опису компетентностей, компетенцій і процесу їх формування вирішувалася вченими: Б. Оскарссоном, С. Шо, Р. Селманом, А. Шелтоном, В.І. Байденком, А.М. Бондаревською, І.С. Якиманською, О. Овчарук, Є.В. Новиковим, В.А. Кальнеєм, Е.Ф. Зеером, А. Хуторським, О. Пометун, В. Мірошниченко та ін.

У «Концепції нової української школи» компетентність включає в себе компетенції як коло явищ, питань, у яких людина компетентна, тобто обізнана, авторитетна, має відповідний рівень пізнання й досвід. Для компетентнісного підходу у навчанні характерне комплексне оволодіння учнями знаннями та вміннями, орієнтація