2) узгодження постановки фізичного експерименту до базових знань учнів;

3) комп'ютеризація шкільного фізичного експерименту.

Демонстрація фізичного експерименту під час проведення уроку розвиває образне мислення, уяву, уміння аналізувати та порівнювати. Наприклад, для таких розділів як як «Молекулярна фізика», деякі розділи «Електродинаміки», «Ядерна фізика», «Оптика» проведення фізичного демонстраційного експерименту є доцільним, так як це є речі, які важко учням пояснити на теоретичному рівні.

Проведення демонстраційного експерименту, лабораторних робіт, фізпрактикумів підвищить інтерес до вивчення фізики, покращить якість знань. Залучення учнів до проведення фізичного експерименту стає основою активізації пізнавальної діяльності, веде до розвитку творчого потенціалу.

Висновки. Пізнавальний інтерес – це тривалий процес. Система роботи вчителя по активізації учбової діяльності школярів повинна будуватися з урахуванням поступового досягнення навчальної мети — розвитку пізнавального інтересу учнів. Перспективним напрямком наступних досліджень вбачаємо використання уроку-гри включаючи в ньому фізичний експеримент та віртуального уроку на моніторі, які в поєднанні дозволяє пояснити матеріал на більш високому рівні.

ЛІТЕРАТУРА

1. Кузьменко В. Індивідуалізація виховання і навчання // Дошкільне виховання. – К. : Либідь, 2010. – №10. – С. 5-7.
2. Ланина И. Я. Формирование познавательных интересов учащихся на уроках физики : кн. для учителя. – М. : Просвещение, 2013. – С. 128
3. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. – СПб.: Питер, 2000. – 592 с.
4. Щукина Г. И. Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся / Г. И. Щукина. – М. : Педагогика, 2008. – 208 с.

Герчак Т.
Науковий керівник – доц. Галан В.Д

ПОБУДОВА АПРОКСИМАЦІЙНИХ МНОГОЧЛЕНІВ ДЛЯ НЕПЕРЕРВНО ДИФЕРЕНЦІЙОВАНИХ ФУНКЦІЙ ТА ПОКРАЩЕННЯ ЇХ ВЛАСТИВОСТЕЙ

У різних розділах математики часто складні математичні об'єкти наближають простішими, і зокрема неперервні функції апроксимують многочленами. Функції складної природи апроксимують алгебраїчними многочленами і відхилення многочлена від функції оцінюють в рівномірній метриці С. Для будь-якої неперервної на сегменті функції існує, і при цьому єдиний многочлен найкращого рівномірного наближення. Природним є бажання апроксимувати неперервні функції многочленом найкращого рівномірного наближення(мн.н.р.н.). Але переважно задача про побудову многочлена найкращого рівномірного наближення, є нерозв'язною.

При знаходженні таких многочленів намагаються досягнути наступних цілей: побудований апроксимаційний многочлен має апроксимаційні властивості близькі до найкращих; метод побудови многочлена має бути простим і ефективним на практиці.

Досягнути потрібної точності наближення можна або шляхом підвищення степеня алгебраїчного многочлена, або шляхом розбиття сегмента на кілька частин і побудови на кожному з них «свого» апроксимаційного многочлена(коли степінь многочлена не повиннен перевищувати заданого числа).

У відомій авторові літературі відсутня інформація про структуру многочлена найкращого рівномірного наближення для функції. У магістерській роботі встановлено структуру такого многочлена, складено системи рівнянь для знаходження набору *M*($f(x_0+xh)$, θ_i) точок чебишевського альтернансу для функції $f(x_0+xh)$, встановлено формулу для аналітичного задання многочлена найкращого рівномірного наближення.

Крім цього: отримано формулу, що дає змогу аналітично задавати многочлен довільного степеня з апроксимаційними властивостями, близькими до найкращих; даються оцінки величин відхилень апроксимаційних многочленів від функції; вказується алгоритм побудови послідовності многочлена, апроксимаційні властивості яких покращуються.

Наведені приклади переконливо показують ефективність одержаних результатів.

1. **Структура мн.н.р.н. для неперервно диференційованої на сегменті функції**.

Нехай задано клас $C_{[a;b]}$ неперервних на відрізку $[a,b]$ функцій. Позначимо через ϖ_n підпростір многочленів степеня не вище n з дійсними коефіцієнтами.

Найкращим наближенням елемента $f \in C_{[a,b]}$ елементами простору ϖ_n називається число

$$E_{\varpi_n}(f) = \inf_{p_{n \in \varpi_n}} \max_{x \in [a,b]} \left| f(x) - \varphi(x) \right|.$$

Елемент $p_n^* \in \varpi_n$ називається (якщо він існує) мн.н.р.н., якщо для нього виконується рівність:

$$\max\left| f(x) - p_n^*(x) \right| = E_{\varpi_n}(f)\cdot$$

Відповідь про існування многочлена найкращого наближення дає теорема Бореля.

Нехай $0 \le \theta_0 < \theta_1 < \theta_m < \theta_{m+1} \le 1$ (1)

$R_m(f; x_0, h; \theta_0, \theta_1, \theta_2, ..., \theta_m, \theta_{m+1}; x) =: R_m(x)$ — функція, яка є розв'язком рівняння

$$\begin{vmatrix} f(x_0 + xh) - R_m(x) & 1 & x & x^2 & ... & x^m & 0 \\ f(x_0 + \theta_0 h) & 1 & \theta_0 & \theta_0^2 & ... & \theta_0^m & 1 \\ f(x_0 + \theta_1 h) & 1 & \theta_1 & \theta_1^2 & ... & \theta_1^m & -1 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ f(x_0 + \theta_{m+1} h) & 1 & \theta_{m+1} & \theta_{m+1}^2 & ... & \theta_{m+1}^m & (-1)^{m+1} \end{vmatrix} =0. \ (2)$$

Позначимо $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & \theta_0 & \theta_0^2 & ... & \theta_0^m & 1 \\ 1 & \theta_0 & \theta_1^2 & ... & \theta_1^m & -1 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 1 & \theta_{m+1} & \theta_{m+1}^2 & ... & \theta_{m+1}^m & (-1)^{m+1} \end{vmatrix}$;

$$p_m(x) = f(x_0 + xh) - R_m(x).$$

2. Властивості функції $R_m(x)$

Рівняння (2), складене з використанням довільно взятих функції f і точки $M(\theta_j; 0 \le j \le m+1)$ однозначно задає функцію $R_m(x)$, причому

$$R_m(x) = f(x_0 + xh) - p_m(x), \ (4)$$

де $p_m(x) = -\dfrac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} 0 & 1 & x & x^2 & ... & x^m & 0 \\ f(x_0 + \theta_0 h) & 1 & \theta_0 & \theta_0^2 & ... & \theta_0^m & 1 \\ f(x_0 + \theta_1 h) & 1 & \theta_1 & \theta_1^2 & ... & \theta_1^m & -1 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ f(x_0 + \theta_{m+1} h) & 1 & \theta_{m+1} & \theta_{m+1}^2 & ... & \theta_{m+1}^m & (-1)^{m+1} \end{vmatrix}$ (5)

— алгебраїчний многочлен степеня $\le m$.

Які б не були функція f і точка $M(\theta_j; 0 \le j \le m+1)$, при будь – якому $i \in \{0, 1, 2, ..., m\}$ справедлива рівність $R_m(\theta_i) = -R_m(\theta_{i+1})$ (6)

Для того, щоб алгебраїчний многочлен $p_m(f; x)$ степеня не вище m був алгебраїчним мн.н.р.н. функції f на сегменті $[x_0, x_0 + h]$, необхідно і достатньо, щоб існувала хоча б одна точка $M(f; \theta_j; 0 \le j \le m+1)$, координати якої задовольнятимуть умови альтернансу і екстремуму.

Функція f і точка $M(\theta_j; 0 \le j \le m+1)$, умови альтернансу задовольняють. Отже, алгебраїчний многочлен $p_m(x)$, заданий формулою (5) буде алгебраїчним мн.н.р.н., коли точка $M(\theta_j; 0 \le j \le m+1)$ матиме координату (наприклад θ_0) таку, що

$$\left| R_m(\theta_0) \right| = \max_{0 \le x \le 1} \left| f(x_0, xh) - p_m(x) \right|$$

Рівність (4) показує, що функції f та $R_m(x)$ мають похідні однакових порядків. А тоді у випадку неперервно диференційованої функції f в кожній внутрішній координаті точки $M(f; \theta_j; 0 \le j \le m+1)$ тобто в кожній координаті $\theta_i \in (0,1)$, похідна $R_m^{'}(\theta_i) = 0$.

Врахувавши (2), матимемо рівність:

$$\begin{vmatrix} f'(x_0+\theta_i h)h & 0 & 1 & 2\theta_i & \dots & m\theta_i^{m-1} & 0 \\ f(x_0+\theta_0 h) & 1 & \theta_0 & \theta_0^2 & \dots & \theta_0^m & 1 \\ f(x_0+\theta_1 h) & 1 & \theta_1 & \theta_1^2 & \dots & \theta_1^m & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f(x_0+\theta_{m+1} h) & 1 & \theta_{m+1} & \theta_{m+1}^2 & \dots & \theta_{m+1}^m & (-1)^{m+1} \end{vmatrix} = 0 \quad (8)$$

Оскільки рівність (8) справедлива для будь – якої координати θ_i точки $M(f;\theta_j;0\le j\le m+1)$, то θ_i є розв'язком системи рівнянь

$$\begin{cases} \begin{vmatrix} f'(x_0+\theta_0 h)h & 0 & 1 & 2\theta_0 & \dots & m\theta_0^{m-1} & 0 \\ f(x_0+\theta_0 h) & 1 & \theta_0 & \theta_0^2 & \dots & \theta_0^m & 1 \\ f(x_0+\theta_1 h) & 1 & \theta_1 & \theta_1^2 & \dots & \theta_1^m & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f(x_0+\theta_{m+1} h) & 1 & \theta_{m+1} & \theta_{m+1}^2 & \dots & \theta_{m+1}^m & (-1)^{m+1} \end{vmatrix} = 0, \\ \begin{vmatrix} f'(x_0+\theta_1 h)h & 0 & 1 & 2\theta_1 & \dots & m\theta_1^{m-1} & 0 \\ f(x_0+\theta_0 h) & 1 & \theta_0 & \theta_0^2 & \dots & \theta_0^m & 1 \\ f(x_0+\theta_1 h) & 1 & \theta_1 & \theta_1^2 & \dots & \theta_1^m & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f(x_0+\theta_{m+1} h) & 1 & \theta_{m+1} & \theta_{m+1}^2 & \dots & \theta_{m+1}^m & (-1)^{m+1} \end{vmatrix} = 0, \\ \begin{vmatrix} f'(x_0+\theta_{m+1} h)h & 0 & 1 & 2\theta_{m+1} & \dots & m\theta_{m+1}^{m-1} & 0 \\ f(x_0+\theta_0 h) & 1 & \theta_0 & \theta_0^2 & \dots & \theta_0^m & 1 \\ f(x_0+\theta_1 h) & 1 & \theta_1 & \theta_1^2 & \dots & \theta_1^m & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f(x_0+\theta_{m+1} h) & 1 & \theta_{m+1} & \theta_{m+1}^2 & \dots & \theta_{m+1}^m & (-1)^{m+1} \end{vmatrix} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Система рівнянь (9) розв'язується так.

$$R_m(x) = \frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} f(x_0+xh) & 1 & x & x^2 & \dots & x^m & 0 \\ f(x_0+\theta_0 h) & 1 & \theta_0 & \theta_0^2 & \dots & \theta_0^m & 1 \\ f(x_0+\theta_1 h) & 1 & \theta_1 & \theta_1^2 & \dots & \theta_1^m & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f(x_0+\theta_{m+1} h) & 1 & \theta_{m+1} & \theta_{m+1}^2 & \dots & \theta_{m+1}^m & (-1)^{m+1} \end{vmatrix} \quad (10)$$

$x_0=0, h=1$ і $f(x)=x^{m+1}$. Тоді $R_m(x)$ - алгебраїчний многочлен $m+1$-го степеня. Якщо вибрати числа θ_j так, щоб точка $M(\theta_j;0\le j\le m+1)$ давала змогу побудувати (за формулою (5)) алгебраїчний мн.н.р.н. функції $f(x)=x^{m+1}$ на $[0;1]$, то $R_m(x)$ має найменше відхилятися від 0 на $[0;1]$. Оскільки старший коефіцієнт $R_m(x)$ рівний 1, то таким многочленом є $R_m(x)=\frac{1}{2^{2m+1}}T_{m+1}(2x-1)$, де $T_{m+1}(2x-1)=\cos((m+1)\arccos(2x-1))$ зміщений многочлен Чебишева.

Екстремальних значень досягає в точках $\theta_j=\frac{1}{2}(1-\cos\frac{j\pi}{m+1}), 0\le j\le m+1$ Асимптотична оцінка величини $\max\limits_{0\le x\le 1}|R_m(x)| = \frac{|f^{(m+1)}(x_0)|}{(m+1)!}h^{m+1}\frac{1}{2^{2m+1}} + o\left(\frac{h^{m+1}}{(m+1)!}\frac{1}{2^{2m+1}}\right)$

у випадку $(m+2)$-а рази неперервно диференційованої функції f .

3. Поліпшення апроксимаційних властивостей многочленів, заданих рівністю (4).

Нехай $\theta_{j_0}=\frac{1}{2}\left(1-\cos\frac{j\pi}{m+1}\right)$. Мн. $p_m(x)$, побудований за співвідношенням (5) і набором $M(\theta_{j_0})$ здебільшого не буде мн.н.р.н. Для поліпшення апроксимаційних властивостей використаємо метод Ньютона.

Враховуючи (4) отримаємо:

$$R'_m(x) = \frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} f'(x_0+xh)h & 0 & 1 & 2x & \cdots & mx^{m-1} & 0 \\ f(x_0+\theta_0 h) & 1 & \theta_0 & \theta_0^2 & \cdots & \theta_0^m & 1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ f(x_0+\theta_{m+1}h) & 1 & \theta_{m+1} & \theta_{m+1}^2 & \ldots & \theta_{m+1}^m & (-1)^{m+1} \end{vmatrix}.$$

Якщо набір $M(f;\theta_j)$ складений із точок чебишевського альтернансу, то $R'_m(\theta_i)=0$ при кожному $\theta_i \in (0;1)$, тобто

$$\begin{vmatrix} f'(x_0+\theta_i h)h & 0 & 1 & 2\theta_i & \cdots & m\theta_i^{m-1} & 0 \\ f(x_0+\theta_0 h) & 1 & \theta_0 & \theta_0^2 & \cdots & \theta_0^m & 1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ f(x_0+\theta_{m+1}h) & 1 & \theta_{m+1} & \theta_{m+1}^2 & \ldots & \theta_{m+1}^m & (-1)^{m+1} \end{vmatrix} = \Phi(\theta_i;\theta_j) = \Phi(\theta_0,\theta_2...,\theta_i,...,\theta_{m+1}) = 0.$$

Якщо функція $f(x_0+xh)$ має неперервну похідну другого порядку, то функція $\Phi(\theta_i;\theta_j)$, як функція точки $(\theta_0,\theta_1,\theta_2,...,\theta_m,\theta_{m+1}) \in R^{m+2}$ буде диференційованою.

Розглянемо загальний випадок, коли $\theta_0 > 0, \theta_{m+1} = 1$.Тоді

$$\Phi(\theta_1;\theta_j) = \begin{vmatrix} f'(x_0+\theta_1 h)h & 0 & 1 & 2\theta_1 & \ldots & m\theta_1^{m-1} & 0 \\ f(x_0+\theta_0 h) & 1 & \theta_0 & \theta_0^2 & \ldots & \theta_0^m & 1 \\ f(x_0+\theta_1 h) & 1 & \theta_1 & \theta_1^2 & \ldots & \theta_1^m & -1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ f(x_0+\theta_m h) & 1 & \theta_m & \theta_m^2 & \ldots & \theta_m^m & (-1)^m \\ f(x_0+\theta_{m+1}h) & 1 & \theta_{m+1} & \theta_{m+1}^2 & \ldots & \theta_{m+1}^m & (-1)^{m+1} \end{vmatrix}.$$

Вважаючи, що $\theta_i = \theta_{i_0} + \lambda_{i_0}\ (i \in \{0,1,2,...,m\})$ та враховуючи диференційованість $\Phi(\theta_i;\theta_j)$, матимемо (m +1)–*е* наближене рівняння виду:

$$0 = \Phi(\theta_i;\theta_j) \approx \Phi(\theta_i;\theta_j) + \frac{\partial\Phi(\theta_{i_0};\theta_{j_0})}{\partial\theta_0}\lambda_{0_0} + \frac{\partial\Phi(\theta_{i_0};\theta_{j_0})}{\partial\theta_1}\lambda_{1_0} + \cdots + \frac{\partial\Phi(\theta_{i_0};\theta_{j_0})}{\partial\theta_m}$$

Розв'язавши отриману систему лінійних відносно $\lambda_{i_0}, i \in \{0,1,...,m+1\}$ рівнянь, покладемо: $\theta_i = (\theta_{i_0} + \lambda_{i_0}) + \lambda_{i_1} = \theta_{i_1} + \lambda_{i_1}$.

За набір $M(\theta_j\ )$ візьмемо $\mathrm{M}(\theta_{i_1})$ ($\theta_{(m+1)_1} = 1$) і повторимо ці міркування. Зупинившись на певному етапі, ми отримаємо набір $M(\theta_{j_1})$, який дає змогу побудувати мн. з апроксимаційними властивостями, близькими до найкращих.

Випадки, коли $\theta_0 > 0, \theta_{m+1} = 1$; $\theta_0 = 0$; $\theta_{m+1} < 1$ та $0 < \theta_0 < \theta_{m+1} < 1$, розглядаються аналогічно.

Новосад Р.

Науковий керівник – к. пед. н. Федчишин О.М.

ДОМАШНІ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ПРИ ВИВЧЕННІ ОПТИЧНИХ ЯВИЩ В УМОВАХ ДИФЕРЕНЦІЙОВАНОГО НАВЧАННЯ

Актуальність проблеми. Сучасне навчання в школі повинно стимулювати дітей накопичувати власний досвід. Накопичення та відтворення інформації, без сумніву, сприяє формуванню уявлень про світ, що нас оточує, але наукові дослідження, відкриття через власну діяльність забезпечують розуміння фізичних процесів та явищ. Саме власна діяльність учнів стимулює підвищення пізнавального інтересу, а також дає змогу використовувати накопичені знання на практиці. Наша наукова робота зорієнтована на те, щоб надати учням інструмент для власного дослідження фізичних явищ. На сьогодні є достатньо теоретичного матеріалу з фізики,